

С.М. ТУНИК, В.О. ЛЕОНОВ, Е.Г. ПЕТРОВ

Інститут теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України
(Вул. Метрологічна, 14b, Київ 03143; e-mail: toonik@ukr.net)

СПРОЩЕНИЙ (ОГРУБЛЕНИЙ) ОПИС КІНЕТИКИ ПЕРЕНЕСЕННЯ МАГНОНІВ УЗДОВЖ ФЕРОМАГНІТНОГО ЛАНЦЮЖКА

УДК 539

Використовуючи метод крупнозернистого опису кінетичного процесу, заснованого на ієрархії швидкостей переходів у квантовій системі, ми дослідили кінетику встановлення стаціонарного потоку магнонів від джерела до приймача. Показано, що якщо характерна швидкість перескоку магнонів між сусідніми ланками ланцюжка суттєво перевищує швидкість їхнього загасання, то кінцева стадія встановлення стаціонарного режиму магнонного транспорту вздовж ланцюжка може мати двоекспоненційний або навіть однокспоненційний характер. Отримано аналітичні вирази для швидкостей перенесення магнонів і магнонного потоку, що встановився. Показано, що збільшення часу життя магнонів суттєво поліпшує транспортні властивості ланцюжка.

Ключові слова: магнони, кінетика, мікрохвильові резонатори, наномагніти.

1. Вступ

Нещодавні експериментальні дослідження показали, що магноніка – самостійний напрям спінтроніки – може реалізувати свій потенціал у нанотехнологічних застосуваннях, пов'язаних із магнітофотонікою, тепловою наноконверсією, магноними конденсаторами, магнонними транзисторами та іншими галузями [1, 2]. Магнони є перспективними кандидатами для використання в квантовій комунікації. Це зумовлено тим, що перенесення магнонів (незаряджених квазічастинок) може відбуватися без виділення джоулевого тепла, а також, подібно до перенесення заряджених носіїв, може керуватися за допомогою магнітних та електричних полів.

Цитування: Туник С.М., Леонов В.О., Петров Е.Г. Спрощений (огрублений) опис кінетики перенесення магнонів уздовж феромагнітного ланцюжка. *Укр. фіз. журн.* **71**, № 11, 861 (2026).

© Видавець ВД “Академперіодика” НАН України, 2026. Стаття опублікована за умовами відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

Реалізація квантової комунікації на основі магноніки залежить передусім від ефективності генерації магнонів і можливості передавати їх на великій відстані. Традиційні методи генерації магнонів ґрунтуються на термічній активації, а також на спіновому накачуванні [3–5]. Нещодавно специфічний механізм генерації магнонів було реалізовано в мікрохвильових резонаторах із вбудованими наномагнітами. У магноніці на основі залізоітрієвого гранату (YIG) [1, 2, 6] великий магнітний момент наномагніту YIG забезпечує перетворення кванта електромагнітного поля мікрохвильового резонатора на квант локалізованого спінового збудження всередині наномагніту (кіттелівський магнон) [7–10].

Нещодавно теоретично було показано, що кіттелівський магнон може передаватися від одного мікрохвильового резонатора до іншого через феромагнітний ланцюжок, який з'єднує наномагніти, розміщені в цих резонаторах [11, 12]. Таке далекодієне перенесення магнонів ґрунтується на надобмінній взаємодії між спіновими збудженнями, локалізованими на різних наномагнітах. Фізично ця

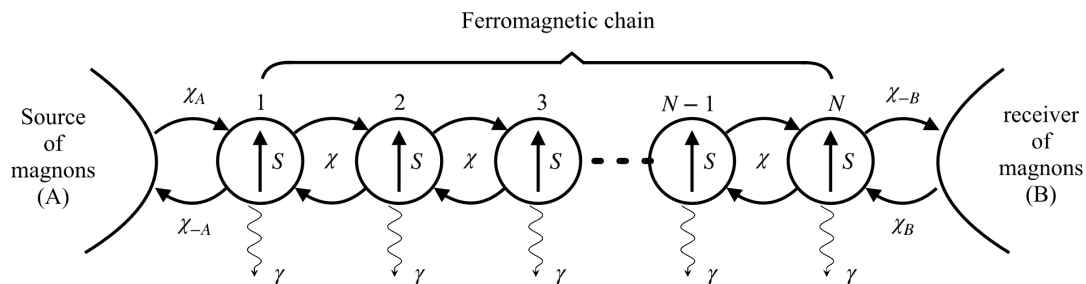


Рис. 1. Схематичне зображення перенесення магнона від джерела до приймача через феромагнітний ланцюжок. Швидкості χ_A і χ_{-A} характеризують відповідно пряме й зворотне перенесення магнонів між вхідним елементом 1 ланцюжка та джерелом магнонів, а швидкості χ_B і χ_{-B} — відповідно пряме й зворотне перенесення магнонів між вихідним елементом N ланцюжка та приймачем магнонів; параметри χ і γ визначають відповідно перескоки магнонів між сусідніми елементами ланцюжка та загасання магнонів

взаємодія зумовлена участю віртуальних делокалізованих магнонних станів феромагнітного ланцюжка в перенесенні киттелівського магнона, причому сам процес перенесення можна інтерпретувати як тунелювання магнона. Було встановлено умови реалізації позарезонансного (експоненційно спадного) та резонансного (пікового) механізмів тунелювання. Виявлено залежність потоку магнонів від кількості ланок феромагнітного ланцюжка як у разі тунелювання магнонів між наномагнітами, так і під час перескокового перенесення спінових збуджень між сусідніми парамагнітними ланками всієї системи наномагніт А – феромагнітний ланцюжок – наномагніт В (AFB).

