В.Г. БАР'ЯХТАР,[1] О.Г. ДАНИЛЕВИЧ[1, 2]

[1] Інститут Магнетизму НАН України та МОН України
(Бульв. Академіка Вернадського, 36б, Київ 03142; e-mail: vbar@imag.kiev.ua)
[2] Національний технічний університет України
"Київський Політехнічний Інститут імені Ігоря Сікорського"
(Просп. Перемоги, 37, Київ 03056; e-mail: alek_tony@ukr.net)

УДК 539

ЗАТУХАННЯ МАГНІТОПРУЖНИХ ХВИЛЬ

Представлено загальний метод побудови моделі дисипативної функції, що описує релаксаційні процеси, зумовлені затуханням зв'язаних магнітоакустичних хвиль у магнітовпорядкованих матеріалах. Отримана модель дисипативної функції базується на врахуванні симетрії магнетика та описує як обмінну, так і релятивістичну взаємодію в кристалі. При цьому враховано внески в дисипацію як магнітної і пружної підсистеми, так і релаксацію, пов'язану з магнітопружною взаємодією. Розраховано закон дисперсії зв'язаних магнітопружних хвиль для одноосного феромагнетика типу "легка вісь". Показано, що внесок магнітопружної взаємодії в дисипативні процеси може відігравати суттєву роль у випадку магнітоакустичного резонансу.

Ключові слова: магнітопружна взаємодія, дисипативна функція, закон дисперсії, одноосний феромагнетик, релаксація.

1. Вступ

Зв'язані магнітопружні коливання являють собою складне природне явище, що є наслідком взаємодії магнітної підсистеми кристала з його кристалічною ґраткою. Такий тип коливань є об'єктом широкого дослідження впродовж багатьох років [1, 2] і для них наразі отримана низка важливих фундаментальних результатів [3–5].

Вплив магнітопружної взаємодії на спектри спінових та пружних коливань зазвичай є досить малим. Але така взаємодія істотно проявляється у випадку магнітоакустичного резонансу тоді, коли частота спінової хвилі наближається до частоти звуку, і спостерігається відштовхування квазіспінової і квазізвукової гілок хвильового спектра [3, 4]. Також дослідження показують, що магнітопружна взаємодія збільшується з наближенням магнітовпорядкованих систем до спінпереорієнтаційних фазових переходів [4] або структурних фазових переходів у ґратці [6, 7].

В останній час вивчення явища взаємодії магнітної та пружної підсистем набуває нової актуальності, це пов'язано з багаточисельними експериментальними дослідженнями [8–11], які проводяться на магнітовпорядкованих системах, в котрих така взаємодія може також бути досить великою [10, 11]. Результати сучасних досліджень, як експериментальних [11], так і теоретичних [12] вказують на створення особливих умов розповсюдження коливань під впливом магнітопружної взаємодії. Магнітопружна взаємодія може приводити до невзаємності розповсюдження як спінових, так і пружних хвиль в багатошарових структурах різного типу [11, 12]. Такі результати можуть свідчити про можливість використання впливу магнітопружної взаємодії в сучасних функціональних елементах квантової обробки інформації, що основані на принципах магноніки та магнітної спінтроніки [13, 14].

Очевидно, що повний опис колективних магнітопружних коливань не можливий без врахування їх затухання. На жаль, нечисельні дослідження дисипації магнітопружних коливань обмежуються врахуванням затухання тільки спінових хвиль на основі релаксаційного доданка у формі Гільберта [15]. Варто зауважити, що розгляд цього питання в рамках моделей Ландау–Ліфшиця [16] або Гільберта [15], з використанням відповідних релаксаційних доданків, є не коректним [17, 18]. Ці моделі не враховують симетрію кристала, яка напряму впливає на розповсюдження пружних хвиль, до того ж, наявність в багатьох випадках просторових неоднорідностей говорить про необхідність враховувати релаксаційні процеси обмінної природи. Також, підхід, при якому розглядається затухання тільки спінових хвиль, безперечно, не може бути коректним, оскільки при цьому абсолютно не враховуються релаксаційні процеси, які можуть бути пов'язані з магнітопружною взаємодією. Також важливим є одночасне врахування в цій ситуації і чисто пружної релаксації.

Свого часу авторами була розвинута феноменологічна теорія опису релаксаційних явищ в магнетиках, яка дозволяє врахувати релаксацію обмінної природи [19, 20]. Виходячи з принципів, викладених у цих роботах, автори пропонують модель опису дисипації зв'язаних магнітопружних хвиль та наводять механізм побудови загальної дисипативної функції для таких коливань.

