О.С. ПОТІЄНКО,[1] Д.В. ЖУРАВЕЛЬ,[2] Н.О. ЧУДАК,[1] Д.М. РЯБОВ[3]

[1] Національний університет "Одеська політехніка"
(Просп. Шевченка, 1, Одеса 65044; e-mail: frumle@ukr.net)

[2] Інститут теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова, НАН України
(Вул. Метрологічна, 14б, Київ 03143)

[3] Державний університет інтелектуальних технологій і зв'язку
(Вул. Кузнечна, 1, Одеса 65023)

УДК 539

МОДЕЛЮВАННЯ ОДИНАРНОЇ ДИФРАКЦІЙНОЇ ДИСОЦІАЦІЇ В РЕЗОНАНСНІЙ ОБЛАСТІ ПРИ ВИСОКИХ ЕНЕРГІЯХ

Представлено модель одинарної дифракційної дисоціації, яка заснована на принципі дуальності, в області низьких значень маси з урахуванням нових експериментальних даних. Ключовою особливістю моделі є використання нелінійної траєкторії протона у формалізмі Редже, що дозволяє врахувати внесок резонансних станів у повні та диференціальні перерізи. Такий підхід сприяє класифікації та глибшому розумінню спектра збуджених станів протона й особливостей їх розпадів, що, своєю чергою, дає змогу дослідити внутрішню структуру та динаміку частинок. Аналізується поведінка диференціального перерізу в резонансній області при малих значеннях маси M_x. Всі інші резонанси, які явно не враховуються, описуються шляхом введення сталого внеску від фону. Обговорюється обґрунтованість та допустимість такого припущення. Параметри моделі уточнюються з урахуванням нових експериментальних даних.

Ключові слова: одинарна дифракційна дисоціація, структурна функція протона, область резонансів, малі маси, переріз, генерація подій.

1. Вступ

Як відомо з багатьох експериментальних результатів [1], у процесах розсіяння адронів при високих енергіях більшість подій зосереджена в області малих переданих імпульсів. Поєднання високих енергій і малих переданих імпульсів створює умови для реалізації дифракційних процесів [2, 3]. Дифракцію у фізиці елементарних частинок проводять за аналогією з класичною хвильовою дифракцією, де хвилі зіштовхуються з перешкодою та поширюються. Подібним чином при дифракційній дисоціації адрон, наприклад протон, зіштовхується з іншою частинкою або ядром, що приводить до його часткової або повної дисоціації. Процес характеризується невеликою передачею імпульсу від налітаючої частинки до мішені, що приводить до виникнення "проміжку рапідності", тобто області в детекторі з дуже малою кількістю частинок або без них.

Одним із важливих висновків досліджень дифракційної дисоціації є підтвердження моделі померонного обміну, яка була підтверджена експериментальними даними, що демонструють характерні проміжки рапідності дифракційних подій.

Цитування: Потієнко О.С., Журавель Д.В. Чудак Н.О., Рябов Д.М. Моделювання одинарної дифракційної дисоціації в резонансній області при високих енергіях. *Укр. фіз. журн.* **70**, № 5, 289 (2025).

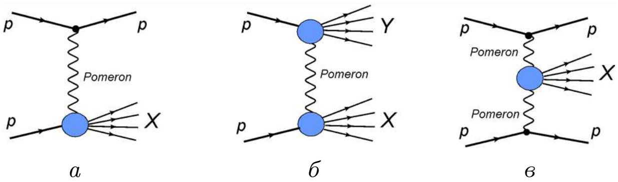


Рис. 1. Основні типи дифракційних процесів: одинарна дисоціація (single dissociation, SD) (*а*), подвійна дисоціація (double dissociation, DD) (*б*), і центральна дифракція (central diffraction, CD) (*в*); p – протон, X та Y – система вторинних адронів

Детальні вимірювання дифракційних перерізів і кінематичних розподілів частинок у кінцевому стані дозволили зрозуміти непертурбативні аспекти КХД.

Основними типами дифракційних процесів є одинарна дисоціація (single dissociation, SD), подвійна дисоціація (double dissociation, DD), і центральна дифракція (central diffraction, CD); див. рис. 1. Дифракційну дисоціацію вивчали в різних експериментах з фізики високих енергій, таких як TOTEM [4], CMS [5], CERN [6–8], ALICE [9], та ATLAS [10]. У даній роботі розглядається низькомасова одинарна дифракційна дисоціація протонів. Невеликі маси M_X демонструють безліч піків або особливостей, що відповідають різним нуклонним резонансам [11]. Нуклонний резонанс є важливим для розуміння сильних взаємодій, що описуються КХД.

Експериментально спостережувані характеристики дифракційної дисоціації значною мірою залежать від властивостей вершини адронної області. Будемо розглядати цю вершину як амплітуду реального процесу. Використовуючи умову унітарності [12] та дуальність [13], цю амплітуду можна обчислити як суму резонансних внесків, що відомі з експериментів [14]. У цій роботі ми розглянули обмін одним помероном. Зазвичай цей померон вважається простим полюсом парціальні амплітуди розсіяння. Однак існують й інші динамічні моделі, зокрема модель з обміном аналогом померона, але з непарною сигнатурою [15, 16], а також дипольна померонна модель, яка є основою, розширеною шляхом включення механізму провалу-підйому [17]. Тому для опису експериментальних даних цікаво досліджувати комбінацію різних моделей вершини адрон-реджеон та динаміки зіткнень.

У цій роботі ми наводимо результати достосувань із заміною одного померонного полюса. Наша мета полягає в тому, щоб розрахувати диференціальний переріз $d\sigma/dt$ одинарної дифракційної дисоціації в резонансній області при малих масах M_X і повний переріз одинарної дифракційної дисоціації.

Стаття має таку структуру. У розділі 2 визначено структурну функцію протона $W_2\left(M_X^2, t\right)$, яка відноситься до уявної частини дуально-реджевської амплітуди переходу $A\left(M_X^2, t\right)$. У розділі 3 показано, що на поведінку поперечного перерізу впливають баріонні резонанси. У розділі 4 обчислюються загальний і диференціальний перерізи, та їх значення достосовуються до експериментальних даних. У розділі 5 розглянута модель порівнюється з методами MBR в резонансній області при малих масах.