У працях [11,12] розглядався лише стаціонарний режим перенесення магнонів. Тому, хоча запропоновані там теоретичні моделі магнонного тунелювання та далекодіяного послідовного перенесення можуть слугувати фізичною основою для передавання квантової інформації в гібридних системах AFB, реалізація такого передавання принципово залежить від співвідношення між часом життя магнона τ_t і характерним часом τ_{tr} , необхідним для перенесення магнона між центрами його локалізації. Очевидно, що ефективне передавання квантової інформації за допомогою магнонів можливе лише за умови $\tau_t \gg \tau_{tr}$. У структурах на основі YIG час життя магнонів зазвичай не перевищує кількох сотень наносекунд [13]. Нещодавно було показано, що за певних умов ця характеристика збільшується на два порядки величини, досягаючи значення $\tau_t \sim 10$ нс [14]. Цей експериментальний результат підтверджує гіпотезу щодо можливості використання магнонів як носіїв квантової інформації.

У цій роботі досліджується поведінка потоку магнонів Π у гібридній системі AFB за різних характерних значень τ_t . Вважається, що потік $\Pi(t)$ вмикається в момент часу $t = 0$ і досягає свого стаціонарного значення $\Pi^{(st)}$ за умови $t \gg \tau_{tr}$. Отримано оцінки величини τ_{tr} для послідовного далекодіяного перенесення магнонів і визначено умови, за яких магнони можуть слугувати незарядженими носіями квантової інформації в гібридних структурах, що містять наномагніти.

2. Модель та основні рівняння

Ця робота присвячена визначенню ефективності послідовного перенесення магнонів уздовж феромагнітного ланцюжка, що складається з довільної кількості N ланок. У межах напівфеноменологічного підходу кінетика потоку магнонів уздовж ланцюжка визначається процесами прямого й зворотного перенесення магнонів між джерелом магнонів А і кінцевою ланкою 1 (швидкості χ_A і χ_{-A} відповідно), перескоку магнонів між сусідніми ланками ланцюжка (швидкість χ), а також перенесення магнонів між кінцевою ланкою N і приймачем магнонів В (швидкості χ_B і χ_{-B} відповідно) (рис. 1). Серед зазначених швидкостей саме швидкість χ визначає залежність далекодіяного перенесення магнонів від кількості ланок ланцюжка N . У прийнятій напівфеноменологічній моделі вважається, що сусідні парамагнітні ланки ланцюжка взаємодіють за допомогою гейзенбергівської спін-спінової взаємодії незалежно від структури ланцюжка. Використаємо гамільтоніан Гейзенберга у стандартному

вигляді

$$\mathcal{H}_{\text{chain}} = \sum_l \left[\mu_B g \mathbf{H} \hat{\mathbf{S}}_l - D (\hat{S}_l^z)^2 - \frac{1}{2} J \sum_{l' (\neq l)} \hat{\mathbf{S}}_l \hat{\mathbf{S}}_{l'} \right]. \quad (1)$$

Тут μ_B – це магнетон Бора, D – параметр анізотропії типу “легка вісь”, а $\mathbf{H}$ – статичне магнітне поле, яке змінює проєкцію M спіну S у l -й ланці парамагнітного ланцюжка ($l = 1, 2, \dots, N$). Величини g і $\hat{\mathbf{S}}_l$ позначають відповідно g -фактор і оператор спіну l -ї ланки.

У цій роботі досліджується далекодієне перенесення одиночного магнона за умови, що за заданої температури середня кількість магніонів у системі AFB є малою. Тому можна скористатися перетворенням Голстейна–Примакова [20], обмежившись членами найнижчих порядків розкладу за операторами народження a_l^+ і знищення a_l спінового збудження на l -й парамагнітній ланці. Ці оператори пов’язані з операторами спіну співвідношеннями $\hat{S}_l^x + i\hat{S}_l^y \simeq \sqrt{2S}a_l^+$, $\hat{S}_l^x - i\hat{S}_l^y \simeq \sqrt{2S}a_l$ та $\hat{S}_l^z = -S + a_l^+ a_l$ (де x, y, z – це декартові координати). Отже, найнижчий збуджений спіновий стан l -ї ланки має вигляд $|S, \hat{S}_l^z = -(S-1)\rangle = |1_l\rangle = a_l^+ |0_l\rangle$, а вакуумний стан $|0_l\rangle = |S, \hat{S}_l^z = -S\rangle$ визначається умовою $a_l |0_l\rangle = 0$. У гамільтоніані (1) залишимо лише ті члени, що відповідають основному стану ланцюжка, і члени, які описують одночастинкові спінові збудження в ланцюжку.