2. Дисипативна функція для магнітопружних коливань

Для побудови дисипативної функції, що описує затухання колективних магнітоаукстичних хвиль, будемо виходити з виразу для повної енергії (квазірівноважного термодинамічного потенціалу) феромагнетика:

$$F = \int f \left(\mathbf{M},\ \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_i} \right) dV, \tag{1}$$

в цьому виразі $\mathbf{M} = \mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$ – вектор намагніченості, а $f(\mathbf{M},\ \partial\mathbf{M}/\partial x_i)$ – це густина повної енергії, що у даному випадку повинна складатися з магнітної f_m, пружної f_e та магнітопружної f_{me} частин:

$$f(\mathbf{M},\ \partial\mathbf{M}/\partial x_i) = f_m + f_e + f_{me}. \tag{2}$$

Побудова такого квазірівноважного термодинамічного потенціалу феромагнетика є фундаментальним результатом роботи [16]. Ця побудова базується на міркуваннях симетрії кристала й поділі взаємодій у ферромагнетику на два класи – слабкі релятивістські взаємодії й сильна обмінна взаємодія. Не менш фундаментальним результатом є вивід рівняння динаміки магнітного моменту, що отримало назву рівняння Ландау–Ліфшиця:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H}^{\text{eff}} + \mathbf{R}, \tag{3}$$

та введення ефективного магнітного поля, як варіаційної похідної від термодинамічного потенціалу феромагнетика по наманіченості:

$$\mathbf{H}^{\text{eff}} = -\frac{\delta F}{\delta \mathbf{M}} = -\frac{\partial F}{\partial \mathbf{M}} + \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial F}{\partial \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_i}} - \\ - \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \frac{\partial F}{\partial \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial x_i^2}} + ... + (-1)^{n+1} \frac{\partial^n}{\partial x_i^n} \frac{\partial F}{\partial \frac{\partial^n \mathbf{M}}{\partial x_i^n}}. \tag{4}$$

Доданок $\mathbf{R}$, що відповідає за релаксацію намагніченості у рівнянні Ландау–Ліфшиця було запропоновано Ландау виходячи з загальних фізичних уявлень про дисипативні процеси [16]. Більш пізніше Гільберт побудував дисипативну функцію феромагнетика, яка відповідає релаксації Ландау–Ліфшиця, і запропонував запис релаксаційного доданка через похідну по часу від намагніченості [15]. Незважаючи на векторне рівняння руху, релаксаційний член Ландау–Ліфшиця–Гільберта характеризується одною релаксаційною постійною, що відповідає ізотропному середовищу. Розгляд виразу для релаксаційного доданка у моделях [15, 16] показує, що у ньому ніяк не врахована симетрія магнітного матеріалу, що призводить до багатьох фізичних протиріч [17, 18]. Також важливо зазначити, що релаксаційний доданок у формі Ландау–Ліфшиця або Гільберта зумовлений спін-спіновими та спін-орбітальними взаємодіями, що, в свою чергу, не дає можливості враховувати важливі в багатьох випадках дисипативні процеси, зумовлені обмінною взаємодією в кристалі [19, 20].

В класичних роботах Л.Д. Ландау та Е.М. Ліфшиця [21, 26] запропоновано описувати релаксаційні процеси використовуючи в рівняннях руху відповідну дисипативну функцію, яка має бути квадратичною додатною формою. Згідно з основними феноменологічними принципами, дисипативна функція $Q = \int q dV$ будується за тими самими правилами, що й квазірівноважний термодинамічний потенціал, та повинна включати доданки, тієї ж природи, що й повна енергія кристала [21, 26]. Отже, цілком логічно представити густину дисипативної функції q, подібно до виразу (2), у вигляді суми трьох доданків, що описують релаксаційні процеси відповідно магнітної, пружної та магнітопружної природи:

$$q = q_m + q_e + q_{me}. \tag{5}$$

Методика побудови дисипативної функції для магнітних коливань була подана авторами в роботах [19, 20]. Відповідно до неї, q_m може бути представлена, як квадратична форма від ефективного магнітного поля та його просторових похідних:

$$q_m = \frac{1}{2}\lambda^r_{ik}\, H^{\rm eff}_i H^{\rm eff}_k + \frac{1}{2}\,\lambda^{\rm ex}_{ik}\frac{\partial \mathbf{H}^{\rm eff}}{\partial x_i}\frac{\partial \mathbf{H}^{\rm eff}}{\partial x_k} + \dots . \qquad (6)$$

Тут тензор λ^r_{ik} характеризує дисипативні процеси релятивістської природи, а $\lambda^{\rm ex}_{ik}$ – обмінної.

Пружна частина густини дисипативної функції повинна залежити від похідних тензора деформацій по часу і також має бути квадратичною [21]. Отже найбільш загальний вигляд такої функції буде:

$$q_e = \frac{1}{2}\eta_{ij,sp}\,\frac{\partial E_{ij}}{\partial t}\frac{\partial E_{sp}}{\partial t}. \qquad (7)$$

Тензор четвертого рангу $\eta_{ij,sp}$ називається тензором в'язкості і його компонети визначаються симетрією кристала, аналогічно тензору пружності, який входить до пружної енергії [21].