2. Від пружного розсіяння до одинарної дифракційної дисоціації

Розглянемо дифракційну дисоціацію $p+p \to p+X$, де p – це протон, а X – це система вторинних адронів. Цей процес представлено як подібний пружний процес, де X розглядається як одна частинка з квадратом маси M_X^2, який дорівнює скалярному квадрату суми чотириімпульсів X. Тоді замість амплітуди пружного розсіяння ми отримуємо амплітуду дифракційної дисоціації з вершинами реджеон-адронної взаємодії. Така модифікація [11] приводить до такого виразу для диференціального перерізу одинарної дифракційної дисоціації при великих значеннях квадрата енергії центра мас частинок, що зіштовхуються, s:

$$\frac{d\sigma_{\mathrm{SD}}}{dt dM_x^2} \approx \frac{9\beta^4}{4\pi}\left[F^p\left(t\right)\right]^2 \left(\frac{s}{M_x^2}\right)^{2\alpha_p(t)-2} \frac{W_2\left(t, M_x^2\right)}{2m}, \quad (1)$$

де t – переданий імпульс між зіштовхуючимися частинками, β – константа кварк-померонного зв'язку, m – маса протона, $\alpha_P\left(t\right)$ – вакуумна траєкторія Редже, $F^p\left(t\right)$ – пружний форм-фактор протона, а $W_2\left(t, M_x\right)$ – структурна функція протона, яка описує вершину Померон-протон. Відповідно до робіт [11, 18], ми беремо траєкторію Померона рівною $\alpha_P\left(t\right) = 1{,}08 + 0{,}25t$. Вираз для пружного формфактора протона визначається як $F^p\left(t\right) = (1{,}0 - t/0{,}71)^{-2}$.

Найскладнішим блоком виразу (1) є структурна функція $W_2\left(t, M_x^2\right)$. Дотримуючись результатів робіт [11], цю структурну функцію можна побудувати на основі подібності між дифракційним процесом Померон-протон $\mathbb{P}p \to X$ (Померон позначається як $\mathbb{P}$) і процесом глибоко непружного розсіяння $\gamma^* p \to X$ (рис. 2). Коротко позначимо основні кроки на шляху до отримання виразу для $W_2\left(M_X^2, t\right)$.

Крок 1: Подібність до $\gamma^* p \to X$

Ми використовуємо подібність між непружними вершинами $\mathbb{P}p \to X$ і $\gamma^* p \to X$ і відповідними структурними функціями. Структурні функції $F_2\left(x, Q^2\right)$ для процесів $\gamma^* p$ досліджено в роботі [19], і пов'язані з W_2 через таке співвідношення [20]:

$$\nu W_2\left(M_X^2, t\right) = F_2\left(x, t\right), \tag{2}$$

де $\nu = \left(M_X^2 - m^2 - t\right)/2m$ – інша кінематична змінна. Таким чином, встановлюючи аналогію між віртуальним фотоном γ^* і помероном $\mathbb{P}$ та приймаючи $Q^2 = -t$, отримуємо

$$\nu W_2\left(M_X^2, t\right) = F_2\left(x, t\right) = = \frac{-4t(1-x)^2}{\alpha_{fs}\left(M_X^2 - m^2\right)\left(1 - 4m^2x^2/t\right)^{3/2}} \times \times \operatorname{Im} A\left(M_X^2, t\right), \tag{3}$$

де α_{fs} – це стала тонкої структури, $x = -t/2m\nu$ – змінна Бйоркена, а $A\left(M_X^2, t\right)$ – дуально-реджевська амплітуда переходу.

Крок 2: дуально-реджевська амплітуда

Амплітуда $A\left(M_X^2, t\right)$ у рівнянні (3) отримана з унітарності та дуальності Венеціано [11]. Відповідно до моделі дуальної амплітуди з аналітичністю Мандельштама (dual amplitude with Mandelstam analiticity, DAMA), ця амплітуда виражається як сума траєкторій Редже, що закінчується розпадом резонансу в прямому каналі,

$$A\left(M_X^2, t\right) = a \sum_{n \geqslant 0} \frac{[f(t)]^{2(n+1)}}{2n + 0{,}5 - \alpha\left(M_X^2\right)}, \tag{4}$$

де a – коефіцієнт нормування, $f(t) = (1 - t/t_0)^{-2}$ – формфактор системи $\mathbb{P}p \to \mathbb{P}p$, і t_0 – параметр

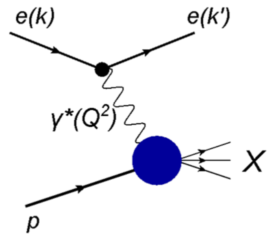


Рис. 2. Процес глибоконепружного розсіяння $\gamma^* p \to X$

моделі. Нарешті, $\alpha\left(M_X^2\right)$ – це нелінійна комплекснозначна траєкторія баріонного резонансу в каналі M_X^2, яка дозволяє врахувати набір різних резонансів.

Уявна частина амплітуди (4), яка необхідна для структурної функції (3), дається виразом

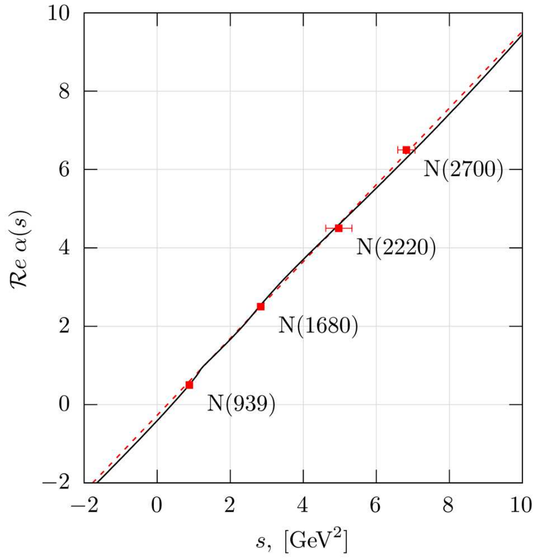
$$\operatorname{Im} A\left(M_X^2, t\right) = a \sum_{n \geq 0} \left[f\left(t\right)\right]^{2(n+1)} \times \times \frac{\operatorname{Im} \alpha\left(M_X^2\right)}{\left[2n + 0{,}5 - \operatorname{Re} \alpha\left(M_X^2\right)\right]^2 + \left[\operatorname{Im} \alpha\left(M_X^2\right)\right]^2}. \tag{5}$$

