

П.М. ТОМЧУК, В.М. БОНДАР, О.Є. ЛЕВШИН

Інститут фізики НАН України

(Просп. Науки, 46, Київ 03680; e-mail: ptomchuk@iop.kiev.ua)

ВПЛИВ АНІЗОТРОПНИХ МЕХАНІЗМІВ РОЗСІЯННЯ НА ПОЛЯРИЗАЦІЙНІ ЗАЛЕЖНОСТІ ТЕРАГЕРЦОВОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ ГАРЯЧИХ ЕЛЕКТРОНІВ

УДК 539

Теоретично і експериментально досліджено вплив анізотропних механізмів розсіяння на поляризаційні залежності терагерцового (ТГц) випромінювання гарячих електронів у багатодолинних напівпровідниках типу n -Ge. Основну увагу приділено ситуації, коли прикладене до багатодолинного напівпровідника електричне поле направлено у напрямку, несиметричному відносно долин. Показано, що заміна анізотропного механізму розсіяння електронів іонізованими домішками на анізотропний механізм розсіяння їх акустичними фононами веде до заміни максимумів на мінімуми на періодичній поляризаційній кутовій залежності інтенсивності випромінювання гарячих електронів. Заміна одного домінуючого механізму розсіяння іншим може бути зумовлена низкою причин: зміною температури ґратки або концентрації іонізованих домішок, зміною величини або орієнтації розігрівуючого електроні поля, прикладенням однонаправленого тиску або підсвіткою зразка. Показано, що всі ці причини впливають на поляризаційні залежності спонтанного випромінювання гарячих електронів у випадку, коли температури електронів різні в різних долинах.

Ключові слова: терагерцове випромінювання, анізотропні механізми розсіяння, багатодолинний напівпровідник.

1. Вступ

Вільні носії заряду в напівпровідниках можуть бути задіяні як в процесах поглинання, так і випромінювання світла. Але, оскільки при взаємодії вільного носія з квантом світла неможливе одночасне виконання законів збереження енергії і імпульсу, то такі процеси стають можливими тільки за участі в них "третьої тіл". У ролі "третьої тіл" можуть виступати домішки, коливання ґратки, або поверхня напівпровідника. Які процеси, зумовлені вільними носіями, будуть переважати (поглинання чи випромінювання) залежить від зовнішніх умов. При опромінюванні системи термодинамічно рівноважних носіїв зовнішнім світловим потоком домінують процеси поглинання, а за відсутності зовнішнього опромінення, але при розігріві носіїв електричним полем, домінують процеси випромінювання. Ці процеси в багатодолинних напівпровідниках мають свої особливості, пов'язані з анізотропією закону дисперсії електронів, з анізотропією механізмів їх розсіяння, а також з самим фа-

ктом наявності декількох енергетично еквівалентних долин (мінімумів) в зоні Бріллюена.

Оскільки закон дисперсії носіїв поблизу мінімумів анізотропний, то внесок у випромінювання від електронів окремої долини буде містити кутові (поляризаційні) залежності. Проте, такі багатодолинні напівпровідники, як n -Ge і n -Si мають кубічну симетрію і, як наслідок, симетричне розміщення долин в зоні Бріллюена. В результаті сумарний внесок у випромінювання від усіх долин усереднюється і кутова залежність може зникнути зовсім. Ця поляризаційна залежність сумарного (по всіх долинах) випромінювання залишається тільки у випадках, в яких температура електронів і їх концентрація в усіх долинах, за якихось причин, стають не однаковими. Саме така ситуація виникає при орієнтації розігрівуючого електроні поля в несиметричному відносно долин напрямку, або при прикладанні до напівпровідника однонаправленого тиску.

На характер поляризаційних залежностей впливає як закон дисперсії, так і механізми розсіяння. Заміна одного механізму розсіяння іншим (зумовлена розігрівом електронів, зміною температу-

© П.М. ТОМЧУК, В.М. БОНДАР, О.Є. ЛЕВШИН, 2014

ISSN 2071-0194. Укр. фіз. журн. 2014. Т. 59, № 5

ри ґратки чи концентрації домішок) приводить до зміни поляризаційних характеристик.

У роботі [1] ми вивчали вплив розігріву електронів, в [2] – вплив температури ґратки, а в [3] – вплив тиску на поляризаційні характеристики спонтанного випромінювання гарячих електронів.

У цій роботі також розглядаємо багатодолинний напівпровідник типу n -Ge. Як приклад несиметричної дії розігрівуючого електроні поля ми вибрали орієнтацію цього поля вздовж напрямку (1,1,1). В цій ситуації виникає три “гарячі” і одна “холодна” долини. Знайдені температури електронів у долинах і побудована залежність їх від поля. Показано як зміна домінуючого механізму розсіяння впливає на поляризаційні характеристики.

Зокрема, показано, що при зміні механізму розсіяння, максимуми на періодичній поляризаційній кутовій залежності випромінювання плавно переходять у мінімуми. Побудовані польові залежності коефіцієнтів, які описують кутові характеристики випромінювання.

Приведено і пояснено теоретичні і експериментальні кутові залежності спонтанного випромінювання гарячих електронів при різних значеннях електричного поля, температури електронів і ґратки, концентрації домішок і однонаправленого тиску.

2. Теорія

У роботах [4, 5] побудовано теорію спонтанного випромінювання світла ТГЦ діапазону гарячими електронами в багатодолинних напівпровідниках типу n -Ge і n -Si. Закон дисперсії енергії електронів у таких напівпровідниках поблизу мінімумів у зоні Бріллюена (тобто в “долинах”) має вигляд

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \frac{p_x^2 + p_y^2}{2m_{\perp}} + \frac{p_z^2}{2m_{\parallel}}. \quad (1)$$

Тут p_i – компонента імпульсу електрона, m_{\parallel} – поздовжня, а m_{\perp} – поперечна компоненти тензора мас.

З використанням закону дисперсії (1) в [4, 5] отримано вираз для енергії, яку електрони з кожної долини випромінюють на частоті ω в одиницю часу в тілесний кут $d\Omega$. Спонтанне випромінювання вільних електронів можливе тільки в присутності механізмів розсіяння. Тому вирази для кутової залежності енергії випромінювання світла га-

рячими електронами були отримані в [4, 5] з врахуванням анізотропії акустичного і домішкового механізмів розсіяння.

