ВПЛИВ НЕЛІНІЙНОЇ МІЖЕЛЕКТРОННОЇ ВЗАЄМОДІЇ НА ТУНЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОНІВ КРІЗЬ НЕСИМЕТРИЧНУ ДВОБАР'ЄРНУ РЕЗОНАНСНО-ТУНЕЛЬНУ СТРУКТУРУ

М.В. ТКАЧ, Ю.О. СЕТІ, І.В. БОЙКО

Чернівецький національний університет ім. Ю. Федьковича
(Вул. Коцюбинського, 2, Чернівці 58012; e-mail: ktf@chnu.edu.ua)

УДК 538.958; 538.971
©2012

У моделі ефективних мас і прямокутних потенціалів, враховуючи взаємодію між електронами, розвинуто квантово-механічну теорію коефіцієнта прозорості, позитивної і від'ємної провідностей моноенергетичного пучка електронів крізь відкриту плоску несиметричну двобар'єрну резонансно-тунельну структуру, яка може слугувати активним елементом квантового каскадного лазера чи квантового каскадного детектора. На прикладі несиметричної двобар'єрної резонансно-тунельної структури встановлено властивості коефіцієнта прозорості і провідності наносистеми залежно від енергії електронів та частоти електромагнітного поля. Показано, як властивості активної провідності можуть бути використані для експериментальної оцінки резонансних енергій та резонансних ширин електронних квазістаціонарних станів.

1. Вступ

Теорія транспортування електронів крізь нанорозмірні двобар'єрні резонансно-тунельні структури (ДБРТС) (рис. 1) важлива зокрема тим, що вони є активним елементом квантових каскадних лазерів та квантових каскадних детекторів, які працюють у актуальному діапазоні електромагнітних хвиль з частотами у так званих вікнах прозорості атмосфери. Саме від властивостей активної провідності ДБРТС суттєво залежать такі фізичні характеристики, як потужність лазерного випромінювання, струм збудження і т.п.

У переважній більшості робіт [1–5], що стосуються теорії фізичних процесів у квантових каскадних лазерах та детекторах, вивчали транспортні властивості електронних потоків крізь відкриті резонансно-тунельні структури (РТС), однак, внаслідок математичних труднощів розв'язування нелінійних диференціальних рівнянь електрон-електронну взаємодію, як правило, не враховували.

Зауважимо, що хоча питанням теорії нелінійної міжелектронної взаємодії у фізиці бозе-систем та квазічастинок у деяких інших моделях присвячено значну кількість робіт [6–11], однак розроблені там математичні методи не вдається безпосередньо застосувати до задачі про транспортування крізь відкриті РТС, взаємодіючих між собою і з електромагнітним полем, електронів.

Подібну задачу розглянуто у роботах [12, 13], однак з метою уникнення значних математичних труднощів там застосовували спрощену модель РТС, у якій прямокутні потенціальні бар'єри апроксимувалися δ-подібними. Відомими [14] недоліками такої моделі є те, що в ній автоматично ігнорується існуюча в реальних РТС різниця ефективних мас електронів у ямах і бар'єрах, а це, разом з наближенням самої апроксимації, приводить до завищення резонансних енергій квазістаціонарних станів (КСС) електрона на десятки відсотків, а резонансних ширин – у десятки разів. Як наслідок, у цій спрощеній моделі часи життя електронів у всіх КСС виявляються у десятки разів заниженими, а отже, й величини провідностей занижені на порядки.

Завданням даної роботи є побудова теорії коефіцієнта прозорості та активної динамічної провідності відкритої ДБРТС відносно пучка взаємодіючих між

собою електронів, у моделі прямокутних потенціальних бар'єрів та різних ефективних мас у ямах і бар'єрах цієї наносистеми та з електромагнітним полем у наближенні слабкого сигналу.

2. Гамільтоніан системи. Коефіцієнт прозорості та активна провідність несиметричної ДБРТС

Розглядається плоска відкрита несиметрична ДБРТС (рис. 1) у декартовій системі координат з віссю OZ, що напрямлена перпендикулярно до площин наносистеми. Незначна різниця у величинах постійних ґраток шарів-ям і шарів-бар'єрів наноструктури дозволяє використовувати модель ефективних мас і прямокутних потенціалів:

$$m(z) = m_0 \sum_{p=0}^{2} (\theta(z - z_{2p-1}) - \theta(z - z_{2p})) +$$

$$+ m_1 \sum_{p=0}^{1} [\theta(z - z_{2p}) - \theta(z - z_{2p+1})], \quad (1)$$

$$U(z) = U \sum_{p=0}^{1} [\theta(z - z_{2p}) - \theta(z - z_{2p+1})], \quad (2)$$

де $\theta(z) = \begin{cases} 0, & z < 0 \\ 1, & z \geq 0 \end{cases}$ – одинична функція Хевісайда; $z_{-1} = -\infty$, $z_4 = \infty$.

Вважається, що моноенергетичні електрони з енергією E, густиною струму $j_0^+ \sim \sqrt{E}$ і концентрацією n_0, які рухаються перпендикулярно до площин ДБРТС, потрапляють на неї для визначеності зліва. При такій постановці задачі рух електронів можна розглядати як одновимірний і для хвильової функції записати повне рівняння Шредінгера:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(E,z,t)}{\partial t} = [H(E,z) + H(z,t)]\Psi(E,z,t). \quad (3)$$

Тут

$$H(E,z) = -\frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{m(z)} \frac{\partial}{\partial z} + U(z) + \upsilon |\Psi(E,z)|^2 \quad (4)$$

– гамільтоніан квазістаціонарної задачі (типу Гросса–Пітаєвського), який містить енергію $(\upsilon|\Psi(E,z)|^2)$ нелінійної міжелектронної взаємодії в наближенні

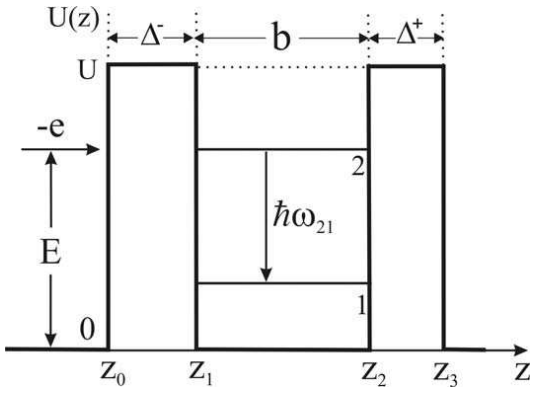

Рис. 1. Енергетична схема електрона в ДБРТС

Хартрі–Фока, де функція $\Psi(E,z)$ задовольняє стаціонарне нелінійне рівняння Шредінгера:

$$H(E,z)\Psi(E,z) = E\Psi(E,z). \quad (5)$$

Гамільтоніан $H(z,t)$ взаємодії електрона зі змінним у часі електромагнітним полем частоти ω і з невеликою напруженістю (ϵ) електричного поля дозволяє вважати цей доданок малим, у розумінні теорії збурень, і тому його можна записати у зручній для аналітичних розрахунків (не кулонівській) калібровці:

$$H(z,t) = H(z)(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}), \quad (6)$$

