Ю.І. ГОРОБЕЦЬ,[1] В.В. КУЛІШ[2]

[1] Інститут магнетизму НАН та МОН України
(Бульв. Вернадського, 36-б, Київ 03142)

[2] Кафедра загальної та експериментальної фізики,
Національний технічний університет України "КПІ"
(Просп. Перемоги, 37, Київ 03056)

УДК 537.636, 537.622.4, 537.9

ДИПОЛЬНО-ОБМІННІ СПІНОВІ ХВИЛІ У ФЕРОМАГНІТНІЙ НАНОТРУБЦІ

У роботі досліджено спінові хвилі у циліндричній феромагнітній нанотрубці. Розглянуто нанотрубку у зовнішньому магнітному полі, прикладеному паралельно до її осі симетрії. Використано лінеаризоване рівняння Ландау–Ліфшица у магнітостатичному наближенні з урахуванням магнітної диполь-дипольної взаємодії, обмінної взаємодії та ефектів анізотропії. В результаті знайдено дисперсійне відношення та спектр радіальних хвильових чисел для спінових хвиль у описаній вище нанотрубці. Зі спектра радіальних хвильових чисел визначено обмеження на поперечно-кутові моди.

Ключові слова: спінова хвиля, наномагнетизм, феромагнітна нанотрубка, дипольно-обмінна теорія.

1. Вступ

Хвилі намагніченості у магнітовпорядкованих матеріалах, так звані спінові хвилі [1, 2], інтенсивно досліджувались останніми роками – як теоретично, так і експериментально. Магнітні спінові хвилі є об'єктом дослідження нових галузей фізики – магноніки [1] та спінтроніки [3]. У відповідних роботах досліджуються, зокрема, спектр та дисперсійне відношення для спінових хвиль в середовищах різного типу [4–6] та процеси їх відбивання та проходження на границі двох середовищ [7, 8]. У численних роботах досліджуються спінові хвилі у тонких феромагнітних плівках [9–11], мікронно-розмірних магнітних квантових точках [12–14], нанодротах [4, 15–17] та інших наноструктурах. Спінові хвилі є перспективними для численних практичних застосувань – для створення нових пристроїв зберігання даних, пристроїв передачі даних та ін.

Одним з результатів розвитку нанотехнологій у останні десятиріччя став синтез та використання композитних наноструктур. Відомо, що нанокомпозити, які містять феромагнетик, характеризуються наявністю аномальних магнітних властивостей [18–23]. Спінові хвилі у нанокомпозитах різного типу – багатошарових тонких плівках [24, 25], ансамблях феромагнітних наночастинок у різних матрицях [26] та інших – широко вивчені. Проте, спінові хвилі у композитних наночастинках є маловивченими і становлять особливий інтерес для дослідження. Зокрема, синтезовані нещодавно магнітні нанотрубки [27–33] знайшли широкий спектр застосувань, зокрема, в магнітобіології [34, 35]. Проте, на даний час спінові хвилі в магнітних нанотрубках залишаються маловивченими, а відомі роботи з цієї тематики присвячені переважно спіновим солітонам [36] та хвилям на границях магнітних доменів [37, 38].

У даній роботі досліджено спінові хвилі у феромагнітній нанотрубці. Для спінової хвилі у такій структурі знайдено дисперсійне відношення з урахуванням магнітної диполь-дипольної взаємодії, обмінної взаємодії та анізотропії. Крім того, знайдено спектр радіальних хвильових чисел для таких хвиль.

2. Постановка задачі

Розглянемо нанотрубку, що складається з немагнітної серцевини та феромагнітної металевої оболонки, з внутрішнім радіусом a та зовнішнім радіусом b. Матеріал у зовнішньому просторі також вважається немагнітним.