2.1. Акустичне розсіяння

Якщо задати орієнтацію осі обертання еліпсоїда (1) для електронів k -ї долини ортом (\mathbf{i}_k), то енергія, яку гарячі електрони цієї долини випромінюють в одиницю часу на частоті ω в тілесний кут $d\Omega$ при розсіянні їх на акустичних фононах згідно з [4, 5], буде:

$$W_k^{(a)} = -\frac{2e^2}{3\pi^{5/2}c^3} n_k \theta_k \left\{ \frac{1}{m_{\perp} \tau_{\perp}^{(a)}(\theta_k)} + \left(\frac{1}{m_{\parallel} \tau_{\parallel}^{(a)}(\theta_k)} - \frac{1}{m_{\perp} \tau_{\perp}^{(a)}(\theta_k)} \right) (\mathbf{i}_k \mathbf{q}_0)^2 \right\} \times (a_k)^3 e^{-a_k} \frac{d}{da_k} (K_1(a_k)/a_k) d\Omega. \quad (2)$$

Тут n_k – концентрація електронів k -ї долини, θ_k – температура (в енергетичних одиницях), \mathbf{q}_0 – орт, який задає напрямок поляризації випромінюваної електромагнітної хвилі. Крім того, в (2) $a_k = \hbar\omega/\theta_k$ і $K_1(a_k)$ – так звана функція Бесселя уявного аргументу.

Анізотропне акустичне розсіяння електронів у багатодолинних напівпровідниках типу n -Ge і n -Si можна характеризувати двома компонентами тензора часу релаксації $\tau_{\perp}^{(a)}(\varepsilon)$ і $\tau_{\parallel}^{(a)}(\varepsilon)$ (див., наприклад, [6]). Залежність цих компонент від енергії електрона k -ї долини має вигляд

$$\tau_x^{(a)}(\varepsilon) = \tau_y^{(a)}(\varepsilon) \equiv \tau_{\perp}^{(a)}(\varepsilon) = \tau_{\perp}^{(0)} \left(\frac{\theta}{\varepsilon} \right)^{1/2}, \quad (3)$$

$$\tau_z^{(a)}(\varepsilon) \equiv \tau_{\parallel}^{(a)}(\varepsilon) = \tau_{\parallel}^{(0)} \left(\frac{\theta}{\varepsilon} \right)^{1/2}.$$

При цьому із (3) бачимо, що

$$\tau_{\perp}^{(a)}(\theta) = \tau_{\perp}^{(0)}, \quad \tau_{\parallel}^{(a)}(\theta) = \tau_{\parallel}^{(0)}. \quad (4)$$

При запису $\tau_{\perp}^{(a)}(\varepsilon)$ і $\tau_{\parallel}^{(a)}(\varepsilon)$ в формі (3) величини $\tau_{\perp}^{(0)}$ і $\tau_{\parallel}^{(0)}$ не залежать від температури гарячих електронів, а тільки від температури ґратки і інших параметрів (констант деформаційного потенціалу, компонент тензора мас, тощо). Параметри

$\tau_{\perp}^{(0)}$ і $\tau_{\parallel}^{(0)}$ можна виразити через компоненти тензора акустичної рухливості холодних (не розігрітих) електронів, виходячи із співвідношень:

$$\mu_{\perp}^{(a)}(\theta) = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \frac{e\tau_{\perp}^{(0)}}{m_{\perp}}, \quad \mu_{\parallel}^{(a)}(\theta) = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \frac{e\tau_{\parallel}^{(0)}}{m_{\parallel}}, \quad (5)$$

(θ – температура ґратки в енергетичних одиницях).

Загальний вираз для спонтанного випромінювання гарячих електронів (2) істотно спрощується в граничних випадках $\hbar\omega \ll \theta_e$ (класичний діапазон частот) і $\hbar\omega \gg \theta_e$ (квантовий діапазон). Зокрема, в класичній області (при $\hbar\omega \ll \theta_e$) із (2) отримуємо

$$W_k^{(a)} = \frac{4e^2}{3\pi^{5/2}c^3} n_k \theta_k \times \left\{ \frac{\sin^2 \varphi_k}{m_{\perp} \tau_{\perp}^{(a)}(\theta)} + \frac{\cos^2 \varphi_k}{m_{\parallel} \tau_{\parallel}^{(a)}(\theta_k)} \right\} d\Omega, \quad (6)$$

де $\cos \varphi_k = \mathbf{i}_k \cdot \mathbf{q}_0$, φ_k – кут між напрямком поляризації і напрямком орієнтації “долини” (еліпсоїда обертання).

Аналогічно в квантовій області частот ($\hbar\omega \gg \theta_e$) отримуємо

$$W_k^{(a)} = \frac{e^2}{6\pi^2 c^3} \frac{n_k}{\sqrt{\theta}} (\hbar\omega)^{3/2} e^{-\hbar\omega/\theta_k} \times \left\{ \frac{\sin^2 \varphi_k}{m_{\perp} \tau_{\perp}^{(0)}} + \frac{\cos^2 \varphi_k}{m_{\parallel} \tau_{\parallel}^{(0)}} \right\} d\Omega. \quad (7)$$

2.2. Домішкове (кулонівське) розсіяння

У роботі [5] побудовано теорію поглинання і випромінювання світла гарячими електронами при домінуючій ролі кулонівського розсіяння. Потенціал домішка приймається у вигляді

$$v(r) = \frac{e^2}{\varepsilon_0 r} e^{-r/r_D}. \quad (8)$$

Тут ε_0 – статична діелектрична стала, r_D – радіус Дебая.

Загальний вираз для спонтанного випромінювання гарячих електронів при домінуючій ролі кулонівського розсіяння наведено в [5]. Оскільки цей вираз дещо громіздкий, то приведемо тут його вигляд тільки в граничних випадках $\hbar\omega \ll \theta_k$ і $\hbar\omega \gg \theta$.

Отже, в класичному діапазоні частот ($\hbar\omega \ll \theta_k$) при домінуючій ролі кулонівського розсіяння матимемо [5]:

$$W_k^{(c)} \equiv \frac{3e^2}{16\pi^{3/2}c^3} n_k \theta_k \times \left\{ \frac{\sin^2 \varphi_k}{m_{\perp} \tau_{\perp}^{(c)}(\theta_k)} + \frac{\cos^2 \varphi_k}{m_{\parallel} \tau_{\parallel}^{(c)}(\theta_k)} \right\} d\Omega, \quad (9)$$

де $\tau_{\perp}^{(c)}(\theta_k)$ і $\tau_{\parallel}^{(c)}(\theta_k)$ – відповідно поперечна і поздовжня компоненти тензора часу релаксації при кулонівському розсіянні гарячих електронів:

$$\frac{1}{\tau_{\perp}^{(c)}(\theta_k)} = \frac{8}{3} \frac{e^4 (2m_{\parallel})^{1/2}}{\varepsilon_0^2 m_{\perp} \theta_k^{3/2}} n_c \beta_{\perp} \ln(C_1 x_{\min})^{-1}, \quad (10)$$

$$\frac{1}{\tau_{\parallel}^{(c)}(\theta_k)} = \frac{8}{3} \frac{e^4 (2m_{\parallel})^{1/2}}{\varepsilon_0^2 m_{\parallel} \theta_k^{3/2}} n_c \beta_{\parallel} \ln(C_1 x_{\min})^{-1}. \quad (11)$$

Тут n_c – концентрація іонів (із умови електронейтральності маємо $n_c = \sum_k n_k$). Крім того, в (10) і (11) введено позначення:

$$\beta_{\perp} = \frac{b_0}{2} \left[b_0 + (1 - b_0^2) \operatorname{arctg} \frac{1}{b_0} \right], \quad (12)$$

$$\beta_{\parallel} = b_0 \left[-b_0 + (1 + b_0^2) \operatorname{arctg} \frac{1}{b_0} \right], \quad (13)$$

$$b_0^2 = \frac{m_{\perp}}{m_{\parallel} - m_{\perp}}; \quad x_{\min} = \frac{\hbar^2}{8 m_{\perp} \theta_k r_D^2}, \quad (14)$$

$\ln C_1 \approx 0,577$ – стала Ейлера.

