ОСОБЛИВИЙ ВИГЛЯД СИНГУЛЯРНОЇ ФУНКЦІЇ ДЛЯ НЕПЕРЕРВНОЇ ЧАСТИНИ СПЕКТРАЛЬНИХ ДАНИХ У МЕТОДІ ОБЕРНЕНОЇ ЗАДАЧІ РОЗСІЯННЯ

В.О. ВАХНЕНКО

Інститут геофізики ім. С.І. Субботіна, НАН України
(Вул. Б. Хмельницького, 63г, Київ 01054; e-mail: vakhnenko@ukr.net)

УДК 530.182

У роботі описано процедуру оберненої задачі розсіяння для знаходження розв'язків рівняння Вахненка–Паркеса, які пов'язуються з неперервною частиною спектральних даних у асоційованій спектральній задачі. Запропоновано особливий вигляд сингулярної функції, який приводить до періодичних розв'язків. Вивчено взаємодію N періодичних хвиль. У загальному випадку розв'язки – комплексні функції. Для $N = 1$ та $N = 2$ виділено дійсні розв'язки.

1. Вступ

Пошук точних розв'язків нелінійних еволюційних рівнянь важливий для фізичних та технологічних задач. Різні ефективні підходи розвинені для побудови точних хвильових розв'язків повністю інтегровних рівнянь. Одним із фундаментальних прямих методів, безумовно, є білінійний метод Хіроти [1, 2], який має низку переваг, що робить його практичним у використанні для знаходження багатосолітонних розв'язків. Проте, цей метод можна застосовувати для знаходження тільки усамітнених хвиль. У цьому сенсі метод оберненої задачі розсіювання виявляється більш узагальненим, хоч його використання натрапляє на певні труднощі [3–5].

У даній роботі розглянуто нелінійне еволюційне рівняння

$$W_{XXT} + (1 + W_T)W_X = 0. \tag{1.1}$$

Воно виникло з рівняння Вахненка [2, 6, 7, 10]:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial x}\right)u + u = 0 \tag{1.2}$$

за допомогою перетворення [8, 9]

$$u(x,t) = U(X,T) = W_X(X,T),$$

$$x = x_0 + T + W(X,T), \quad t = X. \tag{1.3}$$

За допомогою цих рівнянь (1.1), (1.2) було запропоновано моделювати високочастотні збурення у релаксуючому середовищі [10, 11], а також низькоамплітудні довгі хвилі у мілких обертних потоках у наближенні низькочастотної дисперсії [12]. Відповідно до робіт [13–15] надалі рівняння (1.1) цитується як рівняння Вахненка–Паркеса (рВП).

Метод оберненої задачі розсіяння виявився найбільш прийнятним для розв'язування задач з початковими умовами. Раніше цей метод ми застосували, щоб здобути точні N-солітонні розв'язки для рВП [16]. У цій роботі нами використовується метод оберненої задачі розсіювання для вивчення періодичних розв'язків рВП, які пов'язуються з неперервною частиною спектральних даних.

2. Спектральна задача для рВП

Для того щоб використати метод оберненої задачі розсіювання, потрібно сформулювати зв'язану з рівнянням задачу на власні значення. У роботі [16] показано, що пара рівнянь

$$\psi_{XXX} + U\psi_X - \lambda\psi = 0, \tag{2.1}$$

$$3\psi_{XT} + (W_T + 1)\psi = 0 \tag{2.2}$$

пов'язана з рВП (1.1), що тут розглядається. Відзначимо, що обернена задача розсіювання утримує спектральне рівняння третього порядку (2.1). Для спектрального рівняння третього порядку обернену задачу розвинули Каудрей [17] і Кауп [18]. Результати цих авторів були запозичені для даної задачі з метою використання методу оберненої задачі розсіювання для знаходження розв'язків рВП, які зв'язані з неперервною частиною спектральних даних.