Ми розглядаємо нанотрубку-оболонку, що складається з феромагнетику з одноосьовою магнітною анізотропією, вісь якої спрямована уздовж осі симетрії нанотрубки. Ми вважаємо, що феромагнетик має тип "легка вісь", тому рівноважна намагніченість також спрямована уздовж осі симетрії феромагнітної оболонки. Будемо вважати, що феромагнетик характеризується такими параметрами: константа одновісної анізотропії β (вважається сталою), константа обмінної енергії α (тензор обмінної енергії у загальному випадку одновісного кристала є діагональним і має дві незалежні компоненти; ми розглянемо випадок, коли ці компоненти збігаються: це є вірним для кубічного кристала, для полікристалічної оболонки з дрібними кристалами та ін.). Будемо вважати, що рівноважна намагніченість оболонки $\mathbf{M}_0$ є сталою у всьому об'ємі оболонки, і спрямована уздовж осі нанотрубки. Ми нехтуємо дисипацією – і, відповідно, згасанням спінових хвиль у нанотрубці, нехтуючи релаксаційним доданком у рівнянні Ландау–Ліфшица. Гіромагнітне відношення феромагнетика γ будемо вважати фіксованим.

Розглянемо спінову хвилю, що поширюється у оболонці описаної вище нанотрубки паралельно до її осі. Зважаючи на типові розміри нанотрубок та на відповідні обмеження на хвильове число, ми маємо врахувати у рівнянні Ландау–Ліфшица як магнітну диполь-дипольну, так і обмінну взаємодію. Крім того, оскільки ми розглядаємо одноосьовий феромагнетик, маємо залишити також доданок, що враховує анізотропію.

Застосуємо лінеаризовану теорію спінових хвиль, вважаючи, що густина магнітного моменту та магнітне поле спінової хвилі є малими збуреннями загальної густини магнітного моменту та загального магнітного поля, відповідно. Таким чином, для збурення $\mathbf{m}$ густини магнітного моменту ($\mathbf{M} = \mathbf{M}_0 + \mathbf{m}$, де $\mathbf{M}$ – загальна густина магнітного моменту) виконується $|\mathbf{m}| \ll |\mathbf{M}_0|$.

Метою даної роботи є отримання дисперсійного відношення та спектра радіальних хвильових чисел для описаних вище спінових хвиль.

3. Теоретичне підгрунтя

Запишемо рівняння Ландау–Ліфшица для нанотрубки, описаної в попередньому розділі. Якщо відхилення густини магнітного моменту $\mathbf{m}$ та магнітного поля $\mathbf{h}$ всередині феромагнетика від їх рівноважних значень в основному стані – $\mathbf{M}_0$ та $\mathbf{H}_0^{(i)}$, відповідно – є малими, лінеаризоване рівняння Ландау–Ліфшица всередині феромагнітної трубки (після відкидання релаксаційного доданка) буде мати такий вигляд [1]:

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} = \gamma\left(\mathbf{M}_0 \times \left(\mathbf{h} + \alpha \sum_i \frac{\partial^2 \mathbf{m}}{\partial x_i^2} + \beta \mathbf{n}\,(\mathbf{mn}) - \right.\right.$$

$$\left.\left. -\frac{1}{M_0^2}\left(\mathbf{M}_0 \mathbf{H}_0^{(i)} + \beta\,(\mathbf{M}_0 \mathbf{n})^2\right)\mathbf{m}\right)\right), \qquad (1)$$

де $\mathbf{n}$ – одиничний вектор у напрямку осі анізотропії системи.

Спрямуємо вісь Oz вздовж осі симетрії системи. З властивостей легковісних феромагнетиків випливає, що рівноважна намагніченість спрямована вздовж напрямку $\mathbf{n}$ і, отже, вздовж осі Oz. Отже, рівноважне магнітне поле всередині феромагнітної оболонки буде також спрямоване уздовж Oz: $\mathbf{H}_0^{(e)} - 4\pi\hat{N}\mathbf{M}_0 = \mathbf{H}_0^{(i)} || Oz$, де $\mathbf{H}_0^{(e)}$ – зовнішнє поле (ззовні нанотрубки), $\hat{N}$ – тензор розмагнічуючих коефіцієнтів (для симетрії нашої системи $4\pi\hat{N}\mathbf{M}_0 = 0$). Використовуючи ці співвідношення, підставимо $\mathbf{m}$ і $\mathbf{h}$ в періодичній за часом формі

$$\mathbf{m}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{m}_0(\mathbf{r}) \exp(i\omega t), \mathbf{h}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{h}_0(\mathbf{r}) \exp(i\omega t) \qquad (2)$$