Крок 3: Траєкторія протона

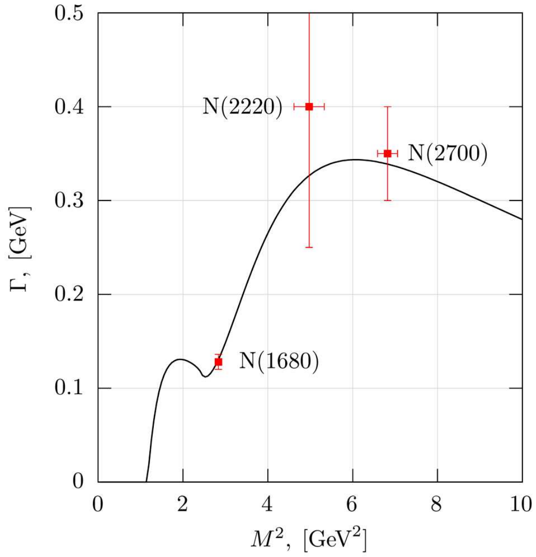
Останнім кроком у цій процедурі є отримання нелінійної комплексної протонної траєкторії Редже $\alpha\left(M_X^2\right)$. Це допомагає класифікувати та зрозуміти спектр збуджених станів протона та їх розпади, що приводить до розуміння внутрішньої структури та динаміки частинок. Ці резонанси вказують на конкретні стани енергії та кутового моменту, коли протон може зазнавати переходи у збуджені стани перед тим, як повернутися до основного стану. Дійсна частина траєкторії $\operatorname{Re} \alpha\left(M_X^2\right)$ забезпечує співвідношення між масою резонансу та його кутовим моментом (квантовим числом J). Водночас уявна частина траєкторії забезпечує брейтвігнерівські ширини резонансів

$$\Gamma = \frac{\operatorname{Im} \alpha\left(M^2\right)}{M \operatorname{Re} \alpha'\left(M^2\right)}, \tag{6}$$

де M – резонансна маса, а $\operatorname{Re} \alpha'\left(M^2\right)$ позначає першу похідну (нахил) дійсної частини траєкторії. Проблема полягає в тому, щоб знайти таку траєкторію $\alpha\left(M^2\right)$, яка характеризується як майже лінійною дійсною частиною (рис. 3, *а*), так і істотно нелінійною уявною частиною (рис. 3, *б*), зберігаючи при цьому аналітичні властивості. Така траєкторія була глибоко вивчена в роботі [21] за допомогою дисперсійних співвідношень, що дає нам



а



б

Рис. 3. Дійсна частина траєкторії протона (8) (чорна суцільна крива) та її лінійне достосування (червона штрихова лінія) (*а*), достосування резонансних ширин (6) (суцільна крива) та експериментальні дані (табл. 1) (*б*). Достосування траєкторії протона до даних N-резонансів [21]

такі вирази:

$$\mathrm{Im}\,\alpha(s) = s^{\delta}\sum_n c_n\left(\frac{s-s_n}{s_n}\right)^{\mathrm{Re}\,\alpha(s_n)}\theta(s-s_n), \tag{7}$$

$$\mathrm{Re}\,\alpha(s) = \alpha(0) + \frac{s}{\pi}\sum_n c_n\mathcal{A}_n(s), \tag{8}$$

де c_n і s_n – це параметри, які підбираються з використанням експериментальних даних щодо ширин і мас резонансів, а $\alpha(0)$ – це точка відтину дійсної частини траєкторії. Зауважимо, що тут і надалі величини s і s_n є нормованими на $s_0 = 1$ ГеВ; отже результуючі вирази є безрозмірними, наприклад, (7) і (8). Східчаста функція Хевісайда $\theta(\cdot)$ умовно визначається так, що $\theta\,(0) = \frac{1}{2}$. Функція $\mathcal{A}_n(s)$ в рівнянні (8) випливає з дисперсійного співвідношення та визначається формулою

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_n(s) &= \frac{\Gamma\,(1-\delta)\,\Gamma\,(\lambda_n+1)}{\Gamma\,(\lambda_n-\delta+2)}\,s_n^{\delta-1}\times\\ &\times{}_2F_1\left(1,1-\delta;\lambda_n-\delta+2;\frac{s}{s_n}\right)\theta\,(s_n-s)+\\ &+\left\{\pi s^{\delta-1}\left(\frac{s-s_n}{s}\right)^{\lambda_n}\cot\left[\pi\,(1-\delta)\right]-\right.\\ &-\frac{\Gamma\,(-\delta)\,\Gamma\,(\lambda_n+1)}{\Gamma\,(\lambda_n-\delta+1)}\left(\frac{s_n^{\delta}}{s}\right)\times\\ &\left.\times{}_2F_1\left(\delta-\lambda_n,1;\delta+1;\frac{s}{s_n}\right)\right\}\theta\,(s_n-s),\end{aligned} \tag{9}$$

де δ – це безрозмірний параметр, що визначається достосуванням, $\Gamma\,(x)$ – гамма-функція, ${}_2F_1\,(a,b;c,z)$ – гіпергеометрична функція Гауса, $\cot\,(x)$ позначає котангенс, а $\lambda_n = \mathrm{Re}\alpha\,(s_n)$.

Зауважимо, що $\mathrm{Re}\alpha$ з'являються з обох сторін рівняння (8) завдяки λ_n. Таким чином, рівняння (7), (8) та (9) фактично є функціональними рівняннями, що значно ускладнює процедуру достосування, необхідну для визначення параметрів $\alpha(0)$, δ, c_n та s_n, де $n = 1, 2, x$.

Баріони, включені в траєкторію – це N(939), N(1680), N(2220), N(2700), і їхні властивості подано в табл. 1. Ці резонанси спостерігалися в експериментах з вивчення процесів дифракційної дисо-

Таблиця 1. **Параметри баріонів, врахованих при достосуванні траєкторії $\alpha(s)$, отримані в роботі [21]: повний кутовий момент J, маса Брейта–Вігнера M, та ширина Брейта–Вігнера Γ**

Назва	J	M (МеВ)	Γ (МеВ)
N(939)	1/2	939	–
N(1680)	5/2	1684 ± 4	128 ± 8
N(2220)	9/2	2230 ± 80	400 ± 150
N(2700)	13/2	2612 ± 45	350 ± 50

ціації, створюючи основу для дослідження одинарної дифракційної дисоціації (single diffraction dissociation, SDD). Процедуру рекурсивного достосування траєкторії протона (рівняння (7), (8)) до експериментальних даних для цих резонансів було виконано в роботі [21].