Дотримуючись загальної теорії оберненої задачі розсіювання для N спектральних рівнянь, яка започаткована Каудреєм у роботі [17], спектральне рівняння (2.1) переписуємо у вигляді [16]:

$$\frac{\partial}{\partial X}\boldsymbol{\psi} = [\mathbf{A}(\zeta) + \mathbf{B}(X,\zeta)]\ \boldsymbol{\psi}, \tag{2.3}$$

де

$$\boldsymbol{\psi} = \begin{pmatrix} \psi \\ \psi_X \\ \psi_{XX} \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \lambda & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -W_X & 0 \end{pmatrix}. \tag{2.4}$$

Матриця $\mathbf{A}$ має власні значення $\lambda_j(\zeta)$ та ліві і праві власні вектори $\tilde{\mathbf{v}}_j(\zeta)$, $\mathbf{v}_j(\zeta)$ відповідно. Для випадку, що розглядається, маємо

$$\lambda_j(\zeta) = \omega_j\zeta, \qquad \lambda_j^3(\zeta) = \lambda, \qquad \mathbf{v}_j(\zeta) = \begin{pmatrix} 1 \\ \lambda_j \\ \lambda_j^2 \end{pmatrix},$$

$$\tilde{\mathbf{v}}_j(\zeta) = \begin{pmatrix} \lambda_j^2 & \lambda_j & 1 \end{pmatrix}, \tag{2.5}$$

де $\omega_j = e^{2\pi\mathrm{i}(j-1)/3}$ – кубічні корені з 1.

Розв'язок лінійного рівняння (2.1) або еквівалентно системи рівнянь (2.3) здобуто Каудреєм у [17] через функції Йоста $\boldsymbol{\phi}_j(X,\zeta)$, які мають таку асимптотичну поведінку:

$$\boldsymbol{\Phi}_j(X,\zeta) := \exp\{-\lambda_j(\zeta)X\}\boldsymbol{\phi}_j(X,\zeta) \to \mathbf{v}_j(\zeta),$$

$$\text{коли}\quad X \to -\infty. \tag{2.6}$$

Змінна T поки що вважається параметром. Пізніше буде врахована T-еволюція спектральних даних. Розв'язок прямої задачі задано системою рівнянь (4.5) з [17]. Оскільки для функцій Йоста спостерігається низка симетрій, таких як (6.14) і (6.15) з [17], котрі справедливі також і у нашому випадку, то достатньо розглядати тільки елемент $\phi_1(X,\zeta)$ (або $\Phi_1(X,\zeta)$). У загальному випадку необхідно враховувати як дискретний спектр, так і неперервний. Відповідно до співвідношення (6.20) з [17] розв'язок рівняння (2.3) подається у вигляді

$$\Phi_1(X,\zeta) = 1 -$$

$$-\sum_{k=1}^{K}\sum_{j=2}^{3}\gamma_{1j}^{(k)}\frac{\exp\{[\lambda_j(\zeta_1^{(k)}) - \lambda_1(\zeta_1^{(k)})]X\}}{\lambda_1(\zeta_1^{(k)}) - \lambda_1(\zeta)}\Phi_1(X,\omega_j\zeta_1^{(k)}) +$$

$$+\frac{1}{2\pi\mathrm{i}}\int\sum_{j=2}^{3}Q_{1j}(\zeta')\frac{\exp\{[\lambda_j(\zeta') - \lambda_1(\zeta')]X\}}{\zeta' - \zeta}\times$$

$$\times\Phi_1^{\pm}(X,\omega_j\zeta')d\zeta'. \tag{2.7}$$

Рівняння (2.7) утримує спектральні дані, а саме K полюсів і величин $\gamma_{1j}^{(k)}$ для дискретного спектра, а також для неперервного спектра функції $Q_{1j}(\zeta')$ на всіх межах інтегрування, де $\mathrm{Re}(\lambda_1 - \lambda_j) = 0$ при $j \neq 1$.