де

$$H(z) = -e\epsilon\{z[\theta(z) - \theta(z - z_3)] + z_3\theta(z - z_3)\}.$$

Рівняння (3) не має точного розв'язку, тому з урахуванням малості $H(z,t)$ у розумінні теорії збурень його можна розв'язувати у так званому наближенні слабкого сигналу, коли хвильову функцію $\Psi(E,z,t)$ можна шукати у вигляді:

$$\Psi(E,z,t) = \Psi(E,z)e^{-i\omega_0 t} + \Psi_1(E,z,t), \quad (7)$$

де $\omega_0 = E\hbar^{-1}$, а функція $\Psi(E,z)$ задовільняє рівняння (5), а поправку першого порядку до хвильової функції в одномодовому наближенні шукаємо у вигляді

$$\Psi_1(E,z,t) = \Psi_{+1}(E,z)e^{-i(\omega_0+\omega)t} + \Psi_{-1}(E,z)e^{-i(\omega_0-\omega)t}. \quad (8)$$

Зберігаючи у рівнянні (3) величини першого порядку малості, з урахуванням (7) і (8) для функцій $\Psi_{\pm 1}(E,z)$, отримуємо систему двох неоднорідних рівнянь:

$$[H(E,z) - \hbar(\omega_0 \pm \omega)]\Psi_{\pm 1}(E,z) + H(z)\Psi(E,z) = 0. \quad (9)$$

Щоб розв'язати цю систему, потрібно знати аналітичний вираз функції $\Psi(E,z)$, яка є розв'язком нелінійного рівняння Шредінгера (5). Оскільки ДБРТС відкрита, то рівняння (5) необхідно розв'язувати з урахуванням умов неперервності хвильової функції та густини її потоку на усіх межах системи ($\eta \to +0$):

$$\Psi^{(p)}(E, z_p - \eta) = \Psi^{(p+1)}(E, z_p + \eta); (p = 0 \div 3),$$

$$\left.\frac{\partial \Psi^{(p)}(E,z)}{m(z)\partial z}\right|_{z=z_p-\eta} = \left.\frac{\partial \Psi^{(p+1)}(E,z)}{m(z)\ \partial z}\right|_{z=z_p+\eta}, \qquad (10)$$

а також за умови нормування

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} \Psi^*(k^/, z)\Psi(k,z) = \delta(k-k^/), \quad k = \hbar^{-1}\sqrt{2m_0E}. \qquad (11)$$

Тепер хвильову функцію $\Psi(E,z)$ з нелінійного рівняння Шредінгера (5) знаходимо двома методами: а) числовим методом Монте-Карло; б) рекурсивним методом. Метод Монте-Карло застосуємо до розрахунку хвильових функцій конкретних систем з відносно невеликою нелінійністю, де отримані результати будуть практично точно збігатися з результатами рекурсивного методу. Перевага останнього у тому, що він дозволяє швидко з потрібною точністю отримувати хвильові функції нелінійного рівняння Шредінгера (5) за прийнятний час роботи ПЕОМ навіть при великих значеннях нелінійної енергії взаємодії електронів між собою.

Розв'язування нелінійного рівняння Шредінгера (5) рекурсивним методом здійснюється так.

Спочатку розв'язується лінійне рівняння Шредінгера (без взаємодії):

$$H_0\Psi_0(E,z) = E\Psi_0(E,z). \qquad (12)$$

Точний розв'язок рівняння (12) відомий з роботи [14]:

$$\Psi_0(E,z) = (A_0(E)e^{ik_0z} + B_0(E)e^{-ik_0z})\theta(-z) +$$

$$+\sum_{p=1}^{3} A_p(E)e^{ik_pz} + B_p(E)e^{-ik_pz}\Big[\theta(z-z_{p-1}) -$$

$$-\theta(z-z_p)\Big] + A_4(E)e^{ik_0z}(z-z_3), \qquad (13)$$

де коефіцієнти $A_p(E)$, $B_p(E)$, $B_0(E)$, $A_4(E)$, однозначно визначаються через коефіцієнт $A_0(E)$, який, у свою чергу, пов'язаний з густиною початкового потоку електронів, що потрапляють на ДБРТС, співвідношенням $j_0^+ = en_0\sqrt{2Em_0^{-1}}|A_0(E)|^2$, де n_0 – концентрація електронів у цьому потоці, а e – заряд електрона.

Величини k_p ($p = 0-4$) визначають динамічними характеристиками електрона:

$$k_0 = k_2 = k_4 = k = \hbar^{-1}\sqrt{2m_0E};$$

$$k_1 = k_3 = \hbar^{-1}\sqrt{2m_1(E-U)} \qquad (14)$$

та геометричними розмірами елементів ДБРТС:

$$z_0 = 0;\ z_1 = \Delta^-;\ z_2 = b + \Delta^-;\ z_3 = b + \Delta^- + \Delta^+. \qquad (15)$$

Знайдена у вигляді (13) функція $\Psi_0(E,z)$ не дає безпосередньої можливості розв'язати рівняння Шредінгера (5), однак відому тепер функцію $|\Psi_0(E,z)|^2$ завжди можна подати у вигляді суми N кусково-неперервних функцій:

$$|\Psi_0(E,z)|^2 = \lim_{N\to\infty}\sum_{p=0}^{N} |\Psi_0(E,z_{2p})|^2 \times$$

$$\times[\theta(z-z_{2p-1}) - \theta(z-z_{2p+1})], \qquad (16)$$

де

$$z_p = \frac{p}{2N}b;\ \ z_{-1} = z_0 = 0;\ \ z_{2N} = z_{2N+1} = b + \Delta^- + \Delta^+.$$

Приклад залежності такої функції від E та z наведено на рис. 2,*а*.

Отже, при достатньо великих значеннях $N \gg 1$ неперервну функцію $|\Psi_0(E,z)|^2$ з потрібною точністю завжди можна замінити на кусково-неперервну функцію $|\tilde{\Psi}_0(E,z)|^2 \approx |\Psi_{0N}(E,z)|^2$. Внаслідок цього нелінійний потенціал $v|\Psi_0(E,z)|^2$ у рівнянні (5) переходить у кусково-лінійний потенціал $v|\tilde{\Psi}_0(E,z)|^2$, з яким за умови виконання рівнянь неперервності типу (10) у кожній точці z_{2p-1} апроксимоване нелінійне рівняння Шредінгера (5) уже розв'язуємо і знаходимо нелінійну функцію $\Psi_I(E,z)$ у першому наближенні.

За функцією $\Psi_I(E,z)$ знову знаходимо $|\Psi_I(E,z)|^2$, яка подана у вигляді кусково-неперервної функції (при $N \gg 1$):

$$\left|\tilde{\Psi}_I(E,z)\right|^2 = \lim_{N\to\infty}\sum_{p=0}^{N} |\Psi_I(E,z_{2p})|^2 \times$$