Алгоритм достосування можна коротко описати таким чином. Через близьку до лінійної форму дійсної частини траєкторії доцільно почати з лінійної апроксимації дійсної частини $\alpha_{\text{lin}}(s) = \alpha(0) + \alpha'(0)s$, яка дає початкові значення $\lambda_n^{(0)} = \operatorname{Re}\alpha_{\text{lin}}(s_n)$. Потім вираз (6) для ширини резонансів ітеративно підбирається до експериментальних даних (табл. 1). Після кожної ітерації значення λ_n оновлюються, $\lambda_n = \operatorname{Re}\alpha(s_n)$, за допомогою формули (8) з оновленими значеннями параметрів. Процес повторюється, доки послідовність траєкторій не зійдеться. Результуючі значення параметрів підсумовані в табл. 2.

Використовуючи значення параметрів із табл. 2, ми будуємо траєкторію $\alpha(s)$ і перевіряємо її відповідність [21]; див. рис. 3. Це завершує побудову виразу для диференціального перерізу при одинарній дифракційній дисоціації (1).

Підставляючи W_2 з рівняння (3) в рівняння (1), отримуємо

$$\frac{d^2\sigma}{dtdM_x^2}(M_x^2,t) = A_0\left(\frac{s}{M_x^2}\right)^{2\alpha_p(t)-2} \times$$
$$\times \frac{x(1-x)^2[F^p(t)]^2}{(M_x^2-m^2)(1-4m^2x^2/t)^{3/2}}\sum_{n=1}^{3}[f(t)]^{2n+2}\times$$
$$\times \frac{\operatorname{Im}\alpha(M_x^2)}{[2n+0{,}5-\operatorname{Re}\alpha(M_x^2)]^2+[\operatorname{Im}\alpha(M_x^2)]^2}, \qquad (10)$$

де $A_0 = 9a\beta^4/\pi\alpha_{fs}$ – це коефіцієнт нормування, який поєднує множники a і β з рівнянь (1) і (5). Іншим вільним параметром є t_0 у формфакторі $f(t)$, який фігурує у виразі для амплітуди переходу (4). Решта параметрів $\alpha(0), \delta, c_n, s_n$ $(n = 1, 2, x)$ фіксуються при достосуванні траєкторії (табл. 2). Значення A_0 і t_0 можна визначити з достосування диференціального поперечного перерізу $d\sigma_{\text{SDD}}/dt$ і повного поперечного перерізу σ_{SDD}.

У наступному розділі ми проаналізуємо поведінку подвійного диференціального перерізу (10) і обговоримо діапазон застосовності моделі.

3. Поведінка моделі в резонансній області

При вивченні дифракційних дисоціаційних процесів області малих і великих мас M_X пропонують різні механізми взаємодії частинок. Тут ми зосереджуємося на малих масах M_X, де на поведінку поперечного перерізу помітно впливають резонанси в структурних функціях. Ці резонанси виявляють себе як піки в даних поперечного перерізу, формуючи процеси розсіяння, що спостерігаються при нижчих енергіях. У цій моделі резонанси враховуються через траєкторію протона, описану в попередньому розділі. Ця траєкторія визначає поведінку диференціального перерізу (10) в області M_X, де виникають резонанси; див. рис. 4.

При $M_X \to m$ (тут m — це маса протона) процес розсіяння має пружноподібний характер, що суттєво відрізняється від резонансних процесів народження. Належне врахування внесків від пружних і близьких до пружних процесів потребує окремої моделі. Таким чином, ми зосереджуємось

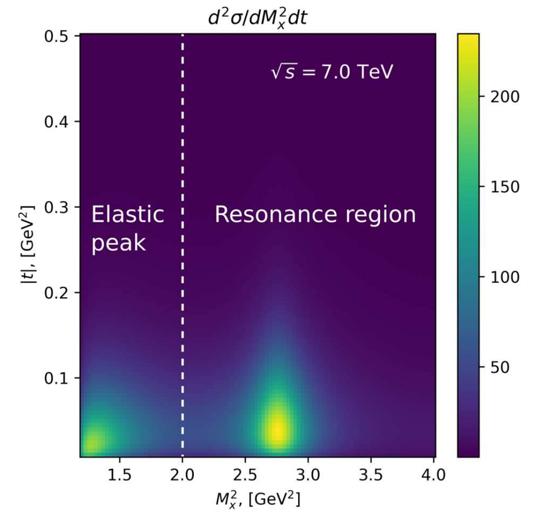
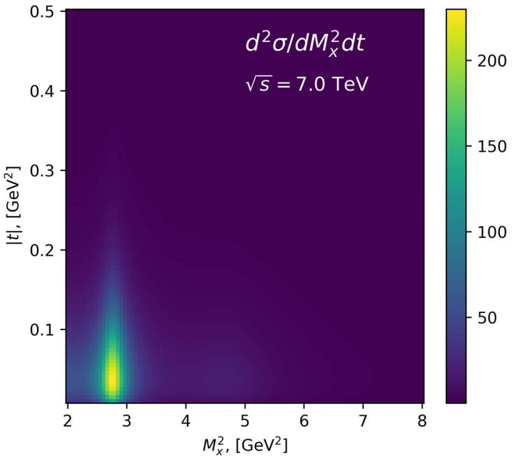


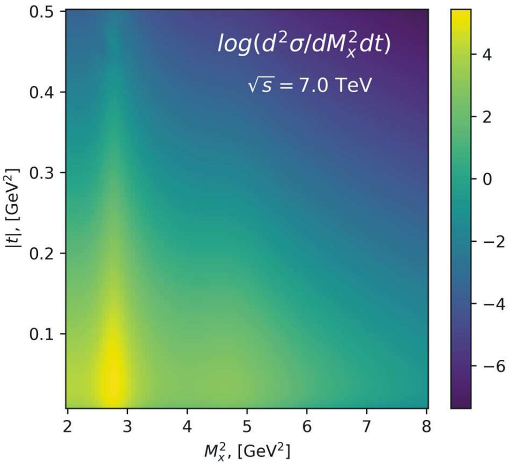
Рис. 4. Диференціальний переріз $d^2\sigma/dtdM_X^2$ (10) у площині $(t,\ M_X^2)$. Є дві області з масою M_X: область піка пружного розсіяння ($M_X^2 < 2$ ГеВ^2) і область резонансу (2 ГеВ$^2 \leqslant M_X^2 \leqslant 8$ ГеВ^2)