Дискретний спектр відповідає солітонним розв'язкам, тоді у (2.7) вибирається $Q_{1j}(\zeta) \equiv 0$. Як знаходити точні N-солітонні розв'язки для рВП за допомогою методу оберненої задачі розсіювання, описано в роботі [16]. У наступному розділі вивчаються розв'язки для рВП, що випливають з неперервної частини спектральних даних.

3. Розв'язки, які відповідають неперервній частині спектра

Тепер розглянемо тільки неперервний спектр асоційованої задачі на власні значення. У цьому випадку потрібно записати $\gamma_{1j}^{(k)} \equiv 0$ у рівнянні (2.7). Для кожного фіксованого $j \neq 1$ функції $Q_{1j}(\zeta')$ характеризують сингулярності $\Phi_1(X,\zeta)$. Сингулярності можуть з'являтися тільки на межах між регулярними областями на комплексній площині ζ. Умова $\mathrm{Re}(\lambda_1(\zeta') - \lambda_j(\zeta')) = 0$ визначає такі межі [17]. Відповідно до роботи [17] ми знаходимо, що для $\Phi_1(X,\zeta)$ комплексна площина ζ розбивається на чотири області двома лініями:

(i) $\zeta' = \omega_2\xi, \quad \text{тут} \quad Q_{12}^{(1)}(\zeta') \neq 0, \quad Q_{13}^{(1)}(\zeta') \equiv 0,$

(ii) $\zeta' = -\omega_3\xi, \quad \text{тут} \quad Q_{12}^{(2)}(\zeta') \equiv 0, \quad Q_{13}^{(2)}(\zeta') \neq 0,$ (3.1) де ξ – дійсна. Аналіз показує, що інтегрування у (2.7) потрібно виконувати так, щоб змінна ξ пробігала від $-\infty$ до $+\infty$. Розглянемо сингулярні функції $Q_{1j}(\zeta')$ на межах, де функція Йоста $\boldsymbol{\phi}_1(X,\zeta)$ стає сингулярною, у особливому вигляді ($n=1,\,2,...,N$):

$$\left.\begin{array}{l} Q_{12}^{(1)}(\zeta') = \\ = -2\pi\mathrm{i}\sum\limits_{n=1}^{N} q_{12}^{(2n-1)}\delta(\zeta'-\zeta'_{2n-1}) \\ Q_{13}^{(1)}(\zeta') = \\ = -2\pi\mathrm{i}\sum\limits_{n=1}^{N} q_{13}^{(2n-1)}\delta(\zeta'-\zeta'_{2n-1}) \equiv 0 \end{array}\right\} \text{на лінії } \zeta'=\omega_2\xi,$$

$$\left.\begin{array}{l} Q_{12}^{(2)}(\zeta') = \\ = -2\pi\mathrm{i}\sum\limits_{n=1}^{N} q_{12}^{(2n)}\delta(\zeta'-\zeta'_{2n}) \equiv 0 \\ Q_{13}^{(2)}(\zeta') = \\ = -2\pi\mathrm{i}\sum\limits_{n=1}^{N} q_{13}^{(2n)}\delta(\zeta'-\zeta'_{2n}) \end{array}\right\} \text{на лінії } \zeta'=-\omega_3\xi. \tag{3.2}$$

Для сингулярності (3.2) співвідношення (2.7) зводимо до вигляду

$$\Phi_1(X,\zeta)=1-$$

$$-\sum_{l=1}^{2N}\sum_{j=2}^{3} q_{1j}^{(l)}\frac{\exp\{[\lambda_j(\zeta'_l)-\lambda_1(\zeta'_l)]X\}}{\zeta'_l-\zeta}\Phi_1(X,\omega_j\zeta'_l). \tag{3.3}$$