Відраховуючи енергію спінових збуджень від енергії основного стану, отримуємо гамільтоніан найнижчих спінових збуджень феромагнітного ланцюжка у вигляді $\mathcal{H}_{\text{sp-ex}} = \sum_{l,l'=1}^N \Theta_{l,l'} a_l^+ a_{l'}$. Діагональний член $\Theta_{l,l} = E_c \equiv \mu_B g H + JS + D(2S-1)$ задає енергію спінового збудження на будь-якому з однакових вузлів ланцюжка, тоді як позадіагональний член $\Theta_{l,l\pm 1} = t_c \equiv JS$ є параметром міжвузлового магнонного зв’язку. Саме цей параметр характеризує перескок магніонів між сусідніми вузлами ланцюжка l і $l' = l \pm 1$. У наближенні Бора швидкість такого перенесення можна описати формулою $\chi = (2\pi/\hbar)t_c^2 \mathcal{F}$. Тут множник $\mathcal{F}$ характеризує процеси втрати квантової когерентності під час ізоенергетичних переходів магніонів між сусідніми ланками ланцюжка. Аналітичний вираз для $\mathcal{F}$ залежить від конкретної структури ланцюжка. Одним із чинників, що зумовлюють втрату когерентності, є вплив стохастичних полів на динамічну систему [21]. У нашому випадку ці поля впливають на енергію спінового збудження E_c

парамагнітного фрагмента й параметр зв’язку t_c . Підхід, представлений у працях [22–24], показує, що за наявності дихотомічного шуму швидкість міжцентрового переходу істотно залежить від числа Кубо $K = \Delta/\nu$, де Δ і ν – це відповідно середня амплітуда й частота дихотомічного шуму. Тому, наприклад, за умови $K \gg 1$ отримуємо $\chi \approx 2(t/\hbar)^2(\nu/\Delta^2)$.

Існують різні типи квазіодновимірних феромагнітних ланцюжків органічного й неорганічного походження (приклади наведено в працях [15–19]). Наскільки нам відомо, зараз немає експериментальних даних щодо перенесення магніонів між наомагнітами з використанням феромагнітно впорядкованого ланцюжка як посередника в процесі передавання. Проте, незалежно від конкретної структури ланцюжка, для визначення залежності потоку магніонів від довжини ланцюжка (тобто від кількості ланок N) достатньо розглянути швидкості контактних процесів $\chi_{A(-A)}$ і $\chi_{B(-B)}$, а також швидкість перескоку χ як феноменологічні параметри системи AFB. Під час дослідження кінетики перенесення магніонів необхідно враховувати, що магніон є квазічастинкою. Тому спінове збудження, локалізоване на довільній ланці ланцюжка, має скінченний час життя, тобто може розпадатися зі швидкістю $\gamma \sim \tau_{\text{lt}}^{-1}$.

Потоки магніонів, які виходять із джерела А й надходять до приймача В, визначаються відповідно виразами

$$\begin{aligned} \Pi_{\text{input}}(t) &= \chi_A - (\chi_{-A} + \gamma)P_1(t), \\ \Pi_{\text{output}}(t) &= (\chi_{-B} + \gamma)P_N(t) - \chi_B. \end{aligned} \quad (2)$$

Очевидно, що часова динаміка цих потоків визначається еволюцією в часі ймовірностей заповнення вузлів $P_1(t)$ і $P_N(t)$, які характеризують наявність магнона на кінцевих вузлах ланцюжка. Величини $P_1(t)$ і $P_N(t)$, як і аналогічні величини $P_l(t)$ для $l = 2, 3, \dots, N-1$, змінюються з часом відповідно до системи N зв’язаних кінетичних рівнянь:

$$\begin{aligned} \dot{P}_1(t) &= -(\chi_{-A} + \chi + \gamma)P_1(t) + \chi P_2(t) + \chi_A, \\ \dot{P}_l(t) &= -(2\chi + \gamma)P_l(t) + \chi(P_{l-1}(t) + P_{l+1}(t)), \\ \dot{P}_N(t) &= -(\chi_{-B} + \chi + \gamma)P_N(t) + \chi P_{N-1}(t) + \chi_B. \end{aligned} \quad (3)$$

Розв’язок системи (3) за умови відсутності магніонів у ланцюжку в початковий момент часу $t = 0$

можна записати у вигляді

$$P_l(t) = P_l^{(st)} + \sum_{\lambda} [F_l(s_{\lambda}) / \prod_{\lambda' \neq \lambda} (s_{\lambda} - s_{\lambda'})] e^{s_{\lambda} t}, \quad (4)$$

$$P_l^{(st)} = F_l(0) / \prod_{\lambda} s_{\lambda}.$$

Тут $F_l(s) = \int_0^{\infty} e^{st} P_l(t) dt = D_l(s) / [sD(s)]$ – це перетворення Лапласа функції $P_l(t)$. Стаціонарні ймовірності заповнення вузлів позначено як $P_l^{(st)} \equiv P_l(t \gg \tau_{tr})$. Величини s_{λ} є коренями визначника $D(s)$ матриці

$$\hat{D}(s) = \begin{pmatrix} a_1(s) & -\chi & 0 \dots & 0 \\ -\chi & a(s) & -\chi \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 \dots & -\chi & a(s) & -\chi \\ 0 \dots & 0 & -\chi & a_N(s) \end{pmatrix}, \quad (5)$$

де $a_{1(N)}(s) = s + \chi + a_{1(N)}$, $a(s) = s + 2\chi + \gamma$ і

$$a_{1(N)} = \chi - A(-B) + \gamma. \quad (6)$$

Після низки алгебраїчних перетворень отримуємо

$$D(s) = a_1(s)a_N(s)D(N-2; s) - \chi^2(a_1(s) + a_N(s))D(N-3; s) + \chi^4 D(N-4; s), \quad (7)$$