Таблиця 2. **Параметри траєкторії протона $\alpha(s)$, отримані в роботі [21] достосуванням рівняння (6) до даних резонансів з табл. 1**

$\alpha(0) = -0{,}41$ $\delta = -0{,}46$	$c_1 = 0{,}51$ $c_2 = 4{,}0$ $c_x = 4{,}6 \cdot 10^3$	$s_1 = 1{,}16$ ГеВ^2 $s_2 = 2{,}44$ ГеВ^2 $s_x = 11{,}7$ ГеВ^2



а



б

Рис. 5. Диференціальний переріз $d^2\sigma/dtdM_X^2$ (10) (*а*) та його логарифм у площині $\left(t,\ M_X^2\right)$ в резонансній області ($0 \leqslant -t \leqslant 0{,}5$ ГеВ^2) (*б*)

лише на внески резонансної області та *розглядаємо пружні процеси як фоновий внесок.* У цій моделі пружні внески виглядають як пружний пік у диференціальному поперечному перерізі при низькій M_X, як можна це побачити на рис. 4. Щоб уникнути подвійного підрахунку в пружній області, ми дотримуємося рекомендацій роботи [11] і розглядаємо $M_X^2 \geqslant 2$ ГеВ^2, що обрізає пружній пік. Разом з тим, при великих масах M_X, внески резонансних утворень очікувано зменшуються, роблячи поперечний переріз (10) нехтувано малим при $M_X^2 > 8$ ГеВ^2. У цій області застосовуються інші механізми Редже, але їх обговорення виходить за рамки цієї роботи. Це виправдовує те, що ми називаємо *областю резонансу* інтервал 2 ГеВ$^2 \leqslant M_X^2 \leqslant$ $\leqslant 8$ ГеВ^2.

Важливо зазначити, що не тільки пружні процеси можуть формувати фон. Всі інші резонанси, які не враховуються безпосередньо в цій моделі, також вважаються фоном. Їх можна додати у вигляді внеску $B(M_X^2, t)$ у диференціальний переріз. Ця функція повинна досить швидко затухати і не розбігатися на нескінченності. Наприклад, загальна залежність від M_X^2 зазвичай вибирається у вигляді $B(M_X^2) \sim 1/(M_X^2)^\eta$, де $\eta \geq 1$. Проте ми не знаємо точної функції $B(M_X^2, t)$, але вважаємо, що вона існує у формі, яка дає постійне значення після інтегрування по M_X^2 і t.

Отже, кінцевий вираз для диференціального перерізу із додатковим обчисленням фону та резонансів з рівняння (10) має вигляд

$$\frac{d^2\tilde{\sigma}}{dtdM_X^2}(M_X^2, t) = \frac{d^2\sigma}{dtdM_X^2}(M_X^2, t) + B(M_X^2, t). \quad (11)$$

Графіки резонансного внеску в подвійний диференціальний переріз (10) в області резонансу зображені на рис. 5, 6, та 7. Єдиний пік по розмірності M_X^2 чітко видно в області резонансу. В цьому розділі застосовуються такі недостосовані значення параметрів: $A_0 = 10^3$ мб/ГеВ^2 і $t_0 = 0,71$ ГеВ^2.

4. Перерізи процесу

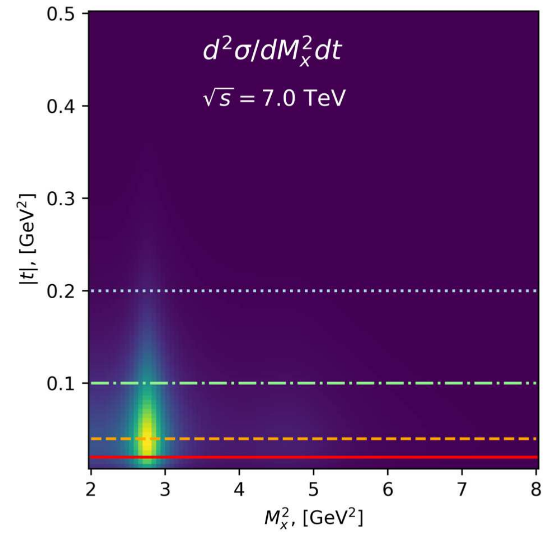
У цьому розділі ми обчислимо диференціальний та інтегральний перерізи та достосуємо їх до експериментальних даних, щоб знайти значення параметрів A_0 і t_0.

Спочатку ми інтегруємо подвійний диференціальний переріз (11) по M_X^2 у резонансній області, щоб обчислити диференціальний переріз,

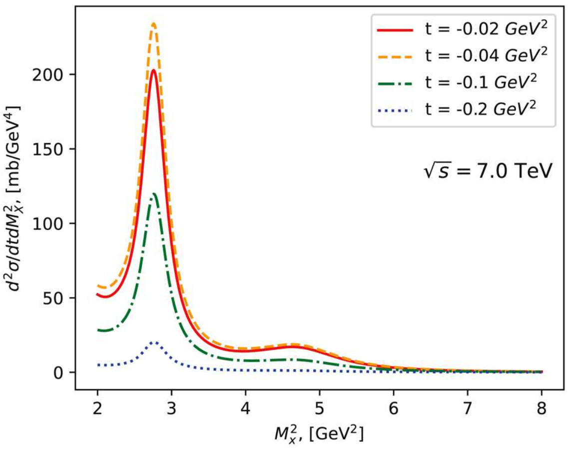
$$\frac{d\sigma}{dt}(t) = \int\limits_2^8 \frac{d^2\tilde{\sigma}}{dtdM_x^2}\left(t, M_x^2\right) dM_x^2 =$$

$$= \int\limits_2^8 \frac{d^2\sigma}{dtdM_x^2}\left(t, M_x^2\right) dM_x^2 + b_0, \quad (12)$$

де b_0 – це проста модель фонового внеску, що була розглянута в попередньому розділі. Потім ми достосуємо параметри рівняння (12) до експериментальних даних [10] за допомогою коду ROOT