Магнітопружну частину дисипативної функції будемо будувати виходячи з аналогічних принципів та міркувань. З виразів (6) та (7) випливає, що вона має складатися з похідних тензора деформацій по часу та компонент ефективного магнітного поля. Дисипативна функція, як відомо, повинна бути інваріантна щодо перетворень групи симетрії кристала. Отже магнітопружну частину дисипативної функції необхідно будувати з інваріантів добутків похідних тензора деформацій по часу та градієнтів ефективного магнітного поля у вигляді квадратичної форми:

$$q_{me} = \frac{1}{2}\beta_{ij,sp}\,\frac{\partial E_{ij}}{\partial t}\left(\frac{\partial H^{\rm eff}_s}{\partial x_p} + \frac{\partial H^{\rm eff}_p}{\partial x_s}\right). \qquad (8)$$

Тензор $\beta_{ij,sp}$ характеризує внесок магнітопружної взаємодії у дисипацію енергії зв'язаних коливань і за аналогією з тензором в'язкості має бути четвертого рангу. Отже, ефективне магнітне поле не може входити в q_{me} у лінійному вигляді. Також дисипативна функція має бути інваріантною до операції відображення часу, отже, в q_{me} не можуть входити і парні степені ефективного магнітного поля (або його градієнтів).

Продемонструємо, відповідно до запропонованої методики, механізм побудови дисипативної функції для феромагнетика одноосної симетрії. Для цього, спершу, необхідно записати вирази для компонент густини повної енергії (2). Магнітна частина енергії одноосного феромагнетика у зовнішньому магнітному полі $\mathbf{H}$ буде мати такий вигляд:

$$f_m = \frac{(\boldsymbol{\mu}^2-1)^2}{8\chi} + \frac{1}{2}\alpha_{ik}\frac{\partial \boldsymbol{\mu}}{\partial x_i}\frac{\partial \boldsymbol{\mu}}{\partial x_k} - \\ - \frac{1}{2}K_1\mu_z^2 - \frac{1}{2}K_2\mu_z^4 - \mathbf{MH}, \qquad (9)$$

де χ – поздовжня магнітна сприйнятливість, α_{ik} – тензор, що характеризує неоднорідну обмінну взаємодію (для спрощення будемо розглядати випадок $\alpha_{ik} = {\rm diag}(\alpha,\alpha,\alpha)$), K_1 і K_2 – константи одноосної анізотропії (всі константи мають розмірність енергії), $\boldsymbol{\mu} = (\mathbf{M}/M_0)$ – нормований вектор намагніченості, M_0 – намагніченість насичення. Перший доданок в цьому виразі враховує однорідну обмінну взаємодію, яка може вносити суттєвий внесок при розгляді дисипативних процесів обмінної взаємодії. Цей внесок особливо важливий для опису диссипации магнітних солітонів [22–25], в тому числі доменних стінок [24] і блохівських точок [25].

Пружна енергія одноосного кристала може бути записана у вигляді [21]:

$$f_e = \frac{1}{2}C_{11}\left(E_{xx}+E_{yy}\right)^2 + \frac{1}{2}C_{33}E_{zz}^2 + \\ + C_{13}\left(E_{xx}+E_{yy}\right)E_{zz} + 2C_{44}\left(E_{xz}+E_{yz}\right)^2 + \\ + \frac{1}{2}C_{66}(E_{xx}^2+E_{yy}^2+2E_{xy}^2), \qquad (10)$$

де E_{ik} – компоненти тензора деформацій, C_{ik} – пружні модулі другого прядка (компоненти тензора пружності) для одноосного кристала.

Останній доданок у виразі (2) визначає взаємодію між магнітною і пружною підсистемами, для одноосної симетрії він буде мати вигляд [26, 27]:

$$f_{me} = \frac{1}{2}B_{11}\left(\mu_x^2+\mu_y^2\right)\left(E_{xx}+E_{yy}\right) + \frac{1}{2}B_{33}\mu_z^2E_{zz} + \\ + \frac{1}{2}B_{13}\mu_z^2\left(E_{xx}+E_{yy}\right) + \frac{1}{2}B_{31}\left(\mu_x^2+\mu_y^2\right)E_{zz} + \\ + \frac{1}{2}B_{44}\left(\mu_x\mu_zE_{xz}+\mu_y\mu_zE_{yz}\right) + \\ + \frac{1}{2}B_{66}(\mu_x^2E_{xx}+\mu_y^2E_{yy}+2\mu_x\mu_yE_{xy}), \qquad (11)$$

де B_{ik} – константи магнітопружної взаємодії для випадку одноосной симетрії.