і

$$D_{1(N)}(s) = \chi_{A(B)}[a_{N(1)}(s)D(N-2; s) - \chi^2 D(N-3; s)] + \chi_{B(A)} \chi^{N-1},$$

$$D_l(s) = \chi_B \chi^{N-l} [a_1(s)D(l-2; s) - \chi^2 D(l-3; s)] + \chi_A \chi^{l-1} [a_N(s)D(N-1-l; s) - \chi^2 D(N-2-l; s)]. \quad (8)$$

Вираз (8) визначає $D_l(s)$ для ланок ланцюжка з номерами $l = 2, 3, \dots, N-1$. Вираз

$$D(l, s) = \frac{\sinh[(l+1)\zeta(s)/2]}{\sinh[\zeta(s)/2]}, \quad (9)$$

характеризує процес послідовного перескокового перенесення магнона. Тут дріб

$$\frac{\zeta(s)}{2} = \ln \left[\frac{a(s) + \sqrt{a^2(s) - 4\chi^2}}{2} \right] \quad (10)$$

можна вважати коефіцієнтом загасання.

3. Обговорення результатів

Аналітичні вирази (4)–(10), що описують кінетику встановлення стаціонарного потоку магнів, є основним результатом цього дослідження. Вони дають змогу з'ясувати фізичні закономірності послідовного перенесення магнів залежно від кількості ланок N у феромагнітному ланцюжку, який з'єднує джерело магнів із їхнім приймачем. Корені s_{λ} визначника (7) можна знайти, враховуючи, що визначник тридіагональної матриці (5) є поліномом $D(s) = \sum_{l=0}^N s^l d_l$ і, отже, його можна подати у вигляді $D(s) = \prod_{\lambda=1}^N (s - s_{\lambda})$. Крім того, корені утворюють ієрархію, наприклад, $|s_1| < |s_2| < \dots < |s_N|$. Оскільки швидкості, що характеризують процес перенесення, дорівнюють $k_{\lambda} = -s_{\lambda}$, процес перенесення магнів може відбуватися на різних часових масштабах порядку $\tau_{tr}^{(\lambda)} \sim K_{\lambda}^{-1}$. Нехай $K_N > K_{N-1} > \dots > K_2 > K_1$. Тоді ієрархія характерних часів має вигляд $\tau_{tr}^{(N)} < \tau_{tr}^{(N-1)} < \dots < \tau_{tr}^{(2)} < \tau_{tr}^{(1)}$.

Таким чином, швидку стадію кінетичного процесу можна пов'язати з найкоротшими характерними часами $\tau_{tr}^{(N)} < \tau_{tr}^{(N-1)} < \dots < \tau_{tr}^{(\lambda_*)}$. Можна вважати, що ця стадія кінетики реалізується протягом часового інтервалу $\Delta t \sim \tau_{tr}^{(N)}$, внаслідок чого для величин P_l встановлюються певні квазірівноважні значення $P_l(t \sim \tau_{tr}^{(\lambda_*)})$. Наступні стадії спостерігаються на часових масштабах $\tau_{tr}^{(\lambda_*)} \ll \Delta t (\sim \tau_{tr}^{(\lambda_{**})})$, $\tau_{tr}^{(\lambda_{**})} \ll \Delta t (\sim \tau_{tr}^{(\lambda_{***})})$ тощо. Стаціонарні значення $P_l^{(st)} = P_l(t \gg \tau_{slow})$ встановлюються на часовому масштабі $\Delta t \sim \tau_{slow}$, тому дослідження кінетики процесу перенесення на цьому масштабі становить особливий інтерес. (Для вибраної ієрархії швидкостей перенесення характерний час τ_{slow} ототожнюється з τ_{tr} .)

Зауважимо, що на часовому масштабі $\Delta t \sim \tau_{slow}$ швидкі стадії кінетичного процесу вже завершилися, внаслідок чого встановилися квазістаціонарні значення $P_l(t)$. Отже, кінетику на цьому часовому масштабі можна описати простішими аналітичними виразами, ніж ті, що наведені у формулах (4)–(10). Такий підхід відповідає так званому огрубленому опису кінетики.

Щоб продемонструвати підхід, що ґрунтується на огрубленому описі, розглянемо завершальну (найповільнішу) стадію встановлення стаціонарного потоку магнів. Механізм послідовного пере-

несення магнонів може бути ефективним, якщо швидкість χ перескоків магнонів між сусідніми ланками ланцюжка значно перевищує швидкість γ розпаду магнонів. Крім того, знайдемо вираз для найменшої швидкості $K_{\text{slow}} = |s| \sim \tau_{\text{slow}}^{-1}$, яка є значно меншою за швидкість χ . Тому, враховуючи нерівність $\chi \gg \gamma, |s|$, можна покласти $\frac{1}{2}\zeta(s) \approx \ln \chi + [|s| / (2\chi)] \approx \ln \chi$. Отже, для наближеного оцінювання величини (9) можна використати наближення нульового порядку за $|s|$, поклавши $D(l, s) \sim (l+1)\chi^l$. Це дає

$$D(s) = (N-1)\chi^{N-2}[s^2 + (a_1 + a_N + 2\chi_{\text{seq}}s + a_1a_N + (a_1 + a_N)\chi_{\text{seq}}], \quad \chi_{\text{seq}} = \frac{\chi}{N-1}, \quad (11)$$

і

$$D_l(s) \approx (N-1)\chi^{N-2}[(\chi_A + \chi_B)\chi_{\text{seq}} + \frac{N-l}{N-1} \times (s+a_N)\chi_A + \frac{l-1}{N-1}(s+a_1)\chi_B], \quad l = 1, 2, \dots, N. \quad (12)$$