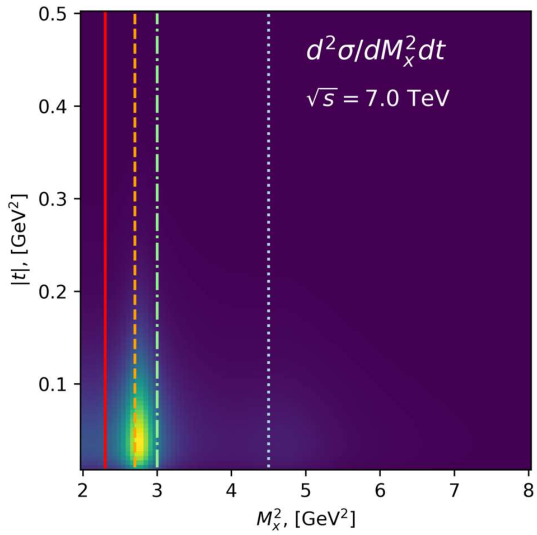


а

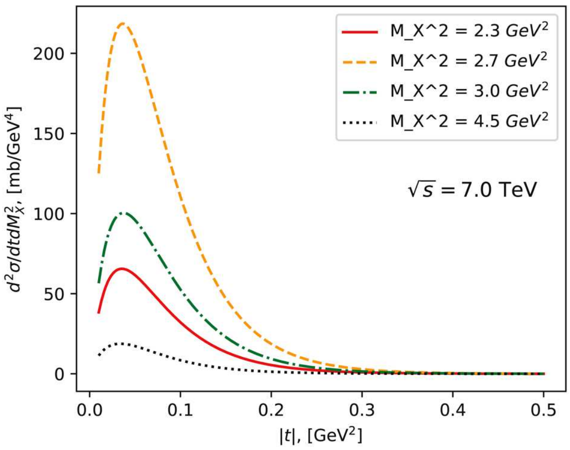


б

Рис. 6. Диференціальний переріз $d^2\sigma/dtdM_X^2$ (10) у площині $\left(t,\ M_X^2\right)$ в резонансній області $0 \leqslant -t \leqslant 0{,}5$ ГеВ^2 (*а*); піки у залежності $d^2\sigma/dtdM_X^2$ від M_X^2 при фіксованих значеннях t (*б*)



а



б

Рис. 7. Диференціальний переріз $d^2\sigma/dtdM_X^2$ (10) у площині $\left(t,\ M_X^2\right)$ в резонансній області $0 \leqslant -t \leqslant 0{,}5$ ГеВ^2 (*а*); піки у залежності $d^2\sigma/dtdM_X^2$ від t при фіксованих значеннях M_X^2 (*б*)

фреймворку `Minuit`. Процедура достосування збігається з $\chi^2/\mathrm{d.o.f} \approx 1{,}07$: в результаті ми отримуємо такі значення параметрів: $A_0 = 35{,}58$ мб/ГеВ^2, $t_0 = 1{,}486$ ГеВ^2, і $b_0 = 8{,}2$ мб/ГеВ^2. Результат процедури достосування показано на рис. 8.

Наступним кроком є інтегрування рівняння (12) по $t \in [0, 0, 5]$ для обчислення перерізу

$$\sigma_{\mathrm{SDD}} = \int\limits_{-s}^{0}\int\limits_{2}^{8} \frac{d^2\sigma}{dtdM_X^2}\left(t, M_X^2\right) dM_X^2 dt + b, \tag{13}$$

де b – це фоновий внесок. Зауважимо, що у нас немає надійної моделі для фону; тому ми пом'якшуємо зв'язок між b_0 і b та достосовуємо їх окремо. Достосування диференціального перерізу $d\sigma/dt$ дає нам розумну оцінку для $t_0 = 1{,}486$ ГеВ^2, яку ми можемо використати при достосуванні перерізу. Процедура достосування збігається, даючи $\chi^2/\mathrm{d.o.f.} = 14{,}03$ без фонового внеску та значення $A_0 = 565 \pm 3{,}11$ мб/ГеВ^2. Врахування сталого фонового внеску b дає нам кращий результат $\chi^2/\mathrm{d.o.f.} = 10{,}72$. Значення параметрів у цьо-

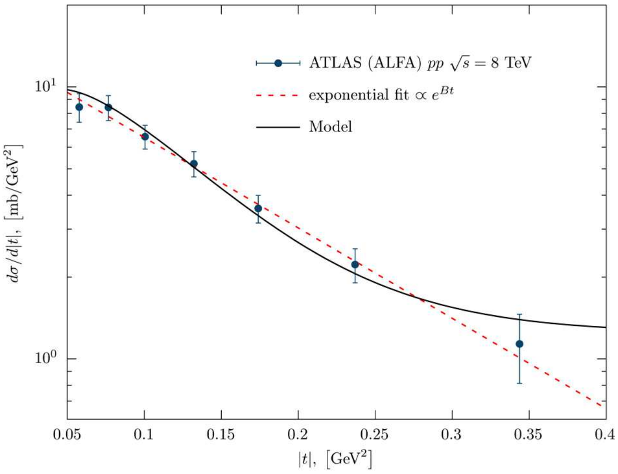


Рис. 8. Диференціальний переріз $d\sigma/dt$ для одинарної дифракційної дисоціації як функція $|t|$. Штрихова лінія показує експоненціальне достосування експериментальним даним [10]. Суцільна лінія – відповідає модельному достосуванню зі сталим фоновим внеском b_0

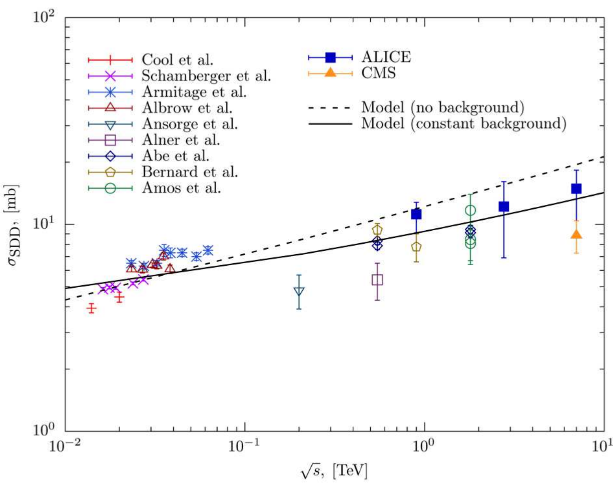


Рис. 9. Переріз для одинарної дифракційної дисоціації як функція $\sqrt{s}$. Штрихова лінія — модельне достосування експериментальних даних [5–9, 22–28] без жодного фонового внеску. Суцільна лінія — достосування зі сталим фоновим внеском b

му випадку такі: $A_0 = 378,43 \pm 16{,}68$ мб/ГеВ^2 і $b = 1{,}85 \pm 0{,}16$ мб/ГеВ^2.