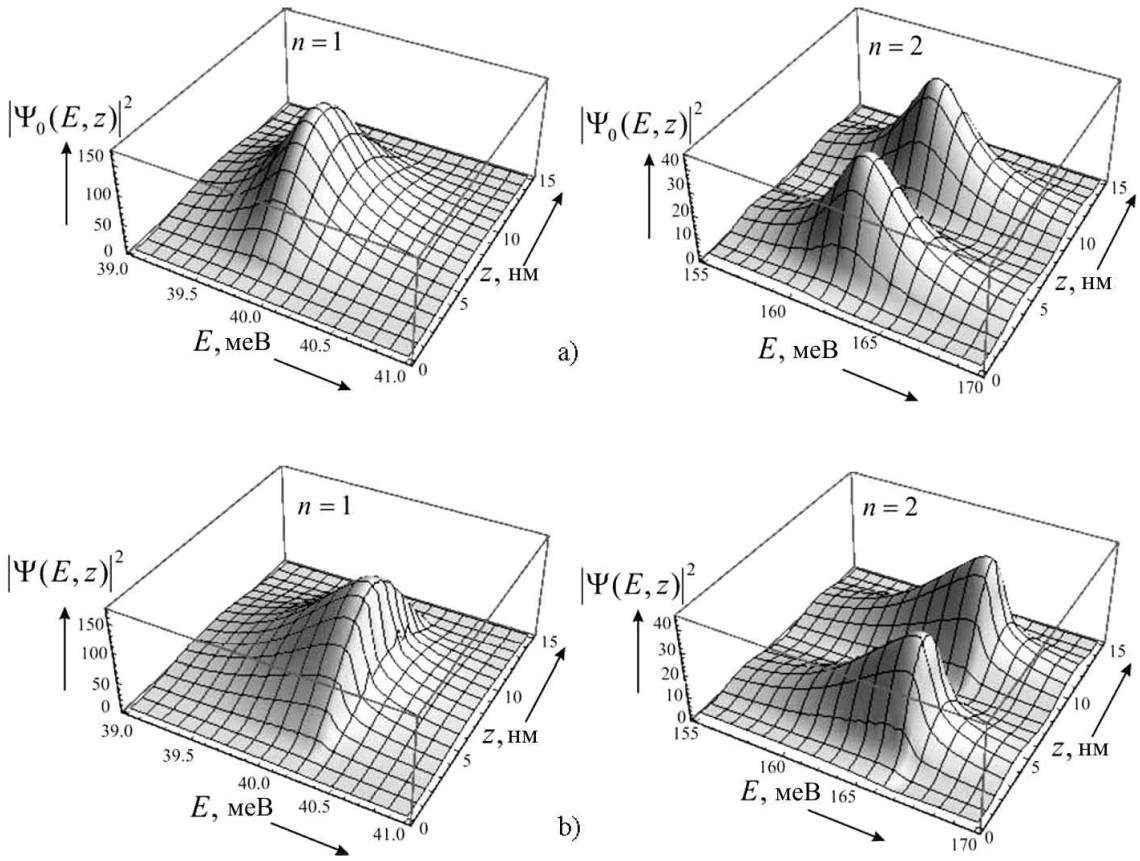

Рис. 2. Еволюція $|\Psi(E,z)|^2$ для двох перших КСС (n =1, 2): a – $\upsilon = 0$ меВ ($n = 1, 2$); b – $\upsilon = 10^{-3}$ меВ ($n = 1$), $\upsilon = 0,1$ меВ ($n = 2$) для ДБРТС з геометричними параметрами: $\Delta^- = \Delta^+ = 2,1$ нм, $b = 10,8$ нм

$$\times[\theta(z - z_{2p-1}) - \theta(z - z_{2p+1})]. \qquad (17)$$

Підставлена у рівняння Шредінгера (5), разом з граничними умовами типу (10) у всіх точках z_{2p-1}, функція $|\tilde{\Psi}_I(E,z)|^2$ лінеаризує потенціал у інтервалах, відповідних змінній z, що знову дозволяє розв'язати рівняння Шредінгера і знайти хвильову функцію $\Psi_{II}(E,z)$ у другому циклі (наближенні).

Таким рекурсивним способом знаходиться хвильова функція $\Psi(E,z)$ як розв'язок нелінійного рівняння Шредінгера (5) у довільному S-му циклі:

$$\Psi(E,z) = \Psi_S(E,z). \qquad (18)$$

Кількість (S) циклів, які потрібно виконати при рекурсивному розрахунку $\Psi(E,z)$, зумовлена необхідною точністю, яка контролюється очевидною умовою:

$$\zeta = \max_{E,z}\left\{\frac{|\Psi_S(E,z)|^2 - |\Psi_{S-1}(E,z)|^2}{|\Psi_S(E,z)|^2}\right\} \ll 1. \qquad (19)$$

Зрозуміло, що задана точність (ζ) розрахунку $\Psi(E,z)$ залежить від величини потенціалу міжелектронної взаємодії υ: чим він більший, тим більшу кількість циклів (S) потрібно здійснити.

Приклади залежності $|\Psi(E,z)|^2$ від E і z в околі енергій двох перших КСС електрона при різних значеннях потенціалу υ для досліджуваної системи наведені на рис. 2,*b*.

Зауважимо, що наведені на рис. 2 результати, отримані обома методами, практично збігаються між собою, і тому різниці між ними немає. Знайдена хвильова функція (18), згідно з квантовою механікою [15], дозволяє отримати коефіцієнт прозорості:

$$D(E) = |A_0(E)|^{-2}\mathrm{Im}\left\{\Psi(E,z)\frac{\partial\Psi(E,z)}{k\,\partial z}\right\}_{z=z_3+\eta} \qquad (20)$$

потоку взаємодіючих між собою електронів крізь ДБРТС. Як відомо [14, 15], за коефіцієнтом прозорості $D(E)$ знаходяться спектральні параметри (резонансні енергії та резонансні ширини) КСС електро-

нів. Положення максимумів $D(E)$ у шкалі енергій визначають резонансні енергії (E_n), а їх ширини на половині висоти визначають резонансні ширини (Γ_n) n-х КСС. Аналіз властивостей $D(E)$ на прикладі ДБРТС, яка часто досліджується експериментально [16–19], виконується у наступному розділі.

Знайдена хвильова функція $\Psi(E,z)$ дозволяє тепер отримати розв'язки неоднорідних рівнянь (9) у вигляді

$$\Psi_{\pm 1}(E,z) = \Psi_{\pm}(E,z) + \Phi_{\pm}(E,z), \tag{21}$$

де $\Psi_{\pm}(E,z)$ – розв'язки однорідних, $\Phi_{\pm}(E,z)$ – часткові точні розв'язки неоднорідних рівнянь (9).

Розв'язки однорідних рівнянь шукаємо у вигляді

$$\Psi_{\pm}(E,z) =$$

$$= \sum_{p=0}^{4} \left[B_{\pm}^{(p)}(E) e^{-ik_{\pm}^{(p)} z} + A_{\pm}^{(p)}(E) e^{ik_{\pm}^{(p)} z} \right] \times$$

$$\times [\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)], \;\; A_{\pm}^{(0)}(E) = B_{\pm}^{(4)}(E) = 0, \tag{22}$$

де

$$k_{\pm}^{(0)} = k_{\pm}^{(2)} = k_{\pm}^{(4)} = \sqrt{2m_0(E \pm \hbar\omega)/\hbar^2},$$

$$k_{\pm}^{(1)} = k_{\pm}^{(3)} = \sqrt{2m_1\left((E-U) \pm \hbar\omega\right)/\hbar^2}. \tag{23}$$

Часткові розв'язки системи (9) відомі:

$$\Phi_{\pm}(E,z) =$$

$$= \sum_{p=1}^{3} \left[\mp \frac{e\epsilon z}{\hbar\omega} \Psi_0^{(p)}(E,z) + \frac{e\epsilon}{m(z)\omega^2} \frac{d\Psi_0^{(p)}(E,z)}{dz} \right] \times$$

$$\times [\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)] \mp \frac{e\epsilon z_3}{\hbar\omega} \Psi_0^{(4)}(E,z_3)\, \theta(z - z_3). \tag{24}$$