(На жаль, в роботі [5] позначки $\frac{1}{\tau_{\perp}^{(c)}(\theta_k)}$ і $\frac{1}{\tau_{\parallel}^{(c)}(\theta_k)}$ переплутані місцями).

У випадку домішкового розсіяння (на потенціалі (8)) компоненти тензора часу релаксації (10), (11) пов'язані з відповідними компонентами тензора рухливості для електронів k -ї долини співвідношенням:

$$\mu_{\perp}^{(c)} = \frac{8}{\sqrt{\pi}} \frac{e\tau_{\perp}^{(c)}(\theta_k)}{m_{\perp}}, \quad \mu_{\parallel}^{(c)} = \frac{8}{\sqrt{\pi}} \frac{e\tau_{\parallel}^{(c)}(\theta_k)}{m_{\parallel}}. \quad (15)$$

У квантовій області частот ($\hbar\omega \gg \theta_k$) при кулонівському розсіянні маємо

$$W_k^{(c)} = \frac{e^6 \sqrt{2m_{\parallel}}}{\pi \varepsilon_0^2 c^3} \frac{n_c e^{-\hbar\omega/\theta_k}}{\sqrt{\hbar\omega}} n_k \times \left\{ \frac{\beta_{\perp}}{m_{\perp}^2} \sin^2 \varphi_k + \frac{\beta_{\parallel}}{m_{\parallel}^2} \cos^2 \varphi_k \right\} d\Omega. \quad (16)$$

При одночасній дії акустичного і домішкового (кулонівського) розсіяння результуюча енергія, яка випромінюється гарячими електронами, дорівнює сумі енергій, пов'язаних з окремими механізмами розсіяння.

Виразом для “акустичного” випромінювання гарячих електронів (6) і (7), а також “домішкового” (9) і (16) можна надати більш зручного вигляду, якщо скористатись співвідношенням:

$$\sin^2 \varphi_k = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\varphi_k); \quad \cos^2 \varphi_k = \frac{1}{2} (1 + \cos 2\varphi_k).$$

Тоді, наприклад, при $\hbar\omega < \theta_k$ із (6) отримуємо

$$W_k^{(a)} = G_k^{(a)} (1 + g_a \cos 2\varphi_k) d\Omega, \quad (17)$$

де

$$G_k^{(a)} = \frac{2e^2 n_k \theta_k}{3\pi^{5/2} c^3} \left(\frac{1}{m_{\parallel} \tau_{\parallel}^{(a)}(\theta_k)} + \frac{1}{m_{\perp} \tau_{\perp}^{(a)}(\theta_k)} \right), \quad (18)$$

$$g_a = \left(\frac{1}{m_{\parallel} \tau_{\parallel}^{(0)}} - \frac{1}{m_{\perp} \tau_{\perp}^{(0)}} \right) / \left(\frac{1}{m_{\parallel} \tau_{\parallel}^{(0)}} + \frac{1}{m_{\perp} \tau_{\perp}^{(0)}} \right). \quad (19)$$

Аналогічно можна записати вираз для “домішкового” випромінювання, тобто вираз (9):

$$W_k^{(c)} = G_k^{(c)} (1 + g_c \cos 2\varphi_k) d\Omega. \quad (20)$$

При цьому з використанням (10) отримуємо

$$g_c = \left(\left(\frac{m_{\perp}}{m_{\parallel}} \right)^2 \frac{\beta_{\parallel}}{\beta_{\perp}} - 1 \right) / \left(\left(\frac{m_{\perp}}{m_{\parallel}} \right)^2 \frac{\beta_{\parallel}}{\beta_{\perp}} + 1 \right). \quad (21)$$

3. Прояв багатодолинної структури в терагерцовому випромінюванні гарячих електронів

У попередньому параграфі ми розглянули внесок у спонтанне випромінювання гарячих електронів однієї долини. Тепер розглянемо сумарне випромінювання гарячих електронів всіх долин. Щоб бути конкретними, ми розглянемо гарячі електрони в *n*-Ge. Орієнтація “долин” (осі обертання тензора мас) в *n*-Ge задаються ортами:

$$\mathbf{i}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, 1, 1), \quad \mathbf{i}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(-1, 1, 1),$$

$$\mathbf{i}_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, -1, 1), \quad \mathbf{i}_4 = \frac{1}{\sqrt{3}}(-1, -1, 1). \quad (22)$$

Джоулева потужність, яку виділяє в *k*-й долині прикладене до напівпровідника електричне поле \mathbf{F} , має вигляд

$$W_D(\theta_k) = n_k \left\{ \mu_{\perp}(\theta_k) F^2 + (\mu_{\parallel}(\theta_k) - \mu_{\perp}(\theta_k)) (\mathbf{i}_k \mathbf{F})^2 \right\}. \quad (23)$$

Тут n_k і θ_k – відповідно концентрація і температура (в енергетичних одиницях) електронів в *k*-й долині. Електронна температура *k*-ї долини визначається із рівняння енергетичного балансу, тобто із рівності, виділеної в *k*-й долині Джоулевої потужності енергії, яку гарячі електрони *k*-ї долини передають в одиницю часу коливанням ґратки $\left(\frac{dE_k}{dt} \right)_{st}$.

Зокрема, при розсіянні на поздовжніх акустичних фононах будемо мати [6, 7]:

$$\left(\frac{dE_k}{dt} \right)_{st}^{(a)} = n_k \frac{8\sqrt{2} \Sigma_0^2 m_{\perp}^2 \sqrt{m_{\parallel}}}{\pi^{3/2} \hbar^4 \rho} \theta_k^{3/2} \left(1 - \frac{\theta}{\theta_k} \right), \quad (24)$$

де ρ – густина, Σ_0 – енергетична константа.