у рівняння (1). Після врахування $\mathbf{M}_0 || \mathbf{H}_0^{(e)} || \mathbf{n} || Oz$, $\mathbf{m}_0 \perp \mathbf{e}_z$, отримаємо

$$i\omega \mathbf{m}_0 = \gamma\left(M_0 \mathbf{e}_z \times \left(\mathbf{h}_0 + \alpha \Delta \mathbf{m}_0 - \left(\beta + \frac{H_0^{(e)}}{M_0}\right)\mathbf{m}_0\right)\right), \qquad (3)$$

де $\mathbf{e}_z$ – орт осі Oz.

Для розв'язку рівняння Ландау–Ліфшица нам потрібно ще одне співвідношення між намагніченістю та магнітним полем. Застосуємо магнітостатичне наближення [1]. У цьому наближенні збурення магнітного поля $\mathbf{h}$ є потенціальним полем: $\mathbf{h} = -\nabla\Phi$, $\mathbf{h}_0 = -\nabla\Phi_0$, де Φ – магнітний потенціал, а $\Phi = \Phi_0\,(\mathbf{r}) \exp(i\omega t)$. Використавши таке наближення, з рівняння Максвелла $\mathrm{div}\mathbf{h} = -4\pi\,\mathrm{div}\mathbf{m}$ отримаємо шукане співвідношення:

$$\Delta\Phi - 4\pi \mathrm{div}\mathbf{M} = 0. \qquad (4)$$

Рівняння (3) і (4) дають нам необхідний зв'язок між **m** та **h**. Використовуючи цю систему рівнянь, можемо знайти дисперсійне рівняння та спектр хвильових чисел для спінових хвиль у оболонці.

4. Дисперсійне співвідношення і хвильовий спектр

Знайдемо дисперсійне відношення для спінових хвиль у феромагнітній оболонці, використовуючи систему рівнянь (3), (4).

У системі рівнянь (3), (4) збурення намагніченості **m** може бути виключене (після врахування $m_{0z} = 0$). При цьому система зводиться до такого рівняння для магнітного потенціалу :

$$\left(\frac{\omega^2}{\gamma^2 M_0^2} - \left(\frac{H_0^{(e)}}{M_0} + \beta - \alpha\Delta\right)\left(\left(\frac{H_0^{(e)}}{M_0} + \beta\right) + 4\pi - \alpha\Delta\right)\right)\Delta\Phi_0 + 4\pi\left(\frac{H_0^{(e)}}{M_0} + \beta - \alpha\Delta\right)\frac{\partial^2\Phi_0}{\partial z^2} = 0. \quad (5)$$

Будемо працювати у циліндричній системі координат (ρ, θ, z). У цих координатах рівняння (5) припускає розв'язок у такому вигляді:

$$\Phi = (A_1 J_n(k_\perp\rho) + A_2 N_n(k_\perp\rho)) \exp(i(n\theta + k_\| z - \omega t)), \quad (6)$$

де A_1 і A_2 – константи, $J_n(k_\perp\rho)$ – функція Бесселя порядку n, $N_n(k_\perp\rho)$ – функція Неймана порядку n, $k_\perp$ – поперечне хвильове число, n – номер поперечно-кутової моди коливань. (Такий вигляд розв'язку стає очевидним, якщо ми запишемо співвідношення $\Delta\Phi = -\left(k_\perp^2 + k_\|^2\right)\Phi$ для потенціалу вигляду (6). Зауважимо, що з властивостей функцій Бесселя номер кутової моди n збігається з порядком радіальних функцій Бесселя $J_n(k_\perp\rho)$, $N_n(k_\perp\rho)$, тому ми називаємо ці моди поперечно-кутовими.) Після підстановки розв'язку (6) у рівняння (5), отримаємо таке дисперсійне рівняння:

$$\alpha^2(k_\|^2 + k_\perp^2)^3 + 2\alpha(\tilde\beta + 2\pi)(k_\|^2 + k_\perp^2)^2 + \left(\tilde\beta(\tilde\beta + 4\pi) - \frac{\omega^2}{\gamma^2 M_0^2} - 4\pi\alpha k_\|^2\right) \times \left(k_\|^2 + k_\perp^2\right) - 4\pi\tilde\beta k_\|^2 = 0, \quad (7)$$

де $\tilde\beta = \beta + \frac{H_0^{(e)}}{M_0}$. Цьому рівнянню відповідає дисперсійне відношення

$$\omega = \gamma M_0 \times \sqrt{\alpha^2 k^4 + 2\alpha(2\pi + \tilde\beta)k^2 + \tilde\beta(4\pi + \tilde\beta) - 4\pi k_\|^2\left(\alpha + \frac{\tilde\beta}{k^2}\right)}, \quad (8)$$

де повне хвильове число $k^2 = k_\|^2 + k_\perp^2$. Зауважимо, що отриманий результат збігається з результатом, отриманим у роботах [4, 39] для циліндричних нанодротів. Отже, перехід від нанодроту до нанотрубки не змінює картини спінових хвиль у системі. Отримане дисперсійне рівняння враховує також обмінні ефекти.

На даному етапі ми, взагалі, маємо накласти граничні умови для магнітного поля (як для вектора **B**, так і для вектора **H**) і розв'язувати рівняння для магнітного потенціалу разом з цими граничними умовами як всередині, так і ззовні нанотрубки. Таким чином можемо отримати друге необхідне співвідношення між частотою спінової хвилі ω та компонентами хвильового числа k, $k_\|$. Цей метод вимагає чисельних розрахунків; проте, як ми побачимо, для об'ємних мод спінової хвилі у циліндричній нанотрубці з немагнітним зовнішнім середовищем граничних умов для намагніченості досить для знаходження цього співвідношення (а саме, спектра поперечних хвильових чисел) в аналітичному вигляді.

Накладемо обмінні граничні умови на збурення намагніченості (див., наприклад, [1]) на внутрішній та зовнішній границях нанотрубки. За відсутності магнітного моменту ззовні нанотрубки ці граничні умови можна записати у вигляді $\mathbf{m}|_{\rho=a,b} = 0$, $\left.\frac{\partial\mathbf{m}}{\partial\rho}\right|_{\rho=a,b} = 0$ (випадок сильного пінінгу, див., наприклад, [41]). Рівняння Максвелла (4) дозволяє нам перетворити ці граничні умови в умови для потенціалу Φ:

$$\Delta\Phi|_{\rho=a,b} = 4\pi\left(\frac{dm_{0\rho}}{d\rho} + \frac{m_{0\rho}}{\rho} + \frac{in}{\rho}m_{0\theta} + ik_\| m_{0z}\right)\Bigg|_{\rho=a,b} \times \exp(i(n\theta + k_\| z - \omega t)) = 0, \quad (9)$$

де **m** наведено у вигляді $\mathbf{m} = \mathbf{m}_0(\rho)\exp(i(n\theta + k_{j||}z - \omega t))$. З іншого боку, для об'ємних спінових хвиль умову $\Delta\Phi|_{\rho=a,b} = 0$ можна переписати як $k^2\Phi_0\big|_{a,b} = 0$, використовуючи таку властивість функцій Бесселя:

$$\frac{1}{\rho}\frac{d}{d\rho}\rho\frac{d}{d\rho}\Phi_0 = \left(-k_\perp^2 + \frac{n^2}{\rho^2}\right)\Phi_0. \tag{10}$$