Як випливає із співвідношень (3.3) і (5.8) з [16]:

$$\phi_{1\,X}(X,\zeta)=\frac{\mathrm{i}}{\sqrt{3}}[\phi_{1\,X}(X,-\omega_2\zeta)\phi_1(X,-\omega_3\zeta)-$$

$$-\phi_{1\,X}(X,-\omega_3\zeta)\phi_1(X,-\omega_2\zeta)], \tag{3.4}$$

сингулярності у вигляді (3.2) повинні з'являтися попарно $\zeta'_{2n-1}=\omega_2\xi_n$, $\zeta'_{2n}=-\omega_3\xi_n$. Розглядаючи граничний перехід $\zeta\to\zeta'_l$ та $X\to-\infty$, з (3.4) безпосередньо випливає

$$q_{12}^{(2n-1)}\omega_2=q_{13}^{(2n)}, \quad \text{для} \quad n=1,\,2,...,N. \tag{3.5}$$

Розвиваючи $\Phi_1(X,\zeta)$ в асимптотичний ряд по $\lambda_1^{-1}(\zeta)$, можна здобути (див. (5.11) в [16]):

$$\Phi_1(X,\zeta)=1-\frac{1}{3\lambda_1(\zeta)}\left[W(X)-W(-\infty)\right]+O(\lambda_1^{-2}(\zeta)). \tag{3.6}$$

З іншого боку, взявши за визначення

$$\Psi_l(X)=\sum_{j=2}^{3} q_{1j}^{(l)}\exp\{\lambda_j(\zeta'_l)X\}\Phi_1(X,\omega_j\zeta'_l), \tag{3.7}$$

можна переписати співвідношення (3.3) так:

$$\Phi_1(X,\zeta)=1-\sum_{l=1}^{2N}\frac{\exp\{-\lambda_1(\zeta'_l)X\}}{\zeta'_l-\zeta}\Psi_l(X). \tag{3.8}$$

З (3.6) та (3.8) можна показати, що (див. також (6.38) в [17]):

$$W(X)-W(-\infty)=-3\sum_{l=1}^{2N}\exp\{-\lambda_1(\zeta'_l)X\}\Psi_l(X)=$$

$$=3\frac{\partial}{\partial X}\ln(\det M(X)). \tag{3.9}$$

Матриця $M(X)$ визначається так:

$$M_{lm}(X)=\delta_{lm}-\sum_{j=2}^{3} q_{1j}^{(l)}\frac{\exp\{[\lambda_j(\zeta'_l)-\lambda_1(\zeta'_m)]X\}}{\zeta'_m-\omega_j\zeta'_l}. \tag{3.10}$$

Зараз розглянемо T-еволюцію спектральних даних. Аналізуючи розв'язок рівняння (2.2) при $X\to-\infty$, знаходимо, що $\phi_j(X,T,\zeta)=\exp[-(3\lambda_j(\zeta))^{-1}T]\phi_j(X,0,\zeta)$. Отже, T-еволюцію спектральних даних задано співвідношеннями (для $l=1,\,2,...,2N$):

$$\lambda_j(T)=\lambda_j(0),$$

$$q_{ij}^{(l)}(T)=q_{ij}^{(l)}(0)\exp\{[-(3\lambda_j(\zeta'_l)^{-1}+(3\lambda_1(\zeta'_l))^{-1}]T\}. \tag{3.11}$$

Остаточний результат для розв'язку рВП, який випливає з неперервної частини спектральних даних і в якому враховано T-еволюцію, набуває вигляду

$$U(X,T)=W_X(X,T)=3\frac{\partial^2}{\partial X^2}\ln\left(\det M(X,T)\right), \tag{3.12}$$

де $M(X,T)$ – $2N\times 2N$ матриця з елементами

$$M_{lm}=\delta_{lm}-\sum_{j=2}^{3} q_{1j}^{(l)}(0)(\exp\{[-(3\lambda_j(\zeta'_l)^{-1}+(3\lambda_1(\zeta'_l))^{-1}]\times$$

$$\times T+[\lambda_j(\zeta'_l)-\lambda_1(\zeta'_m)]X\})/(\zeta'_m-\omega_j\zeta'_l), \tag{3.13}$$