Аналогічно при розсіянні на оптичних коливаннях ґратки будемо мати [6, 7]:

$$\begin{aligned} \left(\frac{dE_k}{dt} \right)_{st}^{(0)} &= \\ &= n_k \frac{\sqrt{2} D^2 m_{\perp} \sqrt{m_{\parallel}}}{\pi^{3/2} \hbar^2 \rho} n_k \sqrt{\theta_k} \frac{\exp\left(\frac{\hbar\omega_0}{\theta} - \frac{\hbar\omega_0}{\theta_k}\right) - 1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega_0}{\theta}\right) - 1} \times \\ &\times \left(\frac{\hbar\omega_0}{2\theta_k} \right) \exp\left(\frac{\hbar\omega_0}{2\theta_k}\right) K_1\left(\frac{\hbar\omega_0}{2\theta_k}\right). \end{aligned} \quad (25)$$

Тут ω_0 – частота оптичних коливань ґратки, D – константа взаємодії електронів з оптичними коливаннями ґратки, $K_1(x)$ – функція Бесселя другого роду від уявного аргументу.

У моделі енергетично незалежних долин температура електронів *k*-ї долини визначається з рівняння балансу енергії:

$$\left(\frac{dE_k}{dt} \right)_{st}^{(a)} + \left(\frac{dE_k}{dt} \right)_{st}^{(0)} = W_D(\theta_k). \quad (26)$$

У більш строгій моделі потрібно врахувати ще міждолинне переселення електронів і міждолинну передачу енергії (із “гарячих” долин у “холодні”).

Ці питання детально проаналізовані, наприклад, в [7], і тому на них зупинятися не будемо. Більш детально зупинимось на залежності розігріву електронів від орієнтації розігрівуючого їх поля.

Із (22) і (23) бачимо, що коли розігрівуюче електрони поле направлено вздовж симетричного відносно долин напрямку, тобто вздовж $(1,0,0)$, то $(\mathbf{i}_k \mathbf{F})^2 = \frac{1}{3} F^2$ для $k=1,2,3,4$, а тому маємо

$$W(\theta_k) = n_k \left(\frac{2}{3} \mu_{\perp}(\theta_k) + \frac{1}{3} \mu_{\parallel}(\theta_k) \right) F^2. \quad (27)$$

Отже, при орієнтації розігрівуючого електрони електричного поля вздовж напрямку $(1,0,0)$ джоулева потужність, яка приходить на один електрон, буде згідно з (27) однаковою для всіх долин. А значить рівняння (26) визначить однакові температури для всіх долин. При цьому і концентрації електронів в усіх долинах будуть однаковими.

При однакових для всіх долин концентраціях n_k і температурах θ_k ($k=1,2,3,4$) поляризаційна залежність сумарного спонтанного випромінювання від усіх долин зникає. Дійсно, як бачимо із (6) чи (9) кутова залежність при однакових концентраціях і температурах міститься тільки в $\sin^2 \varphi_k$ і $\cos^2 \varphi_k$. Враховуючи, що згідно з (22):

$$\sum_{k=1}^3 \cos^2 \varphi_k = \sum_{k=1}^4 (\mathbf{i}_k \mathbf{q}_0)^2 = \frac{4}{3} (q_{0x}^2 + q_{0y}^2 + q_{0z}^2) = \frac{4}{3},$$

ми для випадку домінування акустичного розсіяння в класичній області частот отримуємо із (6):

$$\sum_{k=1}^4 W_k = \frac{16}{9} \frac{e^2}{\pi^{5/2} c^3} n_e \theta_e \times \left\{ \frac{2}{m_{\perp} \tau_{\perp}^{(a)}(\theta_k)} + \frac{1}{m_{\parallel} \tau_{\parallel}^{(a)}(\theta_k)} \right\} d\Omega. \quad (28)$$

Оскільки концентрація електронів і їх температура в цьому випадку (тобто при \mathbf{F} вздовж осі $(1,0,0)$) не залежить від номера долини, то ми в (28) замінили відповідно $n_k \theta_k$ на $n_e \theta_e$.

Подібно до (28) формулу можна отримати із (9) домішкового розсіяння.

Отже, незважаючи на наявність кутової залежності спонтанного випромінювання гарячих електронів від однієї долини, сумарне випромінювання від всіх долин при однакових температурах в долинах не буде залежати від кутів.

4. Випадок різних електронних температур у долинах

Розігрівуюче поле орієнтовано вздовж $(1,1,1)$.

Отже, нехай

$$\mathbf{F} = F \mathbf{i}_1. \quad (29)$$

Тоді згідно з (22) маємо

$$(\mathbf{i}_1 \mathbf{F})^2 = F^2, \quad (\mathbf{i}_k \mathbf{F})^2 = \frac{1}{9} F^2; \quad k = 2, 3, 4. \quad (30)$$

Із (23) з врахуванням (30) отримуємо

$$W_D(\theta_1) = n_1 \mu_{\parallel}(\theta_1) F^2, \quad (31)$$

$$W_D(\theta_k) = n_k \left\{ \frac{8}{9} \mu_{\perp}(\theta_k) + \frac{1}{9} \mu_{\parallel}(\theta_k) \right\} F^2, \quad k = 2, 3, 4. \quad (32)$$

Рівняння енергетичного балансу (26) і вирази (31), (32) показують, що при орієнтації поля \mathbf{F} вздовж напрямку $(1,1,1)$ будемо мати три долини з однаковими електронними температурами і концентраціями електронів $k = 2, 3, 4$ і одну долину з відмінними n_1 і θ_1 . А з врахуванням того, що для n -Ge $\mu_{\perp} \gg \mu_{\parallel}$ можна твердити, що при такій орієнтації поля в n -Ge буде одна “холодна” і три “гарячі” долини (з однаковими температурами).

Отже, при орієнтації поля вздовж $(1,1,1)$ маємо

$$\theta_2 = \theta_3 = \theta_4; \quad n_2 = n_3 = n_4. \quad (33)$$

Випромінювання гарячими електронами всіх долин буде:

$$\sum_{k=1}^4 W_k(\theta_k, n_k) = \sum_{k=1}^4 W_k(\theta_k, n_k) + W_1(\theta_1, n_1) - W_1(\theta_2, n_2). \quad (34)$$

В (33) ми до суми інтенсивності випромінювання трьох долин ($k = 2, 3, 4$) додали, а потім відняли внесок від електронів долини з $k = 1$, але тими ж параметрами θ_2 і n_2 , що в гарячих трьох долинах.

У результаті такої процедури маємо суму по всіх долинах $\left(\sum_{k=1}^4\right)$ з однаковими температурами і концентраціями електронів і, крім того, два доданки $W_1(\theta_1, n_1) - W_1(\theta_2, n_2)$.