Таким чином, при $k \neq 0$ з граничних умов для намагніченості витікає $\Phi_0\big|_{a,b} = 0$:

$$A_1 J_n(k_\perp a) + A_2 N_n(k_\perp a) =$$
$$= A_1 J_n(k_\perp b) + A_2 N_n(k_\perp b) = 0. \tag{11}$$

У загальному випадку ми повинні розв'язати це рівняння разом з іншими співвідношеннями (отриманими з граничних умов для магнітного поля) між амплітудою спінової хвилі та поперечним хвильовим числом. Проте, зауважимо, що для нашого випадку (немагнітне зовнішнє середовище) граничні умови для намагніченості у вигляді (11) можна звести до вигляду, що не потребує таких розрахунків, після ділення на амплітуду *A1*:

$$J_n(k_\perp a) + \frac{A_2}{A_1}N_n(k_\perp a) = J_n(k_\perp b) + \frac{A_2}{A_1}N_n(k_\perp b) = 0. \tag{12}$$

Ця система з двох рівнянь з двома невідомими, дійсно, дозволяє отримати спектр поперечних хвильових чисел, не розв'язуючи повну систему рівнянь з граничними умовами. Таким чином, спектр поперечних хвильових чисел задається системою трансцендентних рівнянь (12).

Для широкої оболонки, так що $k_\perp a \gg 1$, або для оболонки, тонкої порівняно з її шириною, так що $\frac{b-a}{a} \ll 1$, вираз для спектра поперечних хвильових чисел (12) може бути суттєво спрощено. (Оскільки $k_\perp$ є величиною того самого порядку або більшою, ніж $\frac{1}{b-a}$, при виконанні умови $\frac{b-a}{a} \ll 1$ умова $k_\perp a \gg 1$ також виконується.) Використовуючи асимптотику функцій Бесселя, ми можемо записати $\Phi_0(\mathbf{r}) = \frac{C}{\sqrt{\rho}}\sin(k\rho + \delta)\exp\left(i\left(n\theta + k_\| z\right)\right)$, де C – константа нормування, а δ – початкова фаза. Звідси $k_\perp$ може бути отримано для тонкої оболонки з використанням граничних умов (11) у такому вигляді:

$$k_\perp = \frac{\pi p}{b-a}, \tag{13}$$

де p – довільне невід'ємне ціле число. (Зауважимо, що умова тонкої оболонки $\frac{b-a}{a} \ll 1$, що дозволяє записати поперечне хвильове число у вигляді (13), виконується для типових нанотрубок.)

Зауважимо, що спектр поперечних хвильових чисел для тонкої оболонки (13) є подібним до спектра частинки в одновимірній потенціальній ямі, так що для тонкої оболонки задача стає квазіодновимірною.

5. Аналіз отриманих результатів

Проаналізуємо дисперсійне рівняння (що задається рівнянням (8)) та спектр поперечних хвильових чисел (що задається рівняннями (12), (13)) для спінових хвиль у феромагнітній нанотрубці.

По-перше, зауважимо, що коли феромагнітна оболонка є тонкою порівняно з характерною довжиною обмінної взаємодії ($b - a \ll l_{ex}$), так що ми можемо покласти $k_\perp = 0$ (нехтуючи радіальною залежністю намагніченості на товщини оболонки), дисперсійне рівняння (8) набуває такого вигляду:

$$\omega = \gamma M_0\left(\alpha k_\|^2 + \frac{H_0^{(e)}}{M_0} + \beta_j\right) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow k_\| = \sqrt{\frac{1}{\alpha}\left(\frac{\omega}{\gamma M_0} - \frac{H_0^{(e)}}{M_0} - \beta\right)}. \tag{14}$$

Дисперсійне рівняння для тонкої оболонки (14) збігається з дисперсійним рівнянням для тонкої феромагнітної плівки та для тонкого циліндричного нанодроту, див., наприклад, [4, 39, 40]. Таким чином, можна стверджувати, що для досить малих (по одному чи двох вимірах) феромагнітних нанооб'єктів картина спінових хвиль є подібною та стає квазіодновимірною.