Слідуючи роботам [19, 20], тензори для феромагнетика одноосної симетрії, що характеризують релаксацію спінових хвиль мають вигляд: $\lambda_{ik}^r = \mathrm{diag}(\lambda^r, \lambda^r, 0)$, $\lambda_{ik}^{\mathrm{ex}} = \mathrm{diag}(\lambda^{\mathrm{ex}}, \lambda^{\mathrm{ex}}, \lambda^{\mathrm{ex}})$. Тоді, магнітну складову (6) дисипативної функції можна представити у вигляді:

$$q_m = \frac{1}{2}\lambda^r \left(\left(H_x^{\mathrm{eff}}\right)^2 + \left(H_y^{\mathrm{eff}}\right)^2\right) + \frac{1}{2}\lambda^{\mathrm{ex}} \left(\frac{\partial \mathbf{H}^{\mathrm{eff}}}{\partial x_i}\right)^2. \quad (12)$$

Пружну частину (7) дисипативної функції необхідно будувати аналогічно відповідній складовій повної енергії (10), отже для одноосного кристала буде:

$$q_e = \frac{1}{2}\eta_{11}\left(\frac{\partial E_{xx}}{\partial t} + \frac{\partial E_{yy}}{\partial t}\right)^2 + \frac{1}{2}\eta_{33}\left(\frac{\partial E_{zz}}{\partial t}\right)^2 + \\ + \eta_{13}\left(\frac{\partial E_{xx}}{\partial t} + \frac{\partial E_{yy}}{\partial t}\right)\frac{\partial E_{zz}}{\partial t} + 2\eta_{44}\left(\frac{\partial E_{xz}}{\partial t} + \frac{\partial E_{yz}}{\partial t}\right)^2 + \\ + \frac{1}{2}\eta_{66}\left(\left(\frac{\partial E_{xx}}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial E_{yy}}{\partial t}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial E_{xy}}{\partial t}\right)^2\right). \quad (13)$$

Магнітопружну частину дисипативної функції будемо будувати виходячи з загальної форми (8) за аналогією з відповідною частиною повної енергії феромагнетика

$$q_{me} = \beta_{11}\left(\frac{\partial E_{xx}}{\partial t} + \frac{\partial E_{yy}}{\partial t}\right)\left(\frac{\partial H_x^{\mathrm{eff}}}{\partial x} + \frac{\partial H_y^{\mathrm{eff}}}{\partial y}\right) + \\ + \beta_{33}\frac{\partial E_{zz}}{\partial t}\frac{\partial H_z^{\mathrm{eff}}}{\partial z} + \beta_{13}\left(\frac{\partial E_{xx}}{\partial t} + \frac{\partial E_{yy}}{\partial t}\right)\frac{\partial H_z^{\mathrm{eff}}}{\partial z} + \\ + \beta_{31}\frac{\partial E_{zz}}{\partial t}\left(\frac{\partial H_x^{\mathrm{eff}}}{\partial x} + \frac{\partial H_y^{\mathrm{eff}}}{\partial y}\right) + \\ + 2\beta_{44}\frac{\partial E_{xz}}{\partial t}\left(\frac{\partial H_x^{\mathrm{eff}}}{\partial z} + \frac{\partial H_z^{\mathrm{eff}}}{\partial x}\right) + \\ + 2\beta_{44}\frac{\partial E_{yz}}{\partial t}\left(\frac{\partial H_y^{\mathrm{eff}}}{\partial z} + \frac{\partial H_z^{\mathrm{eff}}}{\partial y}\right) + \\ + \beta_{66}\left(\frac{\partial E_{xx}}{\partial t}\frac{\partial H_x^{\mathrm{eff}}}{\partial x} + \frac{\partial E_{yy}}{\partial t}\frac{\partial H_y^{\mathrm{eff}}}{\partial y}\right) + \\ + 2\,\beta_{66}\frac{\partial E_{xy}}{\partial t}\left(\frac{\partial H_x^{\mathrm{eff}}}{\partial y} + \frac{\partial H_y^{\mathrm{eff}}}{\partial x}\right). \quad (14)$$

Таким чином формули (12), (13) та (14) дають нам повний вираз дисипативної функції. На основі отриманої дисипативної функції можна розраховувати частоти зв'язаних магнітопружних коливань з врахуванням їх затухання.

3. Закон дисперсії магнітопружних хвиль в одноосному феромагнетику типу "легка вісь"

На основі отриманих результатів проведемо розрахунок закону дисперсії зв'язаних магнітопружних хвиль для основного стану "легка вісь" одноосного феромагнетика. В цьому випадку магнітний момент феромагнетика μ направлений вздовж осі легкого намагнічування Oz, а умовою існуванн стану є $K_1 + K_2 > 0$ [28]. Відповідно до стандартної методики феноменологічного опису динаміки магнітного моменту [3,20], будемо розглядати малі адіабатичні коливання густини магнітного моменту μ феромагнетика. Відповідно до цього можна записати, що:

$$\boldsymbol{\mu}(\mathbf{r}, t) = \boldsymbol{\mu}_0 + \mathbf{m}(\mathbf{r}, t), \quad (15)$$

де $\mathbf{m}(\mathbf{r}, t)$ – малі відхилення від рівноважного значення $\boldsymbol{\mu}_0$ внаслідок флуктуацій, а рівноважне значення вектора намагніченості в фазі "легка вісь" буде відповідно мати компоненти: $\boldsymbol{\mu}_0 = (0, 0, 1)$.