Згідно з (28) ми вже знаємо, що сумарне випромінювання від усіх долин, коли концентрація електронів і їх температура в усіх долинах однакові, не дають кутової (поляризаційної) залежності.

Отже, вся кутова залежність випромінювання гарячих електронів в *n*-Ge у випадку орієнтації розігрівуючого електронного поля **F** вздовж осі (1,1,1) дається виразом $W_1(\theta_1, n_1) - W_1(\theta_2, n_2) \equiv \Delta W$.

Так, у випадку класичного діапазону частот і домінуючої ролі акустичного розсіювання з врахуванням (6) отримуємо

$$\Delta W^{(a)} = \frac{4e^2}{3\pi^{5/2}c^3} \left\{ \left(\frac{n_1\theta_1}{m_{\perp}\tau_{\perp}^{(a)}(\theta_1)} - \frac{n_2\theta_2}{m_{\perp}\tau_{\perp}^{(a)}(\theta_2)} \right) \times \right. \\ \left. \times \sin^2 \varphi_1 + \left(\frac{n_1\theta_1}{m_{\parallel}\tau_{\parallel}^{(a)}(\theta_1)} - \frac{n_2\theta_2}{m_{\parallel}\tau_{\parallel}^{(a)}(\theta_2)} \right) \cos^2 \varphi_1 \right\} d\Omega. \quad (35)$$

Виражаючи $\sin^2 \varphi_1$ і $\cos^2 \varphi_1$ через $\cos 2\varphi_1$ можна формулі (35) придати вираз аналогічний (17), який ми раніше отримали для випадку однієї долини:

$$\Delta W^{(a)} = \Delta G^{(a)} \{ \perp + \Delta g_a \cos 2\varphi_1 \}. \quad (36)$$

У випадку (36) величина Δg_a дорівнює:

$$\Delta g_a = \left\{ n_1\theta_1 \left[\frac{1}{m_{\perp}\tau_{\perp}^{(a)}(\theta_1)} - \frac{1}{m_{\parallel}\tau_{\parallel}^{(a)}(\theta_1)} \right] - \right. \\ \left. - n_2\theta_2 \left[\frac{1}{m_{\perp}\tau_{\perp}^{(a)}(\theta_2)} - \frac{1}{m_{\parallel}\tau_{\parallel}^{(a)}(\theta_2)} \right] \right\} \times \\ \times \left\{ n_1\theta_1 \left[\frac{1}{m_{\perp}\tau_{\perp}^{(a)}(\theta_1)} - \frac{1}{m_{\parallel}\tau_{\parallel}^{(a)}(\theta_1)} \right] + \right. \\ \left. + n_2\theta_2 \left[\frac{1}{m_{\perp}\tau_{\perp}^{(a)}(\theta_2)} - \frac{1}{m_{\parallel}\tau_{\parallel}^{(a)}(\theta_2)} \right] \right\}^{-1}. \quad (37)$$

Крім того, в (36) позначено:

$$\Delta G^{(a)} = \frac{2e^2}{3\pi^{5/2}c^3} \left\{ n_1\theta_1 \left[\frac{1}{m_{\perp}\tau_{\perp}^{(a)}(\theta_1)} - \frac{1}{m_{\parallel}\tau_{\parallel}^{(a)}(\theta_1)} \right] + \right.$$

$$\left. + n_2\theta_2 \left[\frac{1}{m_{\perp}\tau_{\perp}^{(a)}(\theta_2)} - \frac{1}{m_{\parallel}\tau_{\parallel}^{(a)}(\theta_2)} \right] \right\} d\Omega. \quad (38)$$

Враховуючи те, що у випадку акустичного розсіювання згідно з (3) маємо

$$\frac{1}{m_{\perp}\tau_{\perp}^{(a)}(\theta_1)} - \frac{1}{m_{\parallel}\tau_{\parallel}^{(a)}(\theta_1)} = \left(\frac{\theta_1}{\theta} \right)^{1/2} \times \\ \times \left\{ \frac{1}{m_{\perp}\tau_{\perp}^{(0)}} - \frac{1}{m_{\parallel}\tau_{\parallel}^{(0)}} \right\},$$

можемо переписати (37) і (38) у вигляді

$$\Delta g_a = \left\{ 1 - \frac{n_2}{n_1} \left(\frac{\theta_2}{\theta_1} \right)^{3/2} \right\} / \left\{ 1 + \frac{n_2}{n_1} \left(\frac{\theta_2}{\theta_1} \right)^{3/2} \right\}, \quad (39)$$

$$\Delta G^{(a)} = \frac{2e^2}{3\pi^{5/2}c^3} \left(\frac{1}{m_{\perp}\tau_{\perp}^{(0)}} - \frac{1}{m_{\parallel}\tau_{\parallel}^{(0)}} \right) \times \\ \times \left\{ n_1\theta_1^{3/2} + n_2\theta_2^{3/2} \right\} \frac{d\Omega}{\sqrt{\theta}}. \quad (40)$$

Аналогічно у випадку домішкового розсіювання у класичному діапазоні частот з використанням формул (9), (11) отримуємо

$$\Delta W^{(c)} = \Delta G^{(c)} \{ 1 + \Delta g_c \cos 2\varphi_1 \}. \quad (41)$$

В (41) введено позначення:

$$\Delta g_c = \left\{ 1 - \frac{n_2}{n_1} \left(\frac{\theta_2}{\theta_1} \right)^{1/2} \right\} / \left\{ 1 + \frac{n_2}{n_1} \left(\frac{\theta_2}{\theta_1} \right)^{1/2} \right\}. \quad (42)$$

Крім того, позначено

$$\Delta G^{(c)} = \frac{3e^2}{32\pi^{3/2}c^3} \left(\frac{1}{m_{\perp}\tau_{\perp}^{(c)}(\theta_1)} - \frac{1}{m_{\parallel}\tau_{\parallel}^{(c)}(\theta_1)} \right) \theta_1^{3/2} \times \\ \times \left[\frac{n_1}{\sqrt{\theta_1}} + \frac{n_2}{\sqrt{\theta_2}} \right] d\Omega. \quad (43)$$

Вирази для $\tau_{\perp, \parallel}^{(c)}(\theta_1)$ в (43) задані формулами (10), (11).

Зауважимо, що коли нехтувати слабкою залежністю (під логарифмом) від температури і концентрації електронів, то вираз

$$\left(\frac{1}{m_{\perp}\tau_{\perp}^{(c)}(\theta_1)} - \frac{1}{m_{\parallel}\tau_{\parallel}^{(c)}(\theta_1)} \right) \theta_1^{3/2}$$

можна вважати відомим параметром (числом) для даного зразку.