причому для всіх $n=1,\,2,...,N$,

$$\lambda_1(\zeta'_{2n-1}) = \omega_2\xi_{2n-1},\ \ \lambda_2(\zeta'_{2n-1}) = \omega_3\xi_{2n-1},\ \ q_{12}^{(2n-1)} = \omega_2\beta_{2n-1},\ \ q_{13}^{(2n-1)} = 0,$$
$$\lambda_1(\zeta'_{2n}) = -\omega_3\xi_{2n-1},\ \ \lambda_3(\zeta'_{2n}) = -\omega_2\xi_{2n-1},\ \ q_{12}^{(2n)} = 0,\qquad q_{13}^{(2n)} = \omega_3\beta_{2n-1}.$$

Як буде видно з прикладів у наступному розділі, розв'язок (3.12), (3.13) утримує N частот із неперервного спектра. Власне сингулярність у вигляді (3.2) відповідальна за ці N частот. Тому розв'язок (3.12), (3.13) будемо називати як N-модовий розв'язок для рВП. Зрозуміло, що N-модовий розв'язок описує взаємодію N періодичних хвиль. N-модовий розв'язок утримує по N довільних сталих ξ_i і β_i. Сталі ξ_i – дійсні величини, у той час як сталі β_i у загальному можуть набувати комплексного значення.

Розв'язки, знайдені описаним методом з використанням матриці (3.13), у загальному випадку — комплексні функції. Оскільки ми цікавимося дійсними розв'язками, необхідно накласти обмеження на довільність вибору сталих β_i. Для одно- та двомодових розв'язків нам вдалося знайти такі обмеження.

4. Приклади одно- та двомодових розв'язків

Для знаходження одномодового розв'язку нам потрібно, по-перше, підрахувати значення детермінанта матриці M (3.13) розміром 2×2 при $N = 1$. Знаходимо, що для матриці

$$\begin{pmatrix} 1-\dfrac{\mathrm{i}\omega_2\beta_1}{\sqrt{3}\xi_1}\exp[-\mathrm{i}\sqrt{3}\xi_1X+(\mathrm{i}\sqrt{3}\xi_1)^{-1}T] & -\dfrac{\omega_3\beta_1}{2\xi_1}\exp[2\omega_3\xi_1X+(\mathrm{i}\sqrt{3}\xi_1)^{-1}T \\ \dfrac{\omega_2\beta_1}{2\xi_1}\exp[-2\omega_2\xi_1X+(\mathrm{i}\sqrt{3}\xi_1)^{-1}T] & 1-\dfrac{\mathrm{i}\omega_3\beta_1}{\sqrt{3}\xi_1}\exp[-\mathrm{i}\sqrt{3}\xi_1X+(\mathrm{i}\sqrt{3}\xi_1)^{-1}T] \end{pmatrix} \tag{4.1}$$

її детермінант задано таким співвідношенням:

$$\det M(X,T) = \left[1 + c_1\exp(-\mathrm{i}\sqrt{3}\xi_1X + (\mathrm{i}\sqrt{3}\xi_1)^{-1}T)\right]^2,$$

$$c_1 = \frac{\mathrm{i}\beta_1}{2\sqrt{3}\xi_1}. \tag{4.2}$$

Отже, як відзначалось раніше, сингулярність у вигляді (3.2) при $N = 1$ відповідальна за одну частоту з неперервного спектра для одномодового розв'язку.