Аналогічно тому, як і для магнітного моменту $\boldsymbol{\mu}$, компоненти тензора деформацій E_{ik} також можуть бути представлені у вигляді суми рівноважних значень E_{ik0} і малих відхилень від них ε_{ik}:

$$E_{ik}(\mathbf{r}, t) = E_{ik}^0 + \varepsilon_{ik}(\mathbf{r}, t). \quad (16)$$

Рівноважні значення компонент тензора деформацій для основних станів одноосного феромагнетика легко знайти з умови $\frac{\partial f}{\partial E_{ik}}$. У даному основному стані відмінними від нуля є такі рівноважні значення компонент [5]:

$$E_{xx}^0 = E_{yy}^0 = \frac{B_{13}C_{33} - B_{33}C_{13}}{2(2C_{13}^2 - C_{33}(2C_{11} + C_{66}))}, \\ E_{zz}^0 = \frac{-B_{13}C_{13} - B_{33}(2C_{11} + C_{66})}{2(2C_{13}^2 - C_{33}(2C_{11} + C_{66}))}. \quad (17)$$

Неоднорідна частина тензора пружних деформацій може бути виражена через вектор зміщень частинок $\mathbf{U}$ за формулою [4]:

$$\varepsilon_{ik}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k}{\partial x_i}\right). \quad (18)$$

Закони дисперсії зв'язаних магнітопружних хвиль можна розрахувати за допомогою рівняння динаміки для вектора намагніченості (3), яке після

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} = -\gamma\mu \times \mathbf{H}^{\text{eff}} + \mathbf{R}_m, \tag{19}$$

та рівнянням динаміки для вектора зміщень частинок [4, 21]:

$$\rho\frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2} = -\frac{\delta F}{\delta \mathbf{U}} + \mathbf{R}_e. \tag{20}$$

В цих рівняннях $\gamma \approx \frac{2|\mu_B|}{\hbar}$ – гіромагнітне співвідношення, ρ – густина речовини магнетика.

Релаксаційні доданки в динамічних рівняннях (19) та (20) можна отримати як варіації від дисипативної функції магнетика [20, 21]:

$$\mathbf{R}_m = \frac{\delta Q}{\delta \mathbf{H}^{\text{eff}}}, \mathbf{R}_e = \frac{\delta Q}{\delta\left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t}\right)}. \tag{21}$$

Будемо розглядати коливання, хвильовий вектор яких направлений вздовж магнітного моменту кристала, отже він буде мати компоненти: $\mathbf{k} \parallel \mu_0 \parallel Oz$. Тоді відмінними від нуля залишаться такі компоненти тензора пружних деформацій та градієнти ефективного магнітного поля:

$$\begin{aligned}
&\varepsilon_{zz} = \frac{\partial U_z}{\partial z}, \quad \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx} = \frac{1}{2}\frac{\partial U_x}{\partial z},\\
&\varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy} = \frac{1}{2}\frac{\partial U_y}{\partial z},\\
&\frac{\partial H_x^{\text{eff}}}{\partial z}, \quad \frac{\partial H_y^{\text{eff}}}{\partial z}, \quad \frac{\partial H_z^{\text{eff}}}{\partial z}.
\end{aligned} \tag{22}$$

Враховуючи (22) у складових частинах дисипативної функції (12), (13) та (14) можна з визначень (21) отримати компоненти магнітного релаксаційного доданка:

$$\begin{aligned}
R_{mx} &= \lambda^r H_x^{\text{eff}} - \lambda^{\text{ex}}\frac{\partial^2 H_x^{\text{eff}}}{\partial z^2} - \beta_{44}\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial^2 U_x}{\partial z^2},\\
R_{my} &= \lambda^r H_y^{\text{eff}} - \lambda^{\text{ex}}\frac{\partial^2 H_y^{\text{eff}}}{\partial z^2} - \beta_{44}\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial^2 U_y}{\partial z^2},\\
R_{mz} &= -\lambda^{\text{ex}}\frac{\partial^2 H_z^{\text{eff}}}{\partial z^2} - \beta_{33}\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2},
\end{aligned} \tag{23}$$

та пружного релаксаційного доданка:

$$\begin{aligned}
R_{\text{ex}} &= -\eta_{44}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial^2 U_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 U_y}{\partial z^2}\right) - \beta_{44}\frac{\partial^2 H_x^{\text{eff}}}{\partial z^2},\\
R_{ey} &= -\eta_{44}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial^2 U_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 U_y}{\partial z^2}\right) - \beta_{44}\frac{\partial^2 H_y^{\text{eff}}}{\partial z^2},\\
R_{ez} &= -\eta_{33}\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2} - \beta_{33}\frac{\partial^2 H_z^{\text{eff}}}{\partial z^2}.
\end{aligned} \tag{24}$$