5. Генерація подій з малою масою

Значення диференціальних перерізів, отримані в попередньому розділі, забезпечують засоби для генерації подій для одинарних дифракційних проце-

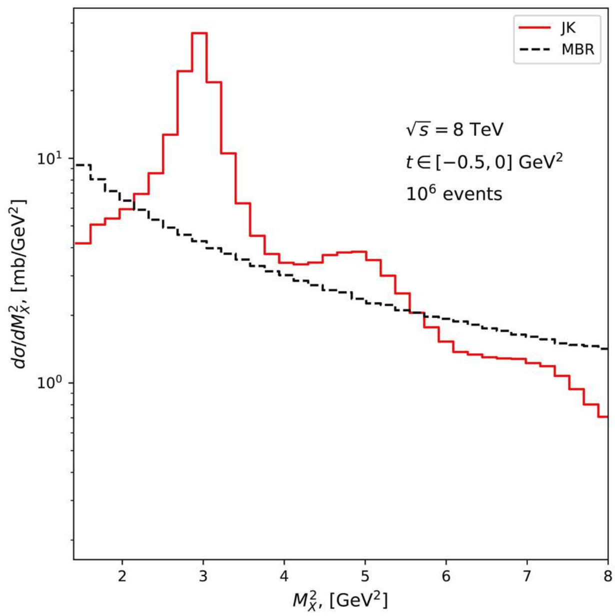


Рис. 10. Порівняння результатів розглянутої моделі і MBR симуляції в Pythia 8 при $\sqrt{s} = 7$ ТеВ

сів з малою масою. У цьому контексті квадрат переданого 4-імпульсу t і квадрат маси M_X^2 дисоційованої системи стають випадковими величинами. Спільна густина імовірності t і M_X^2 задається подвійним диференціальним перерізом (10) при фіксованому значенні $\sqrt{s}$,

$$\rho\left(M_X^2, t\right) = \frac{1}{N} \frac{d^2\sigma}{dt dM_X^2}\left(M_X^2, t\right), \tag{14}$$

де $N = \sigma_{\mathrm{SDD}}\left(\sqrt{s}\right)$ – це коефіцієнт нормування, що забезпечує рівність повної ймовірності одиниці, а $\sigma_{\mathrm{SDD}}\left(\sqrt{s}\right)$ – це інтегрований переріз одинарної дифракційної дисоціації (13). Як обговорювалося в попередньому розділі, ми розглядаємо область визначення $M_X^2 \in$ (2–8) ГеВ^2.

Щоб створити подію, ми вибираємо пару (t, M_X^2) із густини ймовірності (14). Хоча це можна зробити кількома способами (наприклад, методом прийняття-відхилення [29]), ми дотримуємося алгоритму, який використовується при моделюванні Рокфеллера з мінімальним зміщенням (Minimum Bias Rockefeller, MBR) [30], реалізованого в генераторі подій Pythia 8. Ідея полягає в тому, щоб почати з вибірки значення M_X^2 із граничної функції густини ймовірності

$$\rho_{M_X}(M_X^2) = \int\limits_{t_{\min}}^{0} \rho(M_X^2, t)\, dt =$$
$$= \frac{1}{N} \int\limits_{t_{\min}}^{0} \frac{d^2\sigma}{dtdM_X^2}(M_X^2, t)\, dt, \tag{15}$$

де параметр $t_{\min} = -1$ ГеВ^2 визначає нижню межу інтегрування, відсікаючи область малих значень перерізу. Інтеграл у формулі (15) обчислюється чисельно.

Далі значення t вибирається з функції умовної густини ймовірності

$$\rho_t\left(t \mid M_X^2\right) = \frac{\rho\left(M_X^2, t\right)}{\rho_{M_X}\left(M_X^2\right)}. \tag{16}$$

Нарешті, згенерована пара (t, M_X^2) разом зі змінною Мандельштама s дає нам 4-імпульси протона та дисоційованої системи в кінцевих станах, які можна обчислити в рамках релятивістської кінематики розсіяння двох тіл.

У резонансній області з малими масами можна побачити значну різницю між двома підходами. Моделювання MBR приводить до монотонно спадаючої поведінки перерізу в області малих мас. В той самий час, розглянута модель прогнозує дуже немонотонну залежність з численними піками, що відповідають резонансам.

6. Підсумок

Проведено поглиблений аналіз поведінки диференціальних перерізів у резонансній області з постійним фоновим внеском, зокрема при малих масах M_X. Обговорюється уточнення параметрів моделі шляхом включення нових експериментальних даних, що підвищує точність та можливості прогнозування. Достосування диференціальних і повних перерізів виконувалося за допомогою C++ програм у пакеті ROOT, зокрема з використанням Minuit для оптимізації параметрів. Результати представлені у вигляді числових значень параметрів моделі та показників відповідності, а також графічних зображень. Для розрахунків використовувалися найновіші дані з баз даних ATLAS, ALICE, та CMS.

Показано, що кращу відповідність нових даних щодо повного перерізу можна отримати, беручи до уваги постійний фоновий внесок b. З іншого боку, в такій моделі важко описати дані для диференціального перерізу поза резонансною областю. Це пов'язано з тим, що постійний внесок у диференціальний переріз не дає точного опису при більших значеннях переданого імпульсу t. У цій області переріз має йти до нуля; натомість сталий фон b_0 призводить до нефізичної поведінки системи. Проста експоненціальна модель показує кращі результати в цьому випадку. Належне моделювання фонових внесків може потенційно дати суттєві покращення в точності результатів і має стати центром майбутніх досліджень. Наприклад, для цієї мети можна використати складнішу модель фону [31].

Модель постійного фону використовувалася для моделювання генерації подій у Pythia 8. Модель порівнювалася з методами MBR у резонансній області при малих масах. Було показано, що на відміну від методу MBR, наш метод демонструє немонотонну поведінку, яка характеризується піками, що описують резонанси.

Автори вдячні проф. Л.Л. Єнковському за цінну дискусію. Ця робота фінансувалася в рамках проєкту EURIZON, який фінансується Європейським Союзом за грантовою угодою № 871072.