Умови неперервності хвильових функцій (21) і відповідних їм потоків на всіх межах наносистеми приводять до системи 8 неоднорідних рівнянь, з яких визначаються всі 8 коефіцієнтів: $B_{\pm}^{(0)}(E)$, $A_{\pm}^{(4)}(E)$, $B_{\pm}^{(p)}(E)$, $A_{\pm}^{(p)}(E)$ (p =1–3). Отже, тепер однозначно визначені функції $\Psi_{\pm}(E,z)$, поправка першого порядку $\Psi_1(E,z,t)$, а також і повна хвильова функція $\Psi(E,z,t)$. Знайдена повна хвильова функція електронів, взаємодіючих з періодичним у часі електромагнітним полем, згідно з квантовою механікою, визначає густину електронного струму крізь наноструктуру:

$$j(E,z,t) = \frac{ie\hbar\, n_0}{2m(z)} \times$$

$$\times \left(\Psi(E,z,t) \frac{\partial}{\partial z} \Psi^*(E,z,t) - \Psi^*(E,z,t) \frac{\partial}{\partial z} \Psi(E,z,t) \right). \tag{25}$$

З урахуванням малості розмірів ДБРТС порівняно з довжиною електромагнітної хвилі в квазікласичному наближенні у випадку квантових переходів з випромінюванням (поглинанням) енергії, далі виконується розрахунок приведеного струму, який і визначає абсолютну величину від'ємної (позитивної) активної динамічної провідності наносистеми:

$$\sigma(E,\omega) = \sigma^{+}(E,\omega) + \sigma^{-}(E,\omega)\ , \tag{26}$$

де

$$\sigma^{+}(E,\omega) = \frac{\hbar^2\omega n_0}{2m_0 z_3 \epsilon^2} \left(k_{+}^{(0)} \left| B_{+}^{(0)}(E) \right|^2 - k_{-}^{(0)} \left| B_{-}^{(0)}(E) \right|^2 \right),$$

$$\sigma^{-}(E,\omega) = \frac{\hbar^2\omega n_0}{2m_0 z_3 \epsilon^2} \left(k_{+}^{(4)} \left| A_{+}^{(4)}(E) \right|^2 - k_{-}^{(4)} \left| A_{-}^{(4)}(E) \right|^2 \right).$$

Тут $\sigma^{+}(E,\omega)$, $\sigma^{-}(E,\omega)$ – парціальні складові провідності, що зумовлені потоками електронів з енергією E, які взаємодіють з електромагнітним полем з частотою ω, що виходять уперед ($\sigma^{+}(E,\omega)$) і назад ($\sigma^{-}(E,\omega)$) по відношенню до початкового напрямку потоку, який падає на ДБРТС.

3. Вплив нелінійної міжелектронної взаємодії на прозорість і динамічну провідність ДБРТС

Вплив міжелектронної взаємодії на прозорість і динамічну провідність відкритої ДБРТС будемо досліджувати на прикладі плоскої наноструктури з $In_{0,53}Ga_{0,47}As$-ямами і $In_{0,52}Al_{0,48}As$-бар'єрами з фізичними параметрами: $m_0 = 0,046m_e$, $m_1 = 0,081m_e$, U = 516 меВ, $n_0 = 10^{16}$ см$^{-3}$. Далі покладаємо $A_0 = 1$.

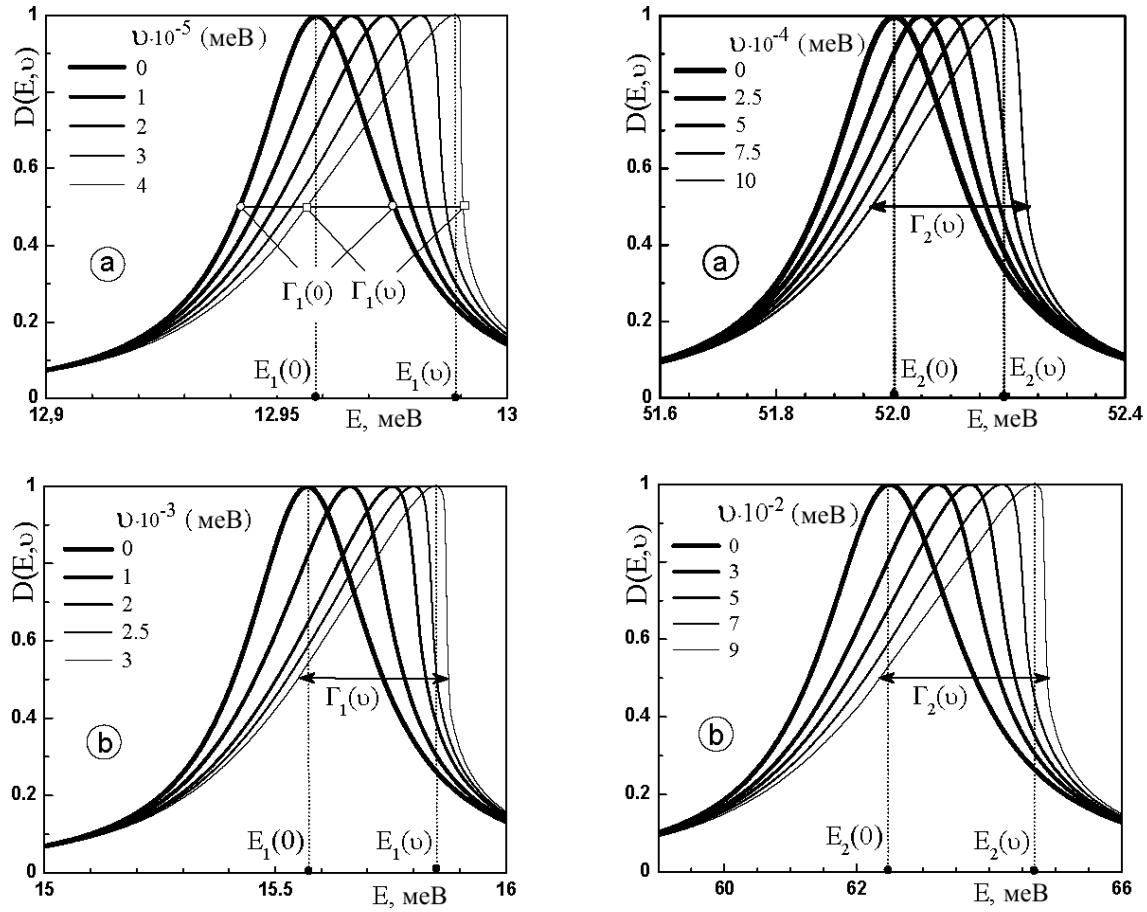

Рис. 3. Залежності коефіцієнта прозорості від енергії в околах двох перших КСС при різних значеннях енергії міжелектронної взаємодії υ для ДБРТС з параметрами: $\Delta^+ = \Delta^- = 2,1$ нм, $b = 21,6$ нм. Модель прямокутних потенціалів (a); δ-бар'єрна модель (b)

Щоб зрозуміти причини змін коефіцієнта прозорості $D(E,\upsilon)$ і активної провідності $\sigma(E,\omega,\upsilon)$ залежно від величини υ, на рис. 2,b наведено приклад залежності $|\Psi(E,z)|^2$ від енергії (E) і координати (z) у області енергії в околах двох перших КСС при різних величинах енергії міжелектронної взаємодії (υ). З цього рисунка видно, що, незалежно від величини υ, функція $|\Psi(E,z)|^2$ при E=const, у околах n-го КСС має n максимумів як і у випадку закритої наносистеми. При фіксованому значенні координати величина $|\Psi(E,z=\text{const})|^2$ як функція від енергії все більше відхиляється від лоренцової форми і деформується так, що її високоенергетичне крило все крутіше опускається, а низькоенергетичне, поступово піднімаючись, стає більш пологим.