Для проведення подальших розрахунків розкладемо густину повної енергії (2) за степенями малих відхилень $\mathbf{m}(\mathbf{r}, t)$ і ε_{ik} та підставивши її та релаксаційні доданки (23), (24) у динамічні рівняння (19) та (20), проведемо їх лінеарізацію. Перейдемо у цих рівняннях до компонент Фур'є по часу t та координатах r для малих відхилень $\mathbf{m}(\mathbf{r}, t) \sim \sim \exp(-i(\omega t - \mathbf{kr}))$, $\mathbf{U}(\mathbf{r}, t) \sim \exp(-i(\omega t - \mathbf{kr}))$, де ω – частота, а $\mathbf{k}$ – хвильовий вектор колективних хвиль. Тоді рівняння (8) та (9) приводять до системи з 6-ти рівнянь для компонент векторів $\mathbf{m}$ та $\mathbf{U}$. З умови наявності розв'язка даної системи рівнянь (визначник системи дорівнює нулю) можна отримати закон дисперсії зв'язаних магнітоакустичних коливань з врахуванням їх затухання. В лінійному наближенні по дисипативним константам він має вигляд:

$$\begin{aligned}
&\omega^2\left(\omega^2 - \frac{C_{33}}{\rho}k^2\right)\left(\omega^2 - \frac{2C_{44}}{\rho}k^2\right)\left(\omega^2 - \gamma^2 M_0^2\omega_{m\parallel}^2\right) -\\
&-\left(\omega^2 - \frac{C_{33}}{\rho}k^2\right)\left(\omega^2 - \frac{C_{44}}{\rho}k^2\right)\frac{\gamma^2 B_{44}^2 k^2\omega_{m\parallel}}{8\rho} +\\
&+i\omega\left(\omega^2 - \frac{C_{33}}{\rho}k^2\right)\left(\omega^2 - \frac{2C_{44}}{\rho}k^2\right)\times\\
&\times\omega^2\omega_{m1}\left(\lambda^r + \lambda^{\text{ex}}k^2\right) +\\
&+i\omega\left(\omega^2 - \frac{C_{33}}{\rho}k^2\right)\left(\omega^2 - \frac{2C_{44}}{\rho}k^2\right)\times\\
&\times\left(\omega^2 - \gamma^2 M_0^2\omega_{m\parallel}^2\right)\left(\omega_{m2}\lambda^{\text{ex}}k^2\right) -\\
&-i\omega\left(\omega^2 - \frac{2C_{44}}{\rho}k^2\right)\left(\omega^2 - \gamma^2 M_0^2\omega_{m\parallel}^2\right)\frac{\eta_{33}\omega^2 k^2}{\rho} -\\
&-i\omega\left(\omega^2 - \frac{C_{33}}{\rho}k^2\right)\left(\omega^2 - \gamma^2 M_0^2\omega_{m\parallel}^2\right)\frac{\eta_{44}\omega^2 k^2}{\rho} +\\
&+i\left(\omega^2 - \frac{C_{33}}{\rho}k^2\right)\left(\omega^2 - \frac{C_{44}}{\rho}k^2\right)\times\\
&\times\frac{\gamma^2 B_{44}\beta_{44}\omega_{m\parallel}\omega_{m3}k^3}{2\rho} = 0.
\end{aligned} \tag{25}$$

Тут введені такі позначення:

$$\begin{aligned}
\omega_{m1} &= \frac{\alpha k^2}{M_0^2} + \frac{(B_{11} + B_{66})E_{xx}^0}{M_0^2} + \frac{B_{11}E_{yy}^0}{M_0^2} +\\
&+\frac{B_{31}E_{zz}^0}{M_0^2} + \frac{(M_z^2 - M_0^2)}{2M_0^2\chi},
\end{aligned}$$

$$\omega_{m2} = \frac{\alpha k^2}{M_0^2} + \frac{B_{13}\left(E_{xx}^0 + E_{yy}^0\right)}{M_0^2} + \frac{B_{33}E_{zz}^0}{M_0^2} - \frac{K_1}{M_0^2} - \frac{3K_2}{M_0^2} + \frac{(3M_z^2 - M_0^2)}{2M_0^2\chi},$$

$$\omega_{m3} = \frac{H}{M_0} - \frac{B_{13}\left(E_{xx}^0 + E_{yy}^0\right)}{M_0^2} - \frac{B_{33}E_{zz}^0}{M_0^2} + \frac{K_1}{M_0^2} + \frac{K_2}{M_0^2} + \frac{(M_0^2 - M_z^2)}{2M_0^2\chi},$$

$$\omega_{m\|} = \omega_{m1} + \omega_{m3}.$$

Таким чином, представлений в роботі загальний метод опису дисипативних процесів дає змогу розрахувати спектр зв'язаних магнітоакустичних хвиль з врахуванням їх затухання. Проаналізуємо нижче отриманий результат.