По-друге, зробимо числові оцінки для частот спінової хвилі за відсутності зовнішнього поля, вважаючи, що поздовжнє хвильове число обмежено, з одного боку, довжиною нанотрубки (яка становить одиниці або десятки мікрометрів для типових нанотрубок), а з іншого боку, довжиною обмінної взаємодії (порядку кількох нанометрів для типових феромагнетиків). Аналогічні обмеження накладаються і на поперечне хвильове число, проте, останнє обертається на нуль при $n = 0$. Таким чином, як поздовжнє $k_\|$, так і повне хвильове число k для типової нанотрубки змінюється по порядку величини від 102 см$^{-1}$ до 106 см$^{-1}$. Для типових феромагнітних нанотрубок $\beta \sim 1$,

$\alpha \sim 10^{-12}$ см$^{-2}$, так що для нанотрубки з матеріалу з гіромагнітним відношенням $\gamma = 107$ Гц/Гс та рівноважною намагніченістю $M_0 = 103$ Гс (типові значення для феромагнетиків, що використовуються в експериментах) частота ω, згідно з (8), має порядок 1010 Гц на всьому інтервалі хвильових чисел. (Зауважимо, що коли $k_\parallel$ та $k_\perp$ прямують до нуля разом – що відповідає нульовій поперечно-кутовій моді у нескінченно довгій нанотрубці – частота коливань $\omega = \gamma M_0 \sqrt{\beta\,(4\pi + \beta)}$ також має порядок 1010 Гц.)

Як можна бачити з (13), поперечне хвильове число збільшується при зменшенні товщини оболонки. Оскільки типові оболонки є тонкими, цей факт накладає обмеження на номер моди n (через обмеження на поперечне хвильове число $k_\perp$, пов'язане з обмінною довжиною). Зокрема, коли товщина нанотрубки є малою порівняно з обмінною довжиною ($b-a \ll l_{ex}$), намагніченість є однорідною на товщині оболонки, так що можна вважати $k_\perp = 0$. Отже, для дуже тонких нанотрубок ($b - a < l_{ex}$) можливе збудження тільки нульової поперечно-кутової моди ($n = 0$). Типова нанотрубка має товщину порядку кількох десятків нанометрів; для таких нанотрубок кількість можливих поперечно-кутових мод має порядок $\frac{b-a}{l_{ex}} \sim 10$.

6. Висновки

Таким чином, ми побудували теорію дипольно-обмінних спінових хвиль у феромагнітних нанотрубках. Для спінової хвилі в циліндричній нанотрубці, що складається з феромагнетику типу "легка вісь", ми отримали дисперсійне відношення та спектр радіальних (поперечних) хвильових чисел.

Ми показали, що описане вище дисперсійне відношення для нанотрубки, яка є тонкою порівняно з характерною довжиною обмінної взаємодії, переходить в дисперсійне відношення для спінових хвиль у тонкому феромагнітному нанодроті та тонкій феромагнітній плівці. Дисперсійне відношення для нанотрубки, яка є тонкою в порівнянні з обмінною довжиною, стає квадратичною по хвильовому числу.

Ми також показали, що для тонкої нанотрубки (товщина якої набагато менша за внутрішній радіус, що виконується для типових нанотрубок) рівні хвильового числа стають еквідістантними і, таким чином, спектр хвильових чисел стає квазіодновимірним. Відстань між цими рівнями є обернено пропорційною до товщини нанотрубки.

Аналіз обмежень, пов'язаних з обмінними ефектами, показує, що для спінових хвиль у зазначених вище нанотрубках можуть бути збуджені тільки перші N поперечно-кутових мод, де число $N \sim \frac{b-a}{l_{ex}}$ (a та b – внутрішній і зовнішній радіуси нанотрубки, відповідно, l_{ex} – характерна довжина обмінної взаємодії) має порядок 10 для типової нанотрубки.