де

$$\chi_{\text{seq}} = \frac{\chi}{N-1}.$$

Корені визначника (11) дорівнюють $s_{\pm} = -k_{\pm} i$, відповідно,

$$P_{1(N)}(t) = P_{1(N)}^{(\text{st})} + \frac{1}{K_+ - K_-} \times \left\{ \chi_{A(B)} (e^{-K_- t} - e^{-K_+ t}) - [\chi_{A(B)} a_{N(1)} + (\chi_A + \chi_B)\chi_{\text{seq}}] \times \left(\frac{1}{K_-} e^{-K_- t} - \frac{1}{K_+} e^{-K_+ t} \right) \right\}, \quad (13)$$

де

$$P_{1(N)}^{(\text{st})} = \frac{1}{K_+ K_-} [\chi_{A(B)} a_{N(1)} + (\chi_A + \chi_B)\chi_{\text{seq}}]. \quad (14)$$

Загальні швидкості перенесення магнонів визначаються співвідношеннями

$$k_{\pm} = (a_1 + a_N + 2\chi_{\text{seq}} \pm \delta)/2, \quad \delta = \sqrt{(\chi_{-A} - \chi_{-B})^2 + 4\chi_{\text{seq}}^2}. \quad (15)$$

Очевидно, що за умови $K_+ \sim K_-$ повільна стадія процесу перенесення відбувається на часовому масштабі $\Delta t \sim \tau_{\text{slow}}^{(+)} \sim \tau_{\text{slow}}^{(-)}$, де $\tau_{\text{slow}}^{(\pm)} \sim K_{\pm}^{-1}$. Це проявляється у двоекспоненційній часовій еволюції величин $P_{1(N)}(t)$ (а також інших величин $P_l(t)$) до їхніх стаціонарних значень. Якщо

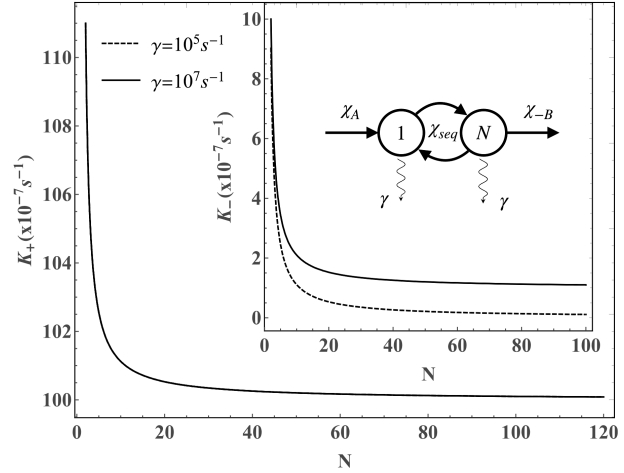


Рис. 2. Залежність загальних швидкостей швидкого (k_+) і повільного (k_-) перенесення магнонів від кількості елементів N феромагнітного ланцюжка. Розрахунки виконано за формулою (15) для таких параметрів: $\chi = 10^8 \text{ c}^{-1}$, $\chi_A = 10^7 \text{ c}^{-1}$, $\chi_{-A} = 0$, $\chi_B = 0$, $\chi_{-B} = 10^9 \text{ c}^{-1}$, $\gamma = 10^5 (10^7) \text{ c}^{-1}$

$K_+ \gg K_-$, то на часовому масштабі $\Delta t \sim K_-^{-1}$ маємо $\exp(-K_+ t) \simeq 0$. Внаслідок цього, за час $t \gg K_+^{-1}$ двоекспоненційна часова залежність величин $P_{1(N)}(t)$ переходить в однокспоненційну:

$$P_{1(N)}(t) = P_{1(N)}^{(\text{st})} (1 - e^{t/\tau_{\text{slow}}}), \quad (\tau_{\text{slow}} = K_-^{-1}), \quad (16)$$

де $\tau_{\text{slow}} = K_-^{-1}$.

Як зазначено у вступі, використання магнонів як носіїв квантової інформації можливе за умови, що характерний час життя магнона, $\tau_{\text{lt}} \sim \gamma^{-1}$, значно перевищує характерний час перенесення магнона від джерела до приймача, $\tau_{\text{tr}} \sim \tau_{\text{slow}}$. У розглянутій моделі ця умова відповідає нерівності $K_- \gg \gamma$. Оскільки K_- залежить від кількості ланок феромагнітного ланцюжка, ця нерівність визначає обмеження на довжину ланцюжка, який використовується для передавання інформації.

Щоб проілюструвати вплив керівного параметра γ на формування потоку магнонів, розглянемо для прикладу пряме перенесення магнонів, для якого $\chi_{-A} = \chi_B = 0$. У цьому випадку встановлення стаціонарних потоків магнонів (рівняння (2)) відбувається відповідно до кінетичної схеми, наведеної на вставці на рис. 2. Отже, саме елементарні константи швидкості χ_A , χ_{-B} , γ і τ_{tr} визначають загальні швидкості перенесення (15), які характеризують швидку й повільну стадії кінетичного процесу на