4. Висновки

Розрахований закон дисперсії (25) складається з семи доданків, кожен з яких характеризує відповідні динамічні процеси в феромагнетику. При нехтуванні релаксаційними процесами та магнітопружною взаємодією магнетику, в законі дисперсії (25) залишається тільки перший доданок, який розпадається на незалежні спектри спінових хвиль [28]:

$$\omega_{\mathrm{sw}}^2 = \gamma^2 M_0^2 \omega_{m\|}^2$$

та спектри акустичних хвиль [21]:

$$\omega_{\mathrm{ph2}}^2 = \frac{2C_{44}}{\rho}k^2, \quad \omega_{\mathrm{ph5}}^2 = \frac{C_{33}}{\rho}k^2.$$

Перший та другий доданки разом дають спектр зв'язаних магнітопружних хвиль без врахування їх затухання [5].

Третій та четвертий доданки характеризують затухання спінових хвиль і разом з першим дають відповідний закон дисперсії [18–20].

П'ятий та шостий доданки описують дисипацію енергії відповідно ω_{ph2} та ω_{ph5} звукової моди.

За вплив магнітопружної взаємодії на процеси дисипації енергії зв'язаних коливань відповідає сьомий доданок. Як добре відомо, магнітопружна взаємодія дає суттєвий внесок у закон дисперсії зв'язаних коливань при наближенні їх частоти до магнітоакустичного резонансу. В роботі [5] було показано, що для основного стану "легка вісь" при напрямку хвильового вектора $\mathbf{k} \parallel \mu$, це відбувається, коли: $\omega^2 \rightarrow \frac{2C_{44}}{\rho}k^2$. В цьому випадку в виразі (25) залишаються тільки перший, другий, п'ятий та сьомий доданки. Доданки, що відповідають за спіновий внесок у дисипацію стають другого порядку малості і можуть бути опущені. Отже релаксація магнітопружних хвиль наряду з чисто пружним внеском (п'ятий доданок), має співставний по величині магнітопружний внесок (сьомий доданок). Тобто, внесок магнітопружної взаємодії в дисипативні процеси може відігравати суттєву роль у випадку магнітоакустичного резонансу.

Отриманий результат для одноосного феромагнетика має загальний характер і, безумовно, може мати місце і для магнітовпорядкованих матеріалах іншого типу.

Публікація містить результати досліджень, проведених за підтримки проекту Національної академії наук України № 0117U000433.

1. C. Kittel. Interaction of spin waves and ultrasonic waves in ferromagnetic crystals. *Phys. Rev.* **110**, 836 (1958).
2. A.I. Akhiezer, V.G. Bar'iakhtar, S.V. Peletminskii. Coupled magnetoelastic waves in ferromagnetic media and ferroacoustic resonance. *JETP* **35**, 228 (1959).
3. A.I. Akhiezer, V.G. Bar'yakhtar, S.V. Peletminskii. *Spin Waves* (North Holland, 1968).
4. V.G. Baryakhtar, E.A. Turov. *Magnetoelastic Excitations*. In: *Spin Waves and Magnetic Excitations*. Edited by A.S. Borovik-Romanov, S.K. Sinha (North Holland, 1988). [ISBN: 9780444598264].
5. V.G. Bar'yakhtar, A.G. Danilevich. Magnetoelastic waves in ferromagnets in the vicinity of lattice structural phase transitions. *Ukr. J. Phys.* **63** (9), 836, (2018).
6. V.G. Bar'yakhtar, A.G. Danilevich, V.A. L'vov. Coupled magnetoelastic waves in ferromagnetic shape-memory alloys. *Phys. Rev. B* **84**, 134304, (2011).
7. A.G. Danilevich. The influence of magnetoelastic interaction on the first transverse sound in a ferromagnet of cubic symmetry in a vicinity of the martensitic transformation. *Ukr. J. Phys.* **59**, 1007, (2014).
8. B.N. Sahu, R. Prabhu, N. Venkataramani, Shiva Prasad, R. Krishnan, A. Nabialek, O.M. Chumak, R. Zuberek. Magnetostriction studies in nano-crystalline zinc ferrite thin films by strain modulated ferromagnetic resonance. *J. Magnetism and Magnetic Materials* **460**, 203 (2018).
9. K. Dey, S. Sauerland, J. Werner, Y. Skourski, M. Abdel-Hafiez, R. Bag, S. Singh, R. Klingeler. Magnetic phase diagram and magnetoelastic coupling of $NiTiO_3$. *Phys. Rev. B* **101** (19), 195122, (2020).
10. A. Mazzamurro, Ya. Dusch, P. Pernod, O. Bou Matar, A. Addad, A. Talbi, N. Tiercelin. Giant magnetoelastic