1. А.И. Ахиезер, В.Г. Барьяхтар и С.В. Пелетминский, *Спиновые волны* (Наука, Москва, 1967).
2. V.V. Kruglyak, S.O. Demokritov, and D. Grundler, J. Phys. D: Appl. Phys. **43**, 264001 (2010).
3. D. Grundler, Phys. World **15**, 39 (2002).
4. R. Arias and D.L. Mills, Phys. Rev. B **63**, 134439 (2001).
5. P. Monceau and J.-C. S. Lévy, Phys. Lett. A **374**, 1872 (2010).
6. C.G. Bezerra, M.S. Vasconcelos, E.L. Albuquerque, and A.M. Mariz, Phys. A **329**, 91 (2003).
7. Yu.I. Gorobets, A.N. Kuchko, and S.A. Reshetnyak, Phys. Solid State **38**, 315 (1996).
8. S.A. Nikitova, Yu.V. Gulyaeva, and A.D. Boardmanb, Waves in Random Media **6**, 61 (1996).
9. R.P. van Stapele, F.J.A.M. Greidanus, and J.W. Smits, J. Appl. Phys. **57**, 1282 (1985).
10. B.A. Kalinikos, N.G. Kovshikov, and A.N. Slavin, J. Appl. Phys. **69**, 5712 (1991).
11. M. Bauer, O. Büttner, S.O. Demokritov, B. Hillebrands, V. Grimalsky, Yu. Rapoport, and A.N. Slavin, Phys. Rev. Lett. **81**, 3769 (1998).
12. K.Yu. Guslienko and A.N. Slavin, J. Appl. Phys. **87**, 6337 (2000).
13. F.G. Aliev, J.F. Sierra, A.A. Awad, G.N. Kakazei, D.-S. Han, S.-K. Kim, V. Metlushko, B. Ilic, and K.Y. Guslienko, Phys. Rev. B **79**, 174433 (2009).
14. J. Jorzick, S.O. Demokritov, C. Mathieu, B. Hillebrands, B. Bartenlian, C. Chappert, F. Rousseaux, and A.N. Slavin, Phys. Rev. B **60**, 15194 (1999).
15. R. Skomski, M. Chipara, and D.J. Sellmyer, J. Appl. Phys. **93**, 7604 (2003).
16. P.C. Fletcher and C. Kittel, Phys. Rev. **120**, 2004 (1960).
17. S.M. Chérif, Y. Roussigné, C. Dugautier, and P. Moch, J. Magn. Magn. Mater. **222**, 337 (2000).
18. B. Dieny, S. Sankar, M.R. McCartney, D.J. Smith, P. Bayle-Guillemaud, and A.E. Berkowitz, J. Magn. Magn. Mater. **185**, 283 (1998).
19. K. Yakushiji, S. Mitani, K. Takanashi, J.-G. Ha, and H. Fujimori, J. Magn. Magn. Mater. **212**, 75 (2000).
20. M. Inoue, K. Arai, T. Fujii, and M. Abe, J. Appl. Phys. **85**, 5768 (1999).
21. A. Butera, J.N. Zhou, and J.A. Barnard, Phys. Rev. B **60**, 12270 (1999).