Виявлені властивості $|\Psi(E,z)|^2$ зумовлюють відповідну еволюцію форми коефіцієнта прозорості $D(E,\upsilon)$ залежно від енергії (E) в околах першого і другого КСС при різних значеннях потенціалу (υ) міжелектронної взаємодії, що наведена на рис. 3. Для порівняння на цьому ж рисунку показано еволюцію $D(E,\upsilon)$ зі зміною υ у δ-бар'єрній моделі (рис. 3,b) для тієї ж ДБРТС.

Як видно з рис. 3, оскільки δ-бар'єрна модель по відношенню до моделі прямокутних потенціалів, завищує резонансні енергії КСС електрона на десятки відсотків, а резонансні ширини у десятки разів, то міжелектронна взаємодія у реалістичній моделі приводить до суттєвої деформації форми коефіцієнта прозорості вже при електрон-електронній взаємодії на два порядки меншій, ніж дає δ-бар'єрна модель. З рис. 3 також видно, що при υ=0 у обох моделях еволюція $D(E,\upsilon)$ якісно однакова. Коефіцієнт прозорості $D(E,\upsilon)$ у всіх КСС має форму кривої Лоренца з максимальним значенням $D(E_n,\upsilon)$=1 при усіх резонансних енергіях E_n з півширинами $\Gamma_n(\upsilon)$ у всіх (n)

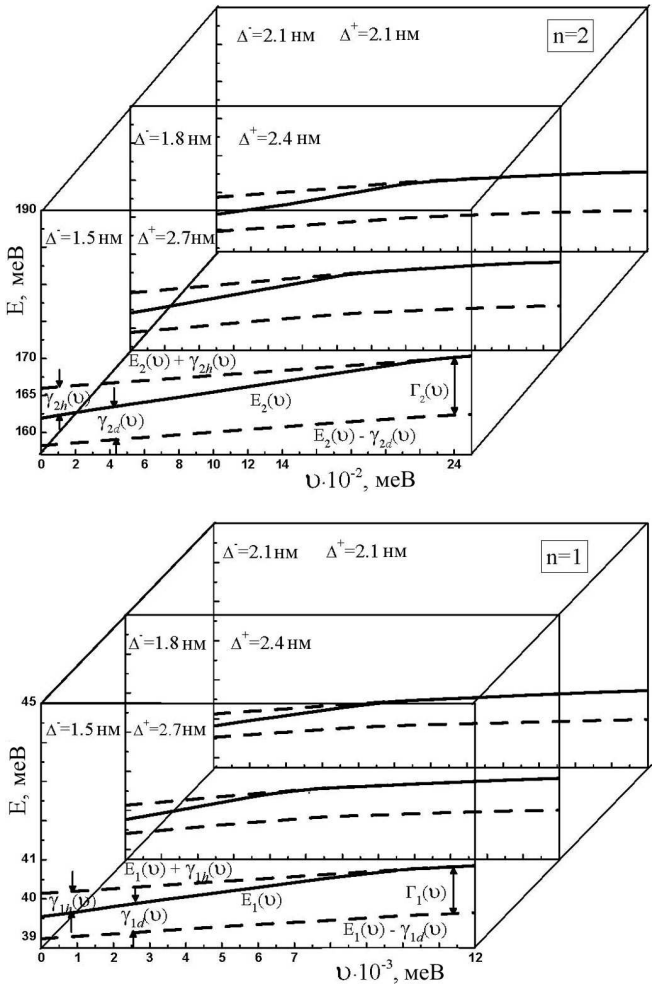

Рис. 4. Залежності резонансних енергій і ширин перших двох КСС електрона від енергії міжелектронної взаємодії υ в ДБРТС з геометричними параметрами: $b = 10,8$ нм, $\Delta^- + \Delta^+ = 4,2$ нм

КСС. Зі збільшенням енергії електрон-електронної взаємодії форма коефіцієнта $D(E,\upsilon)$ в околах перенормованих резонансних енергій ($E_n(\upsilon)$) усіх КСС спочатку стає квазілоренцовою. З подальшим збільшенням υ функція $D(E,\upsilon)$ все більше деформується так, що її низькоенергетичне крило в околі максимуму повільно піднімається, набуваючи квазілінійної залежності від E, а високоенергетичне крило різко, майже прямовісно, опускається. Отже, при досить великих значеннях υ (настільки більших, наскільки більші номери КСС) форма $D(E,\upsilon)$, як видно з рис. 3, в околах, перенормованих взаємодією резонансних енергій ($E_n(\upsilon)$), різко відрізняється від лоренцової і стає клиноподібною. Внаслідок цього виникає потреба так узагальнити поняття резонансних енергій ($E_n(\upsilon)$) і ширин ($\Gamma_n(\upsilon)$) симетричної лоренцівської кривої, щоб вони були поширені на клиноподібну форму $D(E,\upsilon)$. Спосіб реалізації узагальнення видно з рис. 4.

Справді, узагальнення резонансних енергій ($E_n(\upsilon)$) очевидне, а узагальнені резонансні ширини($\Gamma_n(\upsilon)$) n-го КСС доцільно увести як суму низько- ($\gamma_{nd}(\upsilon)$) і високоенергетичних ($\gamma_{nh}(\upsilon)$) півширин. Оскільки $\gamma_{nd}(\upsilon \to 0) = \gamma_{nh}(\upsilon \to 0) = \Gamma_n(0)/2$, то саме це забезпечує правильний граничний перехід $\Gamma_n(\upsilon \to 0) = \Gamma_n$. Доцільність і зручність використання узагальнених резонансних енергій і ширин як узагальнених спектральних параметрів коефіцієнта $D(E,\upsilon)$ проілюстровано на рис. 4, на якому показана залежність від величини міжелектронної взаємодії узагальненої резонансної енергії $E_n(\upsilon)$, а через відстань між лініями $E_n(\upsilon) + \gamma_{nh}(\upsilon)$ і $E_n(\upsilon) - \gamma_{nd}(\upsilon)$, і узагальненої резонансної ширини $\Gamma_n(\upsilon)$.

Оскільки на практиці часто доводиться мати справу з несиметричними структурами, то важливим завданням є дослідження поведінки узагальнених резонансних ширин та енергій залежно від енергії міжелектронної взаємодії в ДБРТС з різними товщинами вхідного (Δ^-) та вихідного (Δ^+) бар'єрів. Для того щоб мати змогу якісно та кількісно узагальнити результати дослідження, розглянемо несиметричну ДБРТС, товщини обох бар'єрів якої задовольняють умову: $\Delta = \Delta^+ + \Delta^- = \text{const}$.

На рис. 4 наведена залежність узагальнених резонансних енергій та ширин для перших двох КСС від енергії міжелектронної взаємодії (υ) при різних величинах Δ^+ і Δ^-. Графіки повністю пояснюють квазілоренцову форму залежності коефіцієнта прозорості $D(E,\upsilon)$ від енергії E.