coupling in a Love acoustic waveguide based on TbCo/FeCo nanostructured film on ST-cut quartz. *Phys. Rev. Appl.* **13**, 044001, (2020).
11. Sh. Tateno, Yu. Nozaki. Highly nonreciprocal spin waves excited by magnetoelastic coupling in a Ni/Si bilayer. *Phys. Rev. Appl.* **13**, 034074, (2020).
12. R. Verba, I. Lisenkov, I. Krivorotov, V. Tiberkevich, A. Slavin. Nonreciprocal surface acoustic waves in multilayers with magnetoelastic and interfacial Dzyaloshinskii–Moriya interactions. *Phys. Rev. Appl.* **9**, 064014, (2018).
13. V.V. Kruglyak, S.O. Demokritov, D. Grundler. Magnonics. *J. Phys. D: Appl. Phys.* **43**, 264001 (2010).
14. А.М. Погорілий, С.М. Рябченко, О.І. Товстолиткін, Спінтроніка. Основні явища. Тенденції розвитку. *УФЖ. Огляди* **6** (1), 37 (2010).
15. T.L. Gilbert. A Lagrangian formulation of the gyromagnetic equation of the magnetization fields. *Phys. Rev.* **100**, 1243 (1955).
16. L.D. Landau, E.M. Lifshits. On the theory of the dispersion of magnetic permeability in ferromagnetic bodies. *Phys. Zs. Sowjet.* **8**, 153 (1935), reprinted in *Ukr. J. Phys.* **53**, Special Issue, 14 (2008) [ISSN 2071-0194].
17. V.G. Bar'yakhtar. Phenomenological description of relaxation processes in magnetic materials. *JETP* **60** (4), 863 (1984).
18. V.G. Bar'yakhtar, A.G. Danilevich. Spin wave damping under spin orientation phase transitions. *Fizika Nizkikh Temperatur* **32** (8/9), 1010 (2006).
19. V.G. Bar'yakhtar, A.G. Danilevich. Диссипативная функция магнитных сред. *Физика низких температур* **36** (4), 385, (2010).
20. В.Г. Барьяхтар, Б.А. Иванов, В.Н. Криворучко, А.Г. Данилевич. *Современные проблемы динамики намагниченности: от основ до сверхбыстрой релаксации* (ПФ "Химджест", 2013) [ISBN: 978-966-8537-94-3].
21. L.D. Landau, E.M. Lifshitz. *Theory of Elasticity* Vol. 7, 3rd edition (Butterworth-Heinemann, 1986) [ISBN: 978-0-7506-2633-0].
22. V.G. Bar'yakhtar, B.A. Ivanov, T.K. Sobolyeva, A.L. Sukstanskii. Theory of dynamical-soliton relaxation in ferromagnets. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **91**, 1454 (1986).
23. V.G. Bar'yakhtar, B.A. Ivanov, A.L. Sukstanskii, E.Yu. Melekhov. Soliton relaxation in magnets. *Phys. Rev. B* **56**, 619 (1997).
24. V.G. Bar'yakhtar, B.A. Ivanov, K.A. Safaryan. On the phenomenological description of the damping of the domain walls in ferrite-garnets. *Solid State Comm.* **72**, 1117 (1989).
25. E.G. Galkina, B.A. Ivanov, V.A. Stephanovich. Phenomenological theory of Bloch point relaxation. *J. Magn. Magn. Mater.* **118**, 373 (1993).
26. L.D. Landau, E.M. Lifshitz, L.P. Pitaevskii. *Electrodynamics of Continuous Media* Vol. 8, 2rd edition (Butterworth-Heinemann, 1984) [ISBN: 978-0-7506-2634-7].
27. V.G. Bar'yakhtar, V.M. Loktev, S.M. Ryabchenko. Rotational invariance and magnetoflexural oscillations of ferromagnetic plates and rods. *JETP* **61** (5), 1040 (1985).
28. О.Г. Данилевич. Затухання спінових хвиль внаслідок обмінної взаємодії при спін-орієнтаційних фазових переходах у феромагнетиках гексагональної симетрії. *УФЖ* **51** (7), 668 (2006).

Одержано 11.07.20

V.G. Bar'yakhtar, A.G. Danilevich

DAMPING OF MAGNETOELASTIC WAVES

S u m m a r y

A general method for constructing a model of the dissipative function describing the relaxation processes induced by the damping of coupled magnetoacoustic waves in magnetically ordered materials has been developed. The obtained model is based on the symmetry of the magnet and describes both exchange and relativistic interactions in the crystal. The model accounts for the contributions of both the magnetic and elastic subsystems to the dissipation, as well as the relaxation associated with the magnetoelastic interaction. The dispersion law for coupled magnetoelastic waves is calculated in the case of a uniaxial ferromagnet of the "easy axis" type. It is shown that the contribution of the magnetoelastic interaction to dissipative processes can play a significant role in the case of magnetoacoustic resonance.