Звернемо увагу на те, що $\Delta W^{(a)}$ і $\Delta W^{(c)}$ по різному залежать від температури електронів і температури ґратки. Крім того, $\Delta W^{(c)}$ залежить від концентрації іонізованих домішок (n_c). Умова $\Delta W^{(a)} = \Delta W^{(c)}$ визначає ту концентрацію іонізованих домішок n_c , при якій (за фіксованих температур) акустичний і кулонівський внески в випромінювання зрівнюються.

Тому, легко підібрати таку концентрацію іонізованих домішок, при якій змінюючи температуру електронів (за допомогою електричного поля) можна перейти від одного домінуючого механізму розсіяння до іншого.

5. Обговорення результатів і зіставлення з експериментом

Формули (36) і (41) визначають в класичному діапазоні частот кутову залежність спонтанного випромінювання гарячих електронів у напівпровідниках з зонною структурою типу n -Ge у випадку орієнтації розігрівачого електроні поля вздовж напрямку (1,1,1). У цьому випадку маємо одну холодну долину (з концентрацією електронів n_1 і температурою θ_1) і три гарячих (з однаковими концентраціями n_2 і температурами θ_2). Що стосується температур, то вони визначаються з рівня енергетичного балансу (26). Тепер поговоримо про концентрації (в даному випадку n_1 і n_2). Наші розрахунки будуть орієнтуватись на експеримент, який проводився при низьких температурах (температура ґратки дорівнює 4 К). Концентрація електронів у долинах визначається із рівняння балансу концентрацій отримується з використанням функцій розподілу електронів у долинах у вигляді максвелівської функції з ефективною температурою електронів. А оскільки переселення долин відбувається через високоенергетичні “хвости” функції розподілу, тобто за участю електронів, енергія яких $\varepsilon > \hbar\omega_\mu$, де ω_μ – частота міждолинних фононів, то наближення ефективною температури в цьому балансі автоматично означає, що міжелектронне розсіяння є домінуючим і для енергій $\varepsilon > \hbar\omega_\mu$. Але відомо, що інтенсивність $e - e$ розсіяння пропорційна квадрату концентрації електронів, а переріз взаємного розсіяння електро-

нів обернено пропорційний четвертій степені відносної швидкості.

Тому, коли концентрація електронів не досить висока, $e - e$ розсіювання в змозі нав'язати максвелівський вигляд функції розподілу (з певною ефективною температурою) для групи електронів з енергіями, близькими до середніх ($\varepsilon \sim \theta_e$), але перестає бути домінуючим механізмом розсіювання для електронів в енергетичному “хвості” ($\varepsilon > \hbar\omega_\mu$). У такому випадку міждолинне переселення стає неістотним. Наш випадок (відносно високоомні зразки, низькі температури) відноситься саме до цієї ситуації. Тому будемо вважати $n_1 \approx n_2$. Хоча зауважимо, що крім причини різного розігріву електронів в долинах, що має місце (при певній орієнтації поля) переселення електронів між долинами може бути зумовлене однонаправленою деформацією зразка. В цьому випадку концентрації електронів у долинах будуть функціями прикладеного однонаправленого тиску.

Отже, при орієнтації поля вздовж напрямку (1,1,1) маємо одну “холодну долину” з температурою електронів θ_1 і три гарячих (з температурою θ_2).

У цьому випадку

$$\theta_2 > \theta_1; \quad n_2 \approx n_1. \quad (44)$$

Із (39) бачимо, що у випадку домінування акустичного розсіяння за умови (44) величина Δg_a – від'ємна, а при домішковому розсіянні згідно з (39) Δg_c – додатна.

Звідси можна зробити висновок, що при заміні домішкового розсіяння (зумовленого ростом електронної температури) на акустичне в кутіві залежності інтенсивності випромінювання стануться такі зміни: при тих кутах, за яких інтенсивність мала максимумами, тепер будуть мінімумами.

Якщо вважати концентрацію іонізованих домішок заданою, то рівність $\Delta W^{(a)} = \Delta W^{(c)}$ визначає ту температуру, при якій в ефекті випромінювання домішкове розсіяння з ростом температури замінюється на акустичне розсіяння.

На рис. 1 наведено теоретично розраховані температури в “холодних” і “гарячих” долинах як функції прикладеного електричного поля. При цьому ми вважали, що при заданих параметрах (наведених на підписах до рисунка) енерготрати електронів зумовлені їх взаємодією з акустичними коливаннями ґратки, а релаксація імпульсу пов'язана

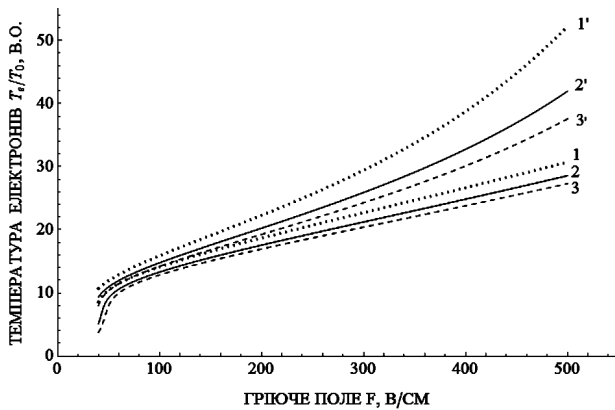


Рис. 1. Залежність температури електронів в *n*-Ge від гріючого поля (1', 2', 3' – температури електронів в “гарячих” та 1, 2, 3 – в “холодній” долинах для концентрацій $n = 0,8 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$; $n = 1,2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$; $n = 1,5 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ відповідно. Температура ґратки $T_0 = 4,2 \text{ К}$

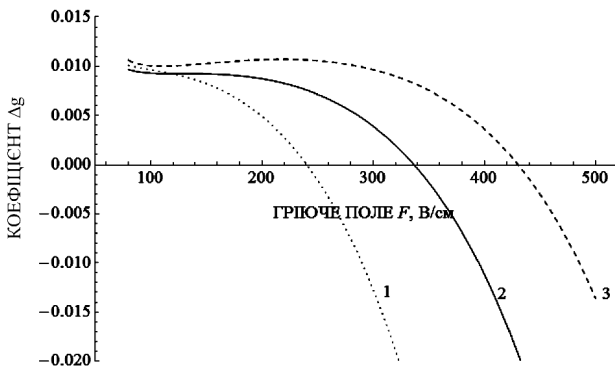


Рис. 2. Залежність коефіцієнта Δg в *n*-Ge від гріючого поля F при різних концентраціях носіїв: (1 – $n = 0,8 \times 10^{14} \text{ см}^{-3}$, 2 – $n = 1,2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, 3 – $n = 1,5 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$). Температура ґратки – 4,2 К