22. A. Figotin and placeI. Vitebskiy, Phys. Rev. B **67**, 165210 (2003).
23. S. Ohnuma, N. Kobayashi, T. Masumoto, S. Mitani, and H. Fujimori, J. Appl. Phys. **85**, 4574 (1999).
24. P. Grünberg and K. Mika, Phys. Rev. B **27**, 2955 (1983).
25. I.L. Lyubchanskii, N.N. Dadoenkova, M.I. Lyubchanskii, E.A. Shapovalov, and T.H. Rasing, J. Phys. D: Appl. Phys. **36**, R277 (2003).
26. L. Maya, J.R. Thompson, K.J. Song, and R.J. Warmack, J. Appl. Phys. **83**, 905 (1998).
27. Y.C. Sui, R. Skomski, K.D. Sorge, and D.J. Sellmyer, Appl. Phys. Lett. **84**, 1525 (2004).
28. K. Nielsch, F.J. Castaco, C.A. Ross, and R. Krishnan, J. Appl. Phys. **98**, 034318 (2005).
29. K. Nielsch, F.J. Castaco, S. Matthias, W. Lee, and country-regionplaceC.A. Ross, **7**, 217 (2005).
30. P. Landeros, S. Allende, J. Escrig, E. Salcedo, D. Altbir, and E.E. Vogel, Appl. Phys. Lett. **90**, 102501 (2007).
31. Z.K. Wang, H.S. Lim, H.Y. Liu, S.C. Ng, M.H. Kuok, L.L. Tay, D.J. Lockwood, M.G. Cottam, K.L. Hobbs, P.R. Larson, J.C. Keay, G.D. Lian, and M.B. Johnson, Phys. Rev. Lett. **94** (2005) 137208.
32. R. Sharif, S. Shamaila, M. Ma, L.D. Yao, R.C. Yu, X.F. Han, and M. Khaleeq-ur-Rahman, Appl. Phys. Lett. **92**, 032505 (2008).
33. Y. Ye and B. Geng, Critical Reviews in Solid State and Materials Sciences **37**, 75 (2012).
34. A.K. Salem, P.C. Searson, and K.W. Leong, Nat. Mater. **2**, 668 (2003).
35. C.C. Berry and A.S.G. Curtis, J. Phys. D: Appl. Phys. **36**, R198 (2003).
36. H. Leblond and V. Veerakumar, Phys. Rev. B **70**, 134413 (2004).
37. A.L. González, P. Landeros, and Á.S. Núñez, J. Magn. Magn. Mater. **322**, 530 (2010).
38. J.A. Otálora, J.A. López-López, A.S. Núñez, and P. Landeros, J. Phys.: Condens. Matter **24**, 436007 (2012).
39. V.V. Kruglyak, R.J. Hicken, A.N. Kuchko, and V.Yu Gorobets, J. Appl. Phys. **98**, 014304 (2005).
40. V.V. Kruglyak, A.N. Kuchko, and V.I. Finokhin, Physics of the PlaceNameplaceSolid PlaceTypeState **46**, 867 (2004).
41. T.G. Rappoport, P. Redlinski, X. Liu, G. Zarand, J.K. Furdyna, and B. Jank, Phys. Rev. B **69**, 125213 (2004).

Одержано 03.10.13

Ю.И. Горобец, В.В. Кулиш

ДИПОЛЬНО-ОБМЕННЫЕ СПИНОВЫЕ
ВОЛНЫ В ФЕРРОМАГНИТНОЙ НАНОТРУБКЕ

Р е з ю м е

В работе исследованы спиновые волны в цилиндрической ферромагнитной нанотрубке. Рассмотрена нанотрубка во внешнем магнитном поле, приложенном параллельно ее оси симметрии. Использовано линеаризованное уравнение Ландау–Лифшица в магнитостатическом приближении с учетом магнитного диполь-дипольного взаимодействия, обменного взаимодействия и эффектов анизотропии. В результате найдено дисперсионное отношение и спектр радиальных волновых чисел для спиновых волн в описанной выше нанотрубке. Из спектра радиальных волновых чисел определены ограничения на поперечно-угловые моды.

Yu.I. Gorobets, V.V. Kulish

DIPOLE-EXCHANGE SPIN
WAVES IN A FERROMAGNETIC NANOTUBE

S u m m a r y

Spin waves in a cylindrical ferromagnetic nanotube are studied. A nanotube with an external magnetic field applied parallel to its symmetry axis is considered. A linearized Landau–Lifshitz equation in the magnetostatic approximation is used with regard for the magnetic dipole-dipole interaction, exchange interaction, and anisotropy effects. As a result, the dispersion relation and the radial wavenumber spectrum for spin waves in the above-described nanotube are found. From the radial wavenumber spectrum, limitations on the transverse-angular modes are defined.