1. K.A. Goulianos. Diffractive interactions of hadrons at high-energies. *Phys. Rept.* **101**, 169 (1983).
2. E. Feinberg, I. Pomeranchuk. High energy inelastic diffraction phenomena. *Nuovo Cimento Suppl.* **3**, 652 (1956).
3. M. L. Good, W. D. Walker. Diffraction disssociation of beam particles. *Phys. Rev.* **120**, 1857 (1960).
4. G. Antchev *et al.* (TOTEM Collaboration). Double diffractive cross-section measurement in the forward region at the LHC. *Phys. Rev. Lett.* **111**, 262001 (2013).
5. V. Khachatryan *et al.* Measurement of diffractive dissociation cross sections in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV. *Phys. Rev. D* **92**, 012003 (2015).
6. M.G. Albrow *et al.* Inelastic diffractive scattering at the CERN ISR. *Nucl. Phys. B* **108**, 1 (1976).
7. R. E. Ansorge *et al.* Diffraction dissociation at the CERN pulsed collider at CM energies of 900-GeV and 200-GeV. *Z. Phys. C* **33**, 175 (1986).
8. D. Bernard *et al.* The cross section of diffraction dissociation at the CERN SPS collider. *Phys. Lett. B* **186**, 227 (1987).
9. B. Abelev *et al.* Measurement of inelastic, single- and double-diffraction cross sections in proton–proton collisi-

ons at the LHC with ALICE. *Eur. Phys. J. C* **73**, 2456 (2013).
10. The ATLAS collaboration, G. Aad *et al.* Measurement of differential cross sections for single diffractive dissociation in $\sqrt{s} = 8$ TeV pp collisions using the ATLAS ALFA spectrometer. *J. High Energy Phys.* **2020**, 42 (2020).
11. L.L. Jenkovszky, O.E. Kuprash, J.W. Lämsä, V.K. Magas, R. Orava. Dual-Regge approach to high-energy, low-mass diffraction dissociation. *Phys. Rev. D* **83**, 056014 (2011).
12. M. Baker, K.A. Ter-Martirosyan. Gribov's Reggeon calculus: Its physical basis and implications. *Phys. Rep.* **28**, 1 (1976).
13. P.D.B. Collins. *An Introduction to Regge Theory and High Energy Physics* (Cambridge University Press, 2023).
14. K. Hagiwara *et al.* (Particle Data Group). Review of particle properties. *Phys. Rev. D* **66**, 010001 (2002).
15. L. Jenkovszky, R. Schicker, I. Szanyi. Elastic and diffractive scatterings in the LHC era. *Int. J. Mod. Phys. E* **27**, 1830005 (2018).
16. I. Szanyi, L. Jenkovszky, R. Schicker, V. Svintozelskyi. Pomeron/glueball and odderon/oddball trajectories. *Nucl. Phys. A* **998**, 121728 (2020).
17. L. Jenkovszky, R. Schicker, I. Szanyi. Dip-bump structure in proton's single diffractive dissociation at the Large Hadron Collider. *Universe* **10**, 208 (2024).
18. S. Donnachie, G. Dosch, P. Landshoff, O. Nachtmann. *Pomeron Physics and QCD* (Cambridge University Press, 2002).
19. R. Fiore, A. Flachi, L.L. Jenkovszky, A.I. Lengyel, V.K. Magas. Kinematically complete analysis of the CLAS data on the proton structure function F_2 in a Regge-dual model. *Phys. Rev. D* **69**, 014004 (2004).
20. F. Halzen, A.D. Martin. *Quarks and leptons* (John Wiley and Sons, 1984).
21. R. Fiore, L.L. Jenkovszky, F. Paccanoni, A. Prokudin. Baryonic Regge trajectories with analyticity constraints. *Phys. Rev. D* **70**, 054003 (2004).
22. R.L. Cool, K. Goulianos, S.L. Segler, H. Sticker, S.N. White. Diffraction dissociation of $\pi^{\pm}$, $K^{\pm}$, and $p^{\pm}$ at 100 and 200 GeV/c. *Phys. Rev. Lett.* **47**, 701 (1981).
23. R.D. Schamberger, J. Lee-Franzini, R. McCarthy, S. Childress, P. Franzini. Mass spectrum of proton-proton inelastic interactions from 55 to 400 GeV/c at small momentum transfer. *Phys. Rev. D* **17**, 1268 (1978).
24. J.C.M. Armitage *et al.* Diffraction dissociation in proton-proton collisions at ISR energies. *Nucl. Phys. B* **194**, 365 (1982).
25. G.J. Alner *et al.* UA5: A general study of proton-antiproton physics at $\sqrt{s} = 546$ GeV. *Phys. Rep.* **154**, 247 (1987).
26. F. Abe *et al.* Measurement of $p\bar{p}$ single diffraction dissociation at $\sqrt{s} = 546$ and 1800 GeV. *Phys. Rev. D* **50**, 5535 (1994).
27. N.A. Amos *et al.* A luminosity-independent measurement of the pp total cross section at $\sqrt{s} = 1.8$ TeV. *Phys. Lett. B* **243**, 158 (1990).
28. N.A. Amos *et al.* Diffraction dissociation in pp collisions at $\sqrt{s} = 1.8$ TeV. *Phys. Lett. B* **301**, 313 (1993).
29. L. Devroye. *Non-Uniform Random Variate Generation* (Springer, 1986).
30. R. Ciesielski, K. Goulianos. MBR Monte Carlo smulation in PYTHIA8. *PoS* **ICHEP2012**, 301 (2013).
31. L.L. Jenkovszky, O.E. Kuprash, R. Orava, A. Salii. Low missing mass, single and double diffraction dissociation at the LHC. *Phys. At. Nucl.* **77**, 1463 (2014).

Одержано 06.04.25.
Переклад на українську мову О.І. Войтенко

O.S. Potiienko, D.V. Zhuravel,
N.O. Chudak, D.M. Riabov

SIMULATION OF SINGLE
DIFFRACTION DISSOCIATION
IN RESONANCE REGION AT LHC ENERGIES

The single diffraction dissociation duality-based model is studied at low missing masses in the light of new experimental data. The distinguishing feature of the model is the nonlinear Regge proton trajectory used to account for the resonances contributions to the cross-sections. It helps to classify and understand the spectrum of excited states of a proton and their decays, providing insights into the internal structure and dynamics of particles. The behavior of the differential cross-section in the resonance region at small missing masses M_x is investigated. All other resonances that are not taken into account are modeled using the constant background contribution. The possibility and correctness of such a choice is discussed. The model parameters are refined in the light of new experimental data.

K e y w o r d s: single diffraction dissociation, structure function of a proton, resonance region, low missing masses, cross-section, event generation.