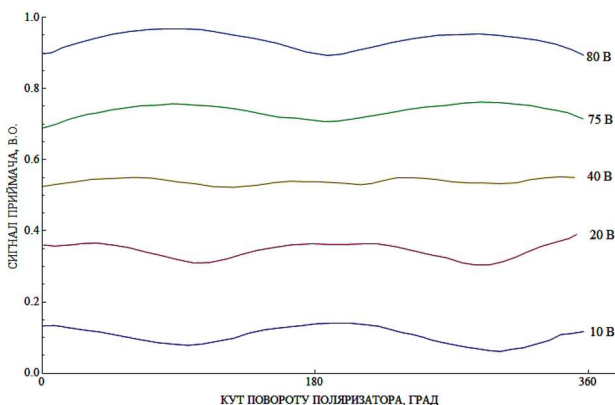


Рис. 3. Поляризаційні кутові залежності ТГЦ-випромінювання *n*-Ge ($n = 2,5 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$) під дією електричного поля

з розсіянням електронів на домішках і акустичних фононах. Також врахована релаксація імпульсу електронів при спонтанному випромінюванні акустичних фононів, що істотно при низьких температурах [9]. Розрахунки електронної температури ми почали з 60 К, оскільки при нижчих температурах стає проблематичним застосування наближення Борна, в якому отримувались вирази для компонент рухливості.

Зауважимо, що коли в релаксації імпульсу домінує один механізм (розсіяння імпульсу відбувається або на акустичних фононах, або на іонізованих домішках), а в релаксації енергії переважає взаємодія електронів з акустичними фононами, то вирази для температури “холодних” і “гарячих” електронів можна отримати із (23), (24), (26) в загальному аналітичному вигляді. Так, зокрема, при релаксації і імпульсу і енергії електрона на акустичних фононах для температури електронів k -ї долини (орієнтація якої задана згідно з (27) ортом \mathbf{i}_k) отримуємо

$$\theta_k = \frac{\theta}{2} + \left\{ \left(\frac{\theta}{2} \right)^2 + \frac{\sqrt{\theta}}{c_a} \left[\mu_{\perp}^{(a)}(\theta) F^2 + \left(\mu_{\parallel}^{(a)}(\theta) - \mu_{\perp}^{(a)}(\theta) \right) (\mathbf{i}_k \mathbf{F})^2 \right] \right\}^{1/2}, \quad (45)$$

де

$$c_a \equiv \frac{8\sqrt{2}m_{\perp}^2\sqrt{m_{\parallel}}}{\pi^{3/2}\hbar^4\rho}. \quad (46)$$

Вирази для компонент акустичної рухливості задані формулами (5).

У тому випадку, коли релаксація енергії гарячих електронів зумовлена їх взаємодією з акустичними фононами, а релаксація імпульсу зумовлена розсіянням на іонізованих домішках із (26) отримуємо

$$\theta_k = \theta \left\{ 1 - \frac{1}{c_a \theta^{3/2}} \left[\mu_{\perp}^{(c)}(\theta) F^2 + \left(\mu_{\parallel}^{(c)}(\theta) - \mu_{\perp}^{(c)}(\theta) \right) (\mathbf{i}_k \mathbf{F})^2 \right] \right\}^{-1}. \quad (47)$$

Компоненти домішкової рухливості задані формулами (15).

При отриманні (47) ми скористались наближенням

$$\mu_{\perp, \parallel}^{(c)}(\theta_k) \approx \left(\frac{\theta_k}{\theta} \right)^{3/2} \mu_{\perp, \parallel}^{(c)}(\theta), \quad (48)$$

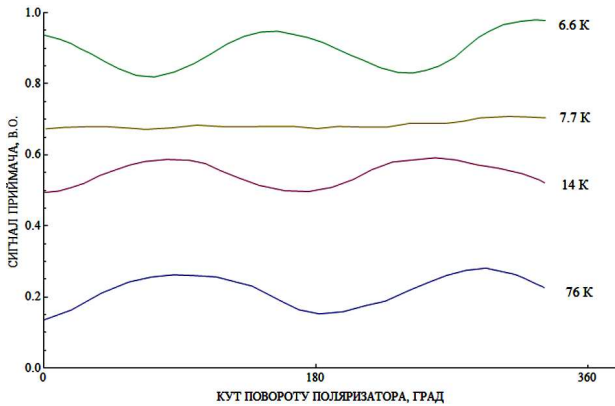


Рис. 4. Поляризаційні кутові залежності ТГЦ-випромінювання n -Ge ($n = 6 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$) від температури при величині електричного поля $F = 140 \text{ В/см}$ (вказана температура оточення випромінюючого зразка)

тобто ми врахували залежність від температури домішкового розсіяння у вигляді $\theta_k^{3/2}$ і знехтували слабкою залежністю від θ_k під знаком логарифма.

Із (45) і (47), використовуючи (27), легко отримати температури в “холодних” і “гарячих” долинах.

Зауважимо, що у випадку, коли релаксація імпульсу зумовлена розсіянням електронів як на акустичних фонах, так і на іонізованих домішках, то у вираз для джоулевої енергії (23) повинні входити компоненти результуючої рухливості $\mu_{\perp, \parallel}(\theta)$.

Наближено ці компоненти можна виразити через компоненти акустичної і домішкової рухливості:

$$\frac{1}{\mu_{\perp, \parallel}(\theta)} \approx \frac{1}{\mu_{\perp, \parallel}^{(a)}(\theta)} + \frac{1}{\mu_{\perp, \parallel}^{(c)}(\theta)}. \quad (49)$$

Із (49) видно, що результуюча рухливість визначається переважно тим механізмом, який зумовлює меншу рухливість. Тому, коли з ростом поля домішкова рухливість “обганяє” акустичну, формулу для електронної температури (47) потрібно замінити на (45).

На рис. 2 показана польова залежність коефіцієнта, який характеризує

$$\Delta g = \frac{\Delta G^{(a)} \Delta g_a + \Delta G^{(c)} \Delta g_c}{\Delta G^{(a)} + \Delta G^{(c)}} \quad (50)$$

результуючу кутову залежність типу (36) і (41) при сумісній дії акустичного і домішкового механізмів розсіяння. Із рисунка бачимо, що при різних

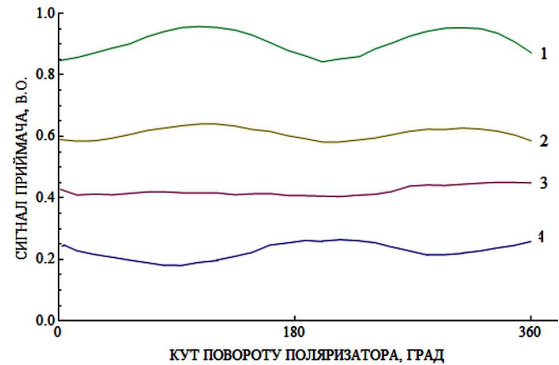


Рис. 5. Поляризаційні кутові залежності ТГЦ-випромінювання n -Ge ($n = 1,5 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$) від тиску: 1 – $P = 0$, 2 – $P = 1$ кбар, 3 – $P = 3$ кбар, 4 – $P = 5$ кбар, $F = 200 \text{ В/см}$