Умова, що W набуває дійсних значень, вимагає обмеження на сталу β_1 (якщо стала ξ_1 довільна). Нам вдалося визначити такі обмеження, а саме, стала $c_1 = |c_1|\exp(\mathrm{i}\chi_1)$, яка в загальному випадку може бути комплексною величиною, повинна мати $|c_1| = 1$, в той час як довільна дійсна стала χ_1 визначає початковий зсув розв'язку $X_1 = \chi_1/(\sqrt{3}\xi_1)$ і тоді

$$\det M(X,T) = \left[1 + \exp\left(-\mathrm{i}\sqrt{3}\xi_1(X - X_1) + \frac{T}{\mathrm{i}\sqrt{3}\xi_1}\right)\right]^2. \tag{4.3}$$

Остаточний результат для однієї моди з неперервного спектра є розв'язок (3.9) з (4.3), а саме:

$$W(X,T) =$$

$$= -3\sqrt{3}\,\xi_1\tan\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\xi_1(X - X_1) + \frac{T}{2\sqrt{3}\xi_1}\right) + \mathrm{const} \tag{4.4}$$

або

$$U(X,T) = W_X(X,T) =$$

$$= -\frac{9}{2}\,\xi_1^2\cos^{-2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\xi_1(X - X_1) + \frac{T}{2\sqrt{3}\xi_1}\right). \tag{4.5}$$

Такий самий розв'язок уже було отримано раніше іншими прямими методами, наприклад, (G'/G)-розширеним методом [15]. Проте тільки запис розв'язку у вигляді (3.12), (3.13) дозволяє нам вивчити взаємодію двох періодичних хвиль.

Зараз розглянемо двомодовий розв'язок для рВП. У такому випадку $M(X,T)$ є 4×4 матриця. Не записуючи тут явний вигляд матриці, подаємо значення детермінанта:

$$\det M = (1 + q_1 + q_2 + bq_1q_2)^2, \tag{4.6}$$

де

$$q_i = c_i\exp[-\mathrm{i}\sqrt{3}\xi_iX + (\mathrm{i}\sqrt{3}\xi_i)^{-1}T],$$

$$c_i = \frac{\mathrm{i}\beta_i}{2\sqrt{3}\xi_i}, \quad b = \left(\frac{\xi_2 - \xi_1}{\xi_2 + \xi_1}\right)^2 \frac{\xi_1^2 + \xi_2^2 - \xi_1\xi_2}{\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_1\xi_2}. \qquad (4.7)$$

Обмежуючись дійсними значеннями W при довільних, але дійсних сталих ξ_i, потрібно знайти умови для сталих $c_i = |c_i| \exp(\mathrm{i}\chi_i)$. Дійсні сталі χ_i задають початкові зсуви розв'язків $X_i = \chi_i/(\sqrt{3}\xi_i)$. Докладний аналіз показав, що умови $|c_1| = |c_2| = 1/\sqrt{b}$ є достатніми, щоб величина W набувала дійсних значень. Таким чином, взаємодія двох хвиль для рВП описується співвідношенням (3.12) з

$$\det M = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{b}} q_1 + \frac{1}{\sqrt{b}} q_2 + q_1 q_2\right)^2,$$

$$q_i = \exp\left[-\mathrm{i}\sqrt{3}\xi_i(X - X_i) + (\mathrm{i}\sqrt{3}\xi_i)^{-1} T\right], \qquad (4.8)$$

а b як в (4.7).

Потрібно зазначити, що розв'язки, побудовані за допомогою запропонованого методу, сингулярні (див. (4.5)). Все ж таки отримані розв'язки у сукупності з розвинутим методом можуть наблизити нас до розв'язання дуже важливої проблеми, а саме – до аналізу утворення петлеподібних солітонних розв'язків, які притаманні рівнянню (1.2), а також до фізичного тлумачення таких неоднозначних розв'язків.

5. Висновки

Метод оберненої задачі розсіювання було запропоновано для вивчення періодичних розв'язків рівняння Вахненка–Паркеса, які пов'язані з неперервною частиною спектральних даних у асоційованій спектральній задачі. Запропонований особливий вигляд сингулярної функції приводить до періодичних розв'язків, які у загальному випадку – комплексні функції. Для $N = 1$ та $N = 2$ виділено дійсні розв'язки.