З рис. 4 видно, що зі зменшенням товщини (Δ^-) вхідного бар'єра і збільшенням на таку саму величину товщини (Δ^+) вихідного бар'єра резонансні енергія та ширина зростають. Узагальнені резонансні ширини $\gamma_{nd}(\upsilon)$ і $\gamma_{nh}(\upsilon)$ при всіх співвідношеннях товщин бар'єрів між собою за малих значень υ спочатку майже рівні ($\gamma_{nd}(\upsilon) \approx \gamma_{nh}(\upsilon)$). Зі збільшенням енергії міжелектронної взаємодії $\gamma_{nh}(\upsilon)$ зменшується, а $\gamma_{nd}(\upsilon)$ збільшується так, що при деякому критичному υ_{cr}: $\Gamma_n(\upsilon_{\text{cr}}) = \gamma_{nd}(\upsilon_{\text{cr}})$; $\gamma_{nh}(\upsilon_{\text{cr}}) = 0$. Зауважимо також, що при зміні величини енергії міжелектронної взаємодії узагальнена резонансна ширина практично не змінюється: $\Gamma_n(\upsilon) = \gamma_{\text{nd}}(\upsilon) + \gamma_{\text{nh}}(\upsilon) = \text{const}$.

Також з рис. 4 видно, що для кожної двобар'єрної наноструктури з різним співвідношенням Δ^- і Δ^+ існує своє критичне значення υ_{cr}, що зростає зі збільшенням різниці між товщинами обох бар'єрів.

Звідси випливає, що міжелектронна взаємодія у симетричних ДБРТС проявляється при менших значеннях енергії міжелектронної взаємодії, ніж у структурах з різними товщинами вхідного і вихідного бар'єрів. Оскільки активна динамічна провідність σ через спектральні параметри квазістаціонарних станів електрона залежить від геометричних параметрів РТС, то вона також суттєво залежить і від енергії E падаючих на систему електронів, і від енергії $\Omega = \hbar\omega$ взаємодіючого з ними електромагнітного поля.

Основні властивості від'ємної і позитивної провідностей σ як функції від E і Ω, розраховані на прикладі ДБРТС з геометричними параметрами $b = 21,6$ нм; $\Delta^- = \Delta^+ = 2,4$ нм зображено на рис. 5,*a,b*.

Розрахунок негативної провідності $\sigma(E,\Omega)$ при лазерному переході $(2 \to 1)$ виконували в такому інтервалі енергій E, що містить енергію другого електронного резонансу E_2, на який подається потік електронів, і в інтервалі енергій електромагнітного поля Ω, що містить енергію електромагнітної хвилі $\Omega = E_2 - E_1$, випроміненої в результаті квантового переходу з квазістаціонарного стану з енергією E_2 в стан з енергією E_1. Для детекторного переходу $(1 \to 2)$ розрахунок $\sigma(E,\Omega)$ виконували в інтервалі енергій, що містить енергію першого електронного резонансу E_1, на який подається потік електронів, та в інтервалі енергій електромагнітного поля Ω, що містить енергію електромагнітної хвилі $\Omega = |E_1 - E_2|$, поглинутої в результаті квантового переходу з квазістаціонарного стану з енергією E_1 у стан з енергією E_2. У випадку лазерного переходу виникає від'ємна активна провідність, а у випадку детекторного переходу – додатна.

З рис. 6,*a,b* видно основні властивості динамічної провідності $\sigma(E,\Omega)$, як функцій E і Ω, що зумовлені квантовими переходами між електронними КСС в результаті випромінювання чи поглинання енергії електромагнітного поля. У площині (E,Ω) у точці $(E_2, \Omega_{21} = E_2 - E_1)$ при лазерному переході і у точці $(E_1, \Omega_{12} = |E_1 - E_2|)$ при детекторному, функція $\sigma(E,\Omega)$ досягає відповідно мінімального $\sigma_{21} = \sigma(E_2,\Omega_{21})$ та максимального $\sigma_{12} = \sigma(E_1,\Omega_{12})$ значень.

Перетини поверхні $\sigma(E,\Omega)$ вертикальними площинами, що проходять через σ_{21} та σ_{12}, утворюють лінії, які мають квазілоренцову форму при $\upsilon = 0$ і клиноподібну форму при великих значеннях υ (рис. 6,*a,b*). Як видно з рис. 6,*a,b*, екстремуми функцій $\sigma(E,\Omega = \text{const})$ чи лазерного (*a*), чи детекторного (*b*) переходів зі збільшенням взаємодії (υ) зміщуються в область більших енергій. При цьому у шкалі електронних

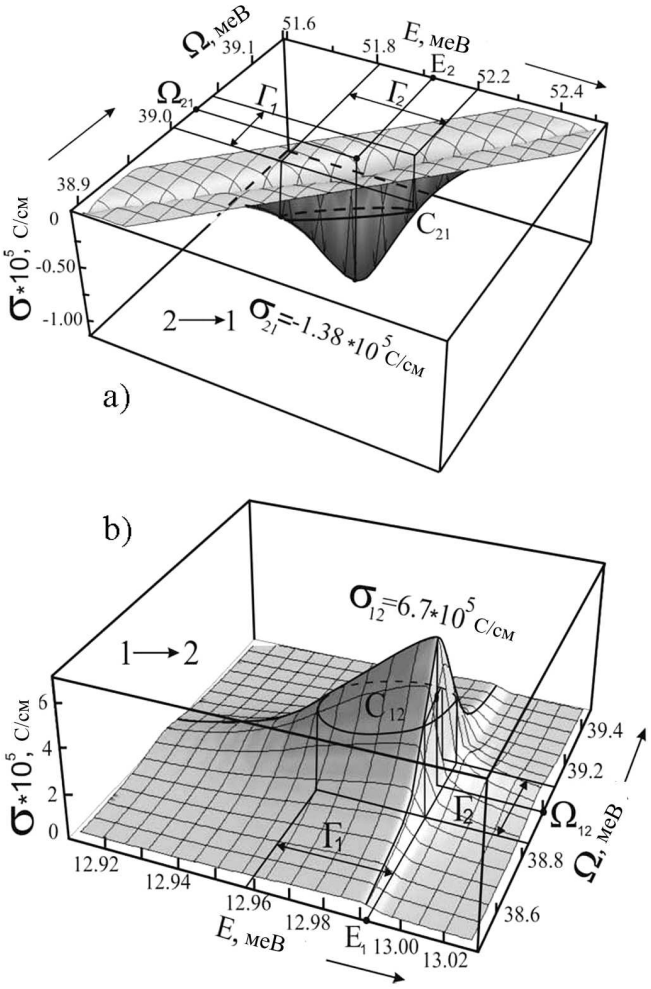

Рис. 5. Залежності динамічної провідності $\sigma(E,\Omega)$ ДБРТС від енергій електронів (E) та електромагнітного поля $(\Omega = \hbar\omega)$ при $\upsilon = 5 \cdot 10^{-4}$ меВ; *a* – лазерний квантовий перехід; *b* – детекторний квантовий перехід

енергій (E) їм відповідатимуть резонансні енергії другого (E_2) та першого (E_1) КСС відповідно. Збільшення взаємодії (υ), незалежно від знака динамічної провідності σ, деформує її залежність від E від квазілоренцової форми до клиноподібної так, що низькоенергетичне крило залежить від E лінійно, а високоенергетичне круто спадає за величиною.