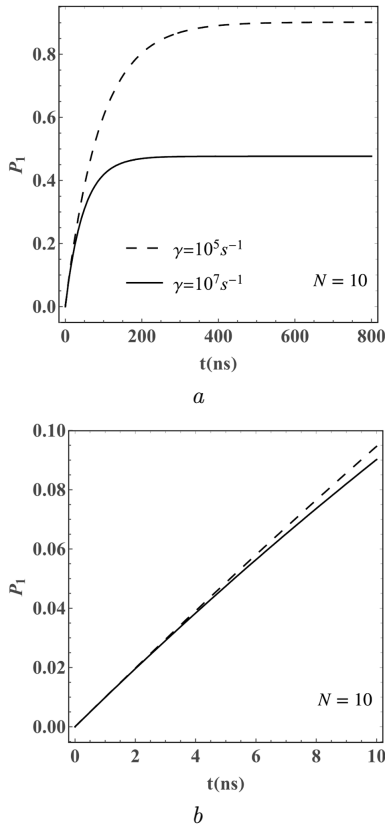


Рис. 3. Залежності від часу t ймовірності P_1 виявлення магнона на вхідному елементі 1 для різних значень параметра загасання γ (a). Швидка часова еволюція відбувається на часовому масштабі порядку кількох наносекунд. Розрахунки виконано на основі рівнянь (13) і (15) з використанням тих самих параметрів, що й на рис. 2 (b)

відповідних часових масштабах: $\Delta t \sim K_+^{-1} (\sim \tau_{\text{fast}})$ і $\Delta t \sim K_-^{-1} (\sim \tau_{\text{slow}})$ відповідно.

Під час побудови графіків, що характеризують особливості перенесення магнів, значення параметрів було вибрано так, щоб ключовий параметр-час життя магнона $\tau_t = \gamma^{-1}$ – відповідав експериментальним даним [14]. Як видно з рис. 2, швидкість K_+ , що характеризує швидку стадію, приблизно на два порядки перевищує швидкість K_- , яка відповідає повільній стадії. У діапазоні $N \sim 10$ чітко спостерігається різка зміна характеру залежності обох швидкостей від довжини ланцюжка. Причина полягає в тому, що за такої кількості ланок швидкість перенесення магнів уздовж ланцюжка χ_{seq} стає меншою за швидкість їхнього розпаду γ . Швидка й повільна стадії кінетичного про-

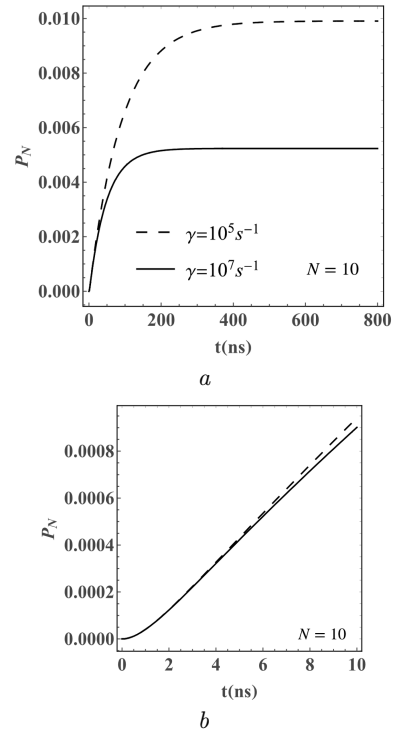


Рис. 4. Те саме, що на рис. 3, але для ймовірності P_N виявлення магнона на вихідному елементі N

цесу безпосередньо проявляються в залежності від часу величин P_1 і P_N , які визначають вхідний і вихідний потоки магнів. Як видно з рис. 3 і 4, швидка й повільна стадії розвиваються на часових масштабах $\Delta t \sim \tau_{\text{fast}} \sim 1$ нс і $\Delta t \sim \tau_{\text{slow}} \sim 100$ нс відповідно. Такі значення Δt безпосередньо впливають із того факту, що за умови $\chi_{-B} > \chi_{-A}$ для елементарних констант швидкості виконуються співвідношення $K_+ \approx a_N + \chi_{\text{seq}}$ і $K_- \approx \gamma + \chi_{\text{seq}}$. Варто зазначити, що значення P_1 майже на два порядки перевищує значення P_N . Це зумовлено швидким перенесенням магнів із кінцевої N -ї ланки до приймача магнів зі швидкістю χ_{-B} .

Потік магнів досягає стаціонарного значення за час $t \gg \tau_{\text{slow}} \equiv \tau_{\text{tr}}$. У цьому випадку вхідний і вихідний потоки стають однаковими, тобто $\Pi_{\text{input}}^{(\text{st})} = \Pi_{\text{output}}^{(\text{st})} \equiv \Pi^{(\text{st})}$. На основі виразів (2) і (13) отримуємо

$$\begin{aligned} \Pi^{(\text{st})} &= \chi_A \Phi, \\ \Phi &= \frac{\chi_{\text{seq}} a_N}{a_1 a_N + \chi_{\text{seq}} (a_1 + a_N)}. \end{aligned} \quad (17)$$

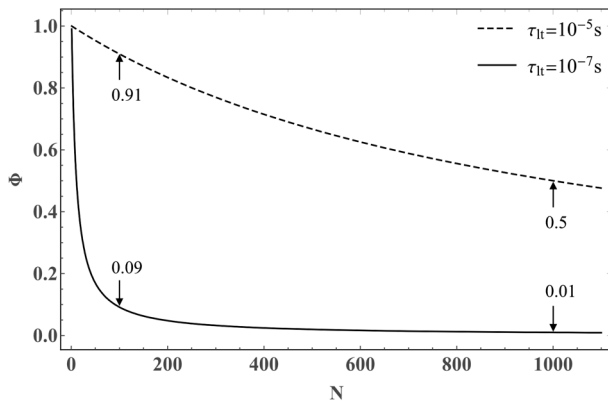


Рис. 5. Залежність стаціонарного потоку магнів від кількості елементів ланцюжка N для різних значень часу життя магнона $\tau_{lt} = \gamma^{-1}$. Розрахунки виконано за формулою (17) з використанням тих самих параметрів, що й на рис. 2. Використання наближеного виразу (18) для Φ дає практично такий самий результат