Автор вдячний доктору Е.Дж. Паркесу за плідне обговорення і професору В.А. Даниленку за постійну підтримку.

1. R. Hirota, *Solitons*, edited by R.K. Bullough, P.J. Caudrey (New York, Springer, 1980), p. 157.
2. A.M. Wazwaz, Phys. Scr. **82**, 065006 (2010).
3. M.J. Ablowitz, and H. Segur, *Solitons and inverse scattering transform* (Philadelphia, SIAM, 1981).
4. *Bäcklund Transformations, the Inverse Scattering Method, Solitons, and Their Applications*, edited by R.M. Miura (New York, Springer, 1976).
5. В.Е. Захаров, С.В. Манаков, С.П. Новиков, Л.П. Питаевский, *Теория солитонов. Метод обратной задачи* (Наука, Москва, 1980).
6. V.A. Vakhnenko, J. Phys. A: Math. Gen. **25**, 4181 (1992).
7. E.J. Parkes, J. Phys. A: Math. Gen. **26**, 6469 (1993).
8. V.O. Vakhnenko, and E.J. Parkes, Nonlinearity **11**, 1457 (1998).
9. A.J. Morrison, E.J. Parkes, and V.O. Vakhnenko, Nonlinearity **12**, 1427 (1999).
10. V.O. Vakhnenko, J. Math. Phys. **40**, 2011 (1999).
11. В.О. Вахненко, УФЖ **42**, 104 (1997).
12. R. Grimshaw, L.A. Ostrovsky, V.I. Shrira, and Yu.A. Stepanyants, Surveys in Geophysics **19**, 289 (1998).
13. M.L. Gandarias, and M.S. Bruzón, *Proc. of XXI Congreso de Ecuaciones Diferenciales y Aplicacions, XI Congreso de Matimática Aplicada*, (Ciudad Real, 21-25 septiembre 2009), p. 1–6.
14. P.G. Estévez, Theor. Math. Physics **159**, 762 (2009).
15. R. Abazari, Computers and Fluids **39**, 1957 (2010).
16. V.O. Vakhnenko, and E.J. Parkes, Chaos, Solitons and Fractals **13**, 1819 (2002).
17. P.J. Caudrey, Physica D **6**, 51 (1982).
18. D.J. Kaup, Stud. Appl. Math. **62**, 189 (1980).

Одержано 11.01.11

ОСОБЕННЫЙ ВИД СИНГУЛЯРНОЙ ФУНКЦИИ ДЛЯ НЕПРЕРЫВНОЙ ЧАСТИ СПЕКТРАЛЬНЫХ ДАННЫХ В МЕТОДЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ РАССЕИВАНИЯ

В.А. Вахненко

Р е з ю м е

В работе описана процедура обратной задачи рассеивания для нахождения решений уравнения Вахненко–Паркеса, которые связываются с непрерывной частью спектральных данных в ассоциированной спектральной задаче. Предложен особый вид сингулярной функции, который приводит к периодическим решениям. Изучено взаимодействие N периодических волн. В общем случае решения – комплексные функции. Для $N = 1$ и $N = 2$ выделены действительные решения.

SPECIAL FORM OF THE SINGULAR FUNCTION FOR THE CONTINUOUS PART OF SPECTRAL DATA IN THE INVERSE SCATTERING METHOD

V.O. Vakhnenko

Subbotin Institute of Geophysics, Nat. Acad. of Sci. of Ukraine
(*63g, B. Khmelnytsky Str., Kyiv 01054, Ukraine;*
e-mail: vakhnenko@ukr.net)

S u m m a r y

We describe a procedure for using the method of inverse scattering transform to find the solutions of the Vakhnenko–Parkes equation that are associated with the continuous part of spectral data for the spectral problem. The suggested special form of the singular function gives rise to the periodic solutions. The interaction of N periodic waves is studied. In the general case, the solutions are complex functions. For $N = 1$ and $N = 2$, the real solutions are selected.