Перетин поверхонь $\sigma(E,\Omega)$ горизонтальною площиною, що проходить на висоті $\sigma_{21}/2$ чи $\sigma_{12}/2$, утворює замкнуті контури (C_{12}, C_{21}), проекції яких на відповідні осі (E,Ω), як видно з рис. 7,*a,b*, практично збігаються зі спектральними параметрами тих робочих квазістаціонарних станів, між якими відбу-

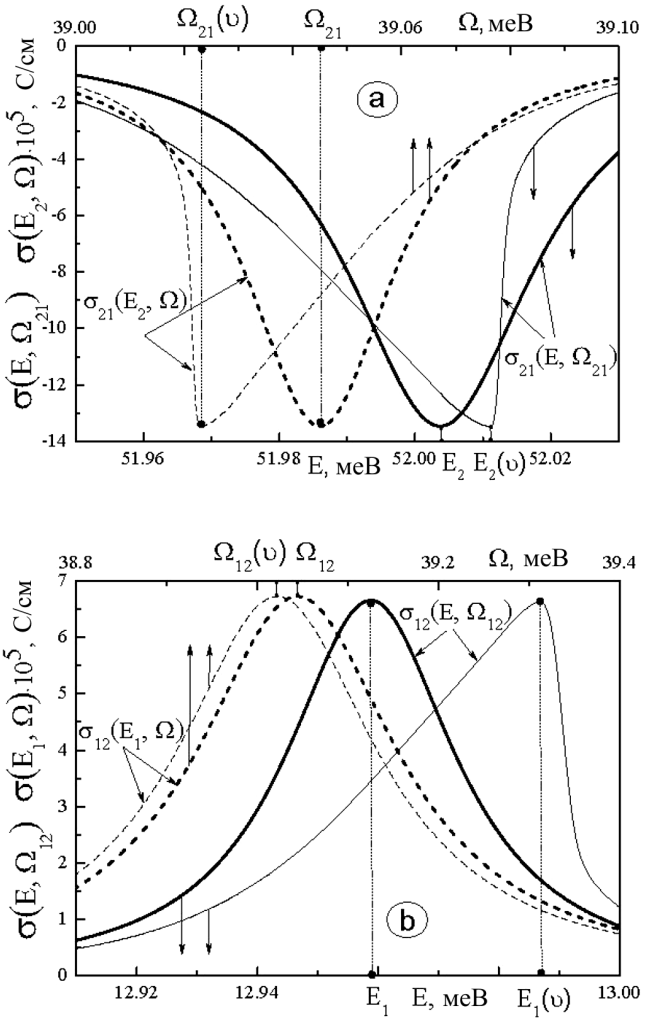

Рис. 6. Залежності негативної (a) і позитивної (b) динамічної провідностей (σ) від енергії E ($\Omega = \text{const}$) та $\Omega\,(E = \text{const})$ при $\upsilon = 0$ меВ (жирна суцільна та штрихова криві) і $\upsilon = 5 \cdot 10^{-4}$ меВ (тонка суцільна та штрихова криві)

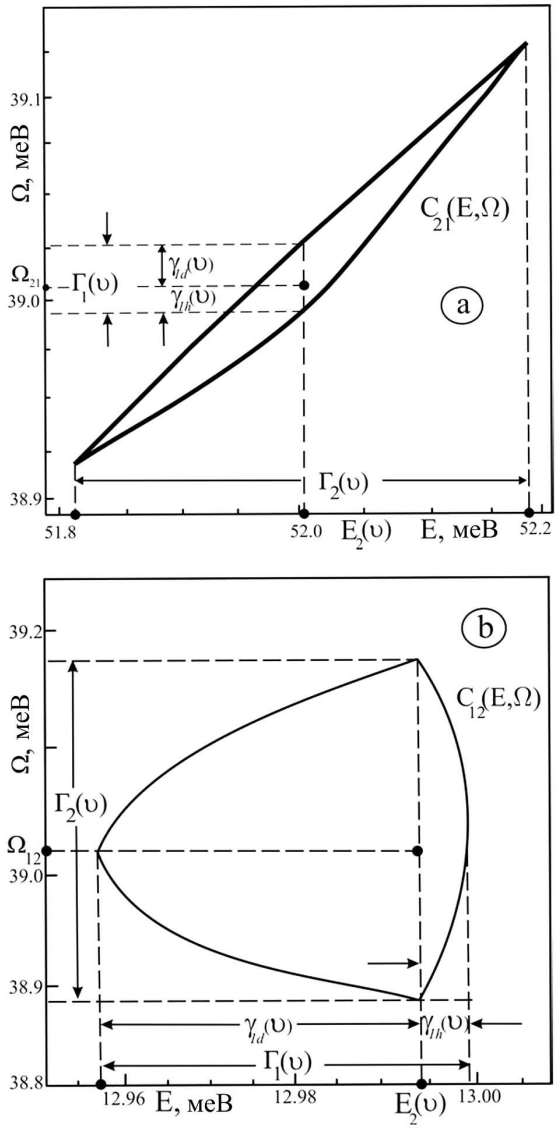

Рис. 7. Контури $C(E, \Omega)$ негативної (a) та позитивної (b) провідностей. Зв'язок їх проекцій на осі (E, Ω) зі спектральними параметрами (резонансними енергіями та ширинами) першого та другого КСС при $\upsilon = 5 \cdot 10^{-4}$ меВ

вається квантовий перехід, що формує піки $\sigma(E, \Omega)$ у випадку лазерного (a) та детекторного (b) переходів.

На рис. 8 наведено розраховані, на прикладі ДБРТС з геометричними параметрами $\Delta^+ = \Delta^- = 2{,}4$ нм, $b = 21{,}6$ нм, залежності від енергії електромагнітного поля (Ω) абсолютної величини негативної провідності $\sigma(\text{E}, \Omega, \upsilon)$ при $\upsilon = 0;\ 5 \cdot 10^{-5}$ меВ для кількох (вказаних на рисунку) значень електронної енергії (E) у діапазоні $E_2 - \Gamma_2/2 \le E \le E_2 + \Gamma_2/2$. В околі узагальненої резонансної енергії другого КСС на основному рисунку і в околі першого КСС – на вставці у тій же шкалі енергій (E), що і (Ω), і при тих самих значеннях υ, наведено залежності коефіцієнта прозорості від енергії електронів.

З рис. 8 видно, що незалежно від величини υ, коефіцієнт прозорості $D(E, \upsilon)$ в околі узагальненої резонансної енергії другого КСС практично збігається (так, що на рисунку різниця непомітна) із залежністю від Ω нормованої огинаючої по енергії E функції

$$\tilde{\sigma}(E, \Omega, \upsilon) =$$

$$= \sigma(E, \Omega, \upsilon)/\sigma(E_2(\upsilon), E_2(\upsilon) - E_1(\upsilon), \upsilon), \qquad (27)$$