У нашому випадку прямого потоку магнів маємо $a_1 \approx \gamma$ і $a_N \approx \chi_{-B} \gg \gamma$. Ці величини характеризують далекодієне перенесення магнів уздовж ланцюга за відсутності та наявності процесів розпаду відповідно. Функцію Φ можна виразити в іншій формі, за допомогою залежності χ_{seq} від N (рівняння (11)). Поклавши $\tau_{lt} = \gamma^{-1}$, отримуємо

$$\Phi = \frac{\chi \tau_{lt}}{N - 1 + \chi \tau_{lt}}. \quad (18)$$

На рис. 5 наведено залежність $\Phi = \Phi(N)$ для двох експериментально встановлених значень τ_{lt} . Очевидно, що для більшого часу життя магнона τ_{lt} і тієї самої довжини ланцюжка зменшення величини потоку є значно менш вираженим. Наприклад, для $\tau_{lt} \sim 10^{-7}$ с значення Φ дорівнюють 0,52 коли $N = 10$; 0,09 коли $N = 100$ та 0,01 коли $N = 1000$. Для $\tau_{lt} \sim 10^{-5}$ с відповідні значення Φ дорівнюють 0,99; 0,91 та 0,51.

4. Висновки

На основі моделі послідовного перенесення магнів уздовж феромагнітного ланцюжка досліджено кінетику встановлення стаціонарного потоку магнів за наявності процесів їхньої деградації. Отримані результати показують, що якщо кінетичний процес у досліджуваній системі визначається різними швидкостями переходів між її стру-

ктурними ланками, то встановлення стаціонарного кінетичного режиму можна описати як послідовність окремих стадій. Під час перенесення магнів уздовж ланцюжка, що складається з N ланок, кінетика встановлення стаціонарного режиму перенесення в загальному випадку характеризується сумою N експоненціальних залежностей (див. рівняння (4)).

Показано, що якщо швидкість перескоків магнів χ значно перевищує швидкість їхнього розпаду γ , то N -експоненціальна кінетика переходить у двоекспоненціальну. Відповідні дві загальні швидкості, K_+ і $K_- (< K_+)$, виражаються через швидкості, що характеризують надходження магнів до ланцюжка, їхній вихід із ланцюжка й ефективну швидкість перенесення магнів χ_{seq} між кінцевими ланками 1 і N . Таким чином, послідовне перенесення магнона вздовж ланцюжка з N ланок еквівалентне перенесенню магнона безпосередньо між кінцевими вузлами ланцюжка (див. вставку на рис. 2). Фізично це означає, що огрублений кінетичний процес проявляється на часових масштабах Δt , які визначаються загальними швидкостями K_+ і K_- (рис. 2 та 3).

Крім того, показано, що за значної різниці між цими швидкостями основне перенесення магнів відбувається на часовому масштабі, пов'язаному з меншою швидкістю. Тому величину $\tau_{tr} = K_-^{-1}$ можна використовувати для оцінювання характерного часу перенесення магнів від джерела до приймача. Також продемонстровано, що метод огрубленого кінетичного опису дає змогу отримати аналітичні вирази не лише для швидкостей, які характеризують основну стадію переходу до стаціонарного режиму перенесення, а й для стаціонарного потоку. Зокрема, для прямого перенесення магнів від джерела до приймача отримано аналітичну залежність потоку магнів від часу їхнього життя τ_{lt} . Показано, що зі збільшенням τ_{lt} послаблення потоку, зумовлене збільшенням кількості ланок ланцюжка N , відбувається значно повільніше (див. рис. 5).

Отримані результати демонструють, як процес розпаду магнів може впливати на передавання квантової інформації за їхньою допомогою.

Автори висловлюють подяку Національній академії наук України за підтримку в межах проекту 0121U109816.