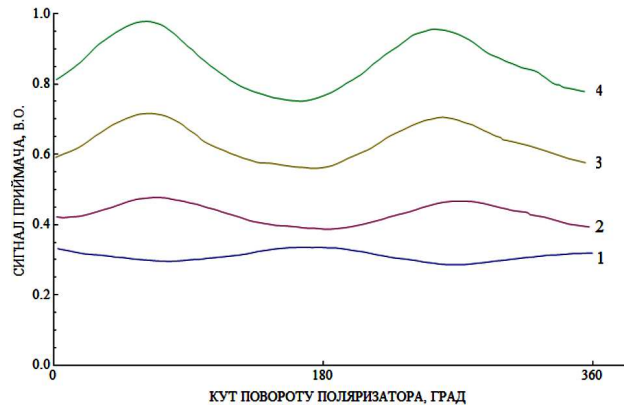


Рис. 6. Поляризаційні кутові залежності ТГЦ-випромінювання n -Ge ($n = 2,5 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$) за відсутності підсвітки (1) та при її зростанні до максимуму (4). Електричне поле $F = 32 \text{ В/см}$

концентраціях іонізованих домішок коефіцієнт Δg змінює знак при різних значеннях розігрівуючого електричного поля. Ця закономірність пов'язана з тим, що при різних концентраціях домішок заміна домішкового механізму розсіяння акустичним механізмом відбувається при різних електронних температурах. Зміна знака коефіцієнта Δg означає, що максимуми на періодичній кутовій залежності спонтанного випромінювання гарячих електронів плавно переходять (зі зміною поля) в мінімуми.

На рис. 3–5 зображені експериментально поміряні поляризаційні залежності в n -Ge. Методика вимірювання детально описана в [8]. Орієнтація розігрівуючого електричного поля задана в напрямку (1,1,1).

На рис. 3 наведено вплив на кутові залежності електричного поля. На рис. 4 показано вплив температури ґратки.

Як бачимо із (39) і (42), знак коефіцієнта Δg можна поміняти змінюючи однонаправленим тиском концентрацію електронів в “гарячих” долинах (переселяючи їх у “холодну” долину). На рис. 5 видно як це впливає на поляризаційні залежності.

Варто зауважити, що акустичний механізм розсіяння можна замінити на кулонівський шляхом підсвітки зразка видимим світлом. Така підсвітка збільшує концентрацію кулонівських центрів розсіювання, і може привести до заміни ґраткового розсіяння на кулонівське. Як видно з рис. 6, така підсвітка істотно змінює поляризаційні характеристики. Проте, для однозначної інтерпретації цього ефекту необхідно було б оцінити вплив підсвітки на електронну температуру.

Отже, який механізм розсіяння електронів домінує в заданих умовах залежить від температури ґратки, від розігріву електронів (розігрів, в свою чергу, залежить від величини і орієнтації поля), від концентрації домішок, від однонаправленого тиску і підсвітки. Тому, всі ці фактори впливають на поляризаційні характеристики спонтанного випромінювання гарячих електронів.

1. П.М. Томчук, В.М. Бондар, УФЖ **53**, 668 (2008).
2. В.М. Бондар, П.М. Томчук, УФЖ **55**, 723 (2010).
3. В.М. Бондар, Н.Ф. Чорноморець, УФЖ **48**, 51 (2003).
4. В.М. Бондар, О.Г. Сарбей, П.М. Томчук, ФТТ **69**, 1540 (2002).
5. П.М. Томчук, УФЖ **49**, 682 (2004).
6. И.М. Дыкман, П.М. Томчук, *Явления переноса и флуктуации в полупроводниках* (Наукова думка, Киев, 1981).
7. В. Денис, К. Пожела, *Горячие электроны*, (Mintis, Вильнюс, 1971).
8. П.М. Томчук, В.М. Бондар, Л.С. Солончук, УФЖ **58**, 135 (2013).
9. В.М. Бондар, О.Є. Левшин, П.М. Томчук, УФЖ **51**, 178 (2006).

Одержано 29.07.13

П.М. Томчук, В.М. Бондар, А.Е. Левшин

ВЛИЯНИЕ АНИЗОТРОПНЫХ МЕХАНИЗМОВ РАССЕЙНИЯ НА ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ТЕРАГЕРЦОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ГОРЯЧИХ ЭЛЕКТРОНОВ

Резюме

Теоретически и экспериментально исследовано влияние анизотропных механизмов рассеяния на поляризационные

зависимости терагерцового (ТГц) излучения горячих электронов в многодолинных полупроводниках типа *n*-Ge. Основное внимание уделено ситуации, когда приложенное к многодолинному полупроводнику электрическое поле направлено несимметрично относительно долин. Показано, что замена анизотропного механизма рассеяния электронов ионизированными примесями анизотропным механизмом рассеяния их акустическими фононами приводит к замене максимумов на минимумы на периодической поляризационной угловой зависимости интенсивности излучения горячих электронов. Замена одного доминирующего механизма рассеяния другим может быть обусловлена рядом причин: изменением температуры решетки или концентрации ионизированных примесей, изменением величины или ориентации разогревающего электроны поля, приложением однонаправленного давления или подсветкой образца. Показано, что все эти факторы влияют на поляризационные зависимости спонтанного излучения горячих электронов в случае, когда температуры электронов различны в разных долинах.

П.М. Томчук, В.М. Бондар, О.Е. Левшин

INFLUENCE OF ANISOTROPIC SCATTERING MECHANISMS ON POLARIZATION DEPENDENCES OF TERAHERTZ RADIATION EMITTED BY HOT ELECTRONS

S u m m a r y

The influence of anisotropic scattering mechanisms on the polarization dependences of terahertz (THz) radiation emitted by hot electrons in multivalley semiconductors of the *n*-Ge type has been studied both theoretically and experimentally. The main attention is focused on a situation where the electric field applied to a multivalley semiconductor is directed asymmetrically with respect to the valleys. Changing from the anisotropic mechanism of electron scattering by ionized impurities to that by acoustic phonons is demonstrated to result in the transformation of maxima into minima in the periodic polarization angular dependence of the radiation intensity emitted by hot electrons. The substitution of one dominating mechanism of scattering by another one can result from a number of reasons: the lattice temperature variation or the variation in the concentration of ionized impurities, the change in the magnitude or the orientation of the electron-heating field, the application of a unidirectional pressure or the specimen illumination. All those factors are shown to affect the polarization dependences of spontaneous radiation emitted by hot electrons in the case where the temperatures of electrons in different valleys are also different.