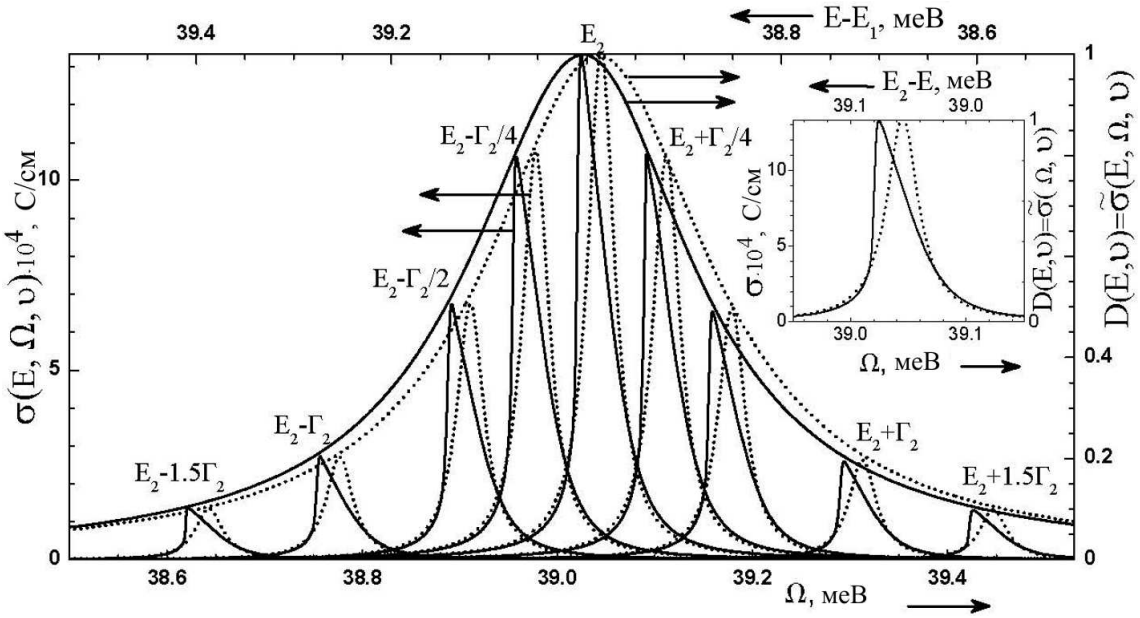

Рис. 8. Активна провідність σ як функція енергії Ω електромагнітного поля при різних значеннях енергії E електрона, ліва і нижня шкали відповідно. Коефіцієнт прозорості D як функція енергії E, права та верхня шкали відповідно. Пунктирні криві: $\upsilon = 0$, суцільні криві: $\upsilon = 5 \cdot 10^{-5}$ меВ

а в околі енергії першого КСС він збігається з нормованою величиною активної провідності

$$\tilde{\sigma}(E_2, \Omega, \upsilon) = \sigma(E_2, \Omega, \upsilon)/\sigma(E_2(\upsilon), \Omega, \upsilon) \ . \qquad (28)$$

З цього ж рисунка видно також, що міжелектронна взаємодія, практично не впливаючи на максимальну величину провідності $\sigma(E, \Omega)$, слабо зміщує, пропорційно до величини енергії взаємодії $\upsilon \max |\Psi(E, z)|^2$, всю функцію $\sigma(E, \Omega)$ в область менших частот, деформуючи її форму від лоренцової до клиноподібної.

4. Висновки

З урахуванням міжелектронної взаємодії розвинута квантово-механічна теорія електронної провідності відкритої ДБРТС, як активного елемента квантового каскадного лазера чи квантового каскадного детектора.

Встановлено, що міжелектронна взаємодія слабо змінює величину динамічної провідності і незалежно від її знака зміщує положення її екстремуму в область більших електронних енергій та менших енергій електромагнітного поля. При значній величині міжелектронної взаємодії, динамічна провідність σ, як функція електронної енергії, набуває клиноподібної форми, а як функція електромагнітного поля вона залишається квазілоренцовою у процесах поглинання.

Експериментальним скануванням активної динамічної провідності ДБРТС моноенергетичним пучком електронів з енергією E можна знайти залежність σ від E і Ω, що дозволяє оцінити важливі спектральні параметри: величини узагальнених резонансних енергій та ширин КСС електрона.

1. V.F. Elesin, JETP **101**, 44 (2005).
2. A.B. Pashkovskii, JETP Lett. **89**, 34 (2009).
3. Ju. Seti, M. Tkach, and O. Voitsekhivska, Cond. Matt. Phys. **14**, 13701 (2011).
4. A.F. Klinskikh, D.A. Chechin, and A.V. Dolgikh, J. Phys. B **41**, 161001 (2008).
5. Q.K. Yang and A.Z. Li, J. Phys. Cond. Matter **12**, 1907 (2000).
6. E. Diez, A. Sanchez, and F. Dominguez-Adame, Phys. Lett. A **12**, 1907 (2000).
7. D. Wittaut, S. Mossman, and H.J. Korsch, J. Phys. A **38**, 1777 (2005).
8. L.D. Carr, C.W. Clark, and W.P. Reinhardt, Phys. Rev. A **62**, 063610 (2000).
9. K. Rapedius, D. Wittaut, and H.J. Korsch, Phys. Rev. A **73**, 033608 (2006).
10. K. Rapedius and H.J. Korsch, J. Phys. A **42**, 425301 (2009).
11. V.P. Kraynov and H.A. Ishkhanyan, Phys. Scr. **40**, 014052 (2010).

12. V.F. Elesin, I.Yu. Kateev, and M.A. Remnev, Semiconductors **43**, 257 (2009).
13. V.F. Elesin, JETP **95**, 114 (2002).
14. N.V. Tkach and Yu.A. Seti, Low Temp. Phys. **35**, 556 (2009).
15. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Квантовая механика (нерелятивистская теория)*(Физматлит, Москва, 2004).
16. J. Faist, F. Capasso, D.L. Sivco, C. Sirtori, A.L. Hutchinson, and A.Y. Cho, Science **264**, 553 (1994).
17. C. Gmachl, F. Capasso, D.L. Sivco, and A.Y. Cho, Rep. Prog. Phys. **64**, 1533 (2001).
18. L. Diehl, D. Bour, S. Corzine, J. Zhu, G. Hofler, M. Loncar, M. Troccoli, and F. Capasso, Appl. Phys. Lett. **88**, 201115 (2006).
19. Q.J. Wang, C. Pflug, L. Diehl, F. Capasso, T. Edamura, S. Furuta, M. Yamanishi, and H. Kan, Appl. Phys. Lett. **94**, 011103 (2009).

Одержано 26.08.11

ВЛИЯНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО МЕЖЭЛЕКТРОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА ТУННЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ СКВОЗЬ НЕСИММЕТРИЧНУЮ ДВУХБАРЬЕРНУЮ РЕЗОНАНСНО-ТУННЕЛЬНУЮ СТРУКТУРУ

Н.В Ткач, Ю.А Сети, И.В. Бойко

Р е з ю м е

В модели эффективных масс и прямоугольных потенциалов с учетом межэлектронного взаимодействия развита квантово-механическая теория коэффициента прозрачности, положительной и отрицательной проводимостей моноэнергетичного пучка электронов сквозь открытую плоскую несимметричную двухбарьерную резонансно-туннельную структуру, которая может быть активным элементом как квантового каскадного лазера, так и квантового каскадного детектора. На примере несимметричной двухбарьерной резонансно-туннельной структуры установлены свойства коэффициента прозрачности и проводимости наносистемы в зависимости от энергии электронов и частоты электромагнитного излучения. Показано, как свойства активной проводимости могут быть использованы для экспериментальной оценки резонансных энергий и резонансных ширин электронных квазистационарных состояний.

EFFECT OF NONLINEAR ELECTRON-ELECTRON INTERACTION ON ELECTRON TUNNELING THROUGH AN ASYMMETRIC TWO-BARRIER RESONANCE TUNNEL STRUCTURE

M.V. Tkach, Ju.O. Seti, I.V. Boyko

Yu. Fed'kovych Chernivitsi National University
(*2, Kotsyubynskyi Str., Chernivtsi 58012, Ukraine; e-mail: ktf@chnu.edu.ua*)

S u m m a r y

The quantum-mechanical theory for the transmission coefficient and the positive and negative conductivities of a monoenergetic electron flux through an open plane asymmetric two-barrier resonance tunnel structure, which can serve as an active element in quantum cascade lasers or quantum cascade detectors, has been developed in the framework of effective-mass and rectangular-potential models. The dependences of the transmission factor and the conductivity in such a structure on the electron energy and the frequency of an electromagnetic field are found. It is shown that the properties of the active conductivity can be used for the experimental evaluation of resonance energies and resonance widths of quasistationary electron states.