1. D. Lachance-Quirion, Yu. Tabuchi, A. Gloppe, K. Usami, Ya. Nakamura. Hybrid quantum systems based on magnonics. *Appl. Phys. Express* **12**, 070101 (2019).
2. W. Branford, Xi. Han, Sh. Zhang. Materials, physics, and devices of magnonics. *Appl. Phys. Lett.* **125**, 200402 (2024).
3. H. Kurebayashi, O. Dzyapko, V.E. Demidov, D. Fang, A.J. Ferguson, S.O. Demokritov. Spin pumping by parametrically excited short-wavelength spin waves. *Appl. Phys. Lett.* **99**, 162502 (2011).
4. C.W. Sandweg, Y. Kajiwara, A.V. Chumak, A.A. Serga, V.I. Vasyuchka, M.B. Jungfleisch, E. Saitoh, B. Hillebrands. Spin pumping by parametrically excited exchange magnons. *Phys. Rev. Lett.* **106**, 216601 (2011).
5. M. Mohseni, M. Kewenig, R. Verba, Q. Wang, M. Schneider, B. Heinz, F. Kohl, C. Dubs, B. Lögel, A.A. Serga, B. Hillebrands, A.V. Chumak, P. Pirro. Parametric generation of propagating spin waves in ultrathin yttrium iron garnet waveguides. *Phys. Status Solidi RRL* **14**, 2000011 (2020).
6. A.A. Serga, A.V. Chumak, B. Hillebrands. YIG magnonics. *J. Phys. D* **43**, 264002 (2010).
7. J. Bochmann, A. Vainsencher, D.D. Awschalom, A.N. Cleland. Nanomechanical coupling between microwave and optical photons. *Nat. Phys.* **9**, 712 (2013).
8. X. Zhang, C.-L. Zou, L. Jiang, H.X. Tang. Strongly coupled magnons and cavity microwave photons. *Phys. Rev. Lett.* **113**, 156401 (2014).
9. Yu. Tabuchi, S. Ishino, T. Ishikawa, R. Yamazaki, K. Usami, Ya. Nakamura. Hybridizing ferromagnetic magnons and microwave photons in the quantum limit. *Phys. Rev. Lett.* **113**, 083603 (2014).
10. R. Hisatomi, A. Osada, Y. Tabuchi, T. Ishikawa, A. Naguchi, R. Yamazaki, K. Usami, Y. Nakamura. Bidirectional conversion between microwave and light via ferromagnetic magnons. *Phys. Rev. B* **93**, 174427 (2016).
11. E.G. Petrov. Long-range magnon transfer across a bridging ferromagnetic chain via sequential and tunnel routes. *J. Appl. Phys.* **135**, 134301 (2024).
12. E.G. Petrov, S.M. Tynyk, V.V. Gorbach. Coherent resonant transport of magnons through a ferromagnetic chain: A possible way to establish quantum communication between nanomagnets embedded in microwave cavities. *Phys. Rev. Appl.* **25**, 024072 (2026).
13. S. Kosen, A.F. van Loo, D.A. Bozhko, L. Mihalceanu, A.D. Karenowska. Microwave magnon damping in YIG films at millikelvin temperatures. *APL Mater.* **7**, 101120 (2019).
14. R.O. Serga, K.H. McAllister, F. Majcen, S. Knauer, T. Reiman, C. Dubs, G.A. Melkov, A.A. Serga, V.S. Tiberkevich, A.V. Chumak, D.A. Bozhko. Ultralong-living magnons in the quantum limit. *Sci. Adv.* **12**, eace2344 (2026).
15. P. Gambardella, A. Dallmeyer, K. Malti, M.C. Malagoll, W. Eberhardt, K. Kern, C. Carbone. Ferromagnetism in one-dimensional monoatomic metal chains. *Nature* **416**, 301 (2002).
16. T. Sugano, S.J. Blundell, T. Lancaster, F.L. Pratt, H. Mori. Magnetic order in the purely organic quasi-one-dimensional ferromagnet 2-benzimidazolyl nitronyl nitroxide. *Phys. Rev. B* **82**, 180401(R) (2010).
17. S. Friedländer, J. Liu, M. Addicoat, P. Petkov, N. Vankova, R. Rüger, A. Kuc, W. Guo, W. Zhou, B. Lukose, Zh. Wang, P.G. Weidler, A. Pöpl, M. Ziese, T. Heine, C. Wöll. Linear chains of magnetic ions stacked with variable distance: Ferromagnetic ordering with a Curie temperature above 20 K. *Angew. Chem. Int. Ed.* **55**, 12683 (2016).
18. T. Yoshitake, T. Ishida. Ferromagnetic chains of ground triplet 5-methoxy-1,3-phenylene bis(tert-butyl nitroxide). *Chem. Lett.* **45**, 391 (2016).
19. A.H. Abdeldaim, A.A. Tsirlin, J. Ollivier, C. Ritter, D. Fortes, R.S. Perry, L. Clark, G.J. Nilsen. One-dimensional quantum magnetism in the $S = 1/2$ Mo(V) KMoOP_2O_7 . *Phys. Rev. B* **107**, 014415 (2023).
20. T. Holstein, H. Primakoff. Dependence of the intrinsic domain magnetization of a ferromagnet. *Phys. Rev.* **58**, 1098 (1940).
21. N.G. van Kampen. *Stochastic Processes in Physics and Chemistry* (North Holland, 1983) [ISBN-10: 0444866507; ISBN-13: 978-0444866509].
22. L.A. Goychuk, E.G. Petrov, V. May. Dynamics of the dissipative two-level system driven by external telegraph noise. *Phys. Rev. E* **52**, 2392 (1995).
23. E.G. Petrov, L.A. Goychuk, V. May. Quantum particle transfer in a system with a discontinuous modulation of the intersite coupling. *Phys. Rev. E* **54**, 4726 (1996).
24. E.G. Petrov. Averaged master equation for a quantum system coupled to a heat bath with fluctuating energy levels. *Phys. Rev. E* **57**, 94 (1998).

Одержано 29.09.26

Переклад українською мовою О. Войтенка

S.M. Tynyk, V.O. Leonov, E.G. Petrov

SIMPLIFIED (COARSE-GRAINED) DESCRIPTION OF MAGNON TRANSPORT KINETICS ALONG A FERROMAGNETIC CHAIN

Using a coarse-grained description of the kinetic process – based on the hierarchy of transition rates in a quantum system – the kinetics of the establishment of a steady-state magnon flow from a magnon source to a magnon receiver has been investigated. It is shown that if the characteristic hopping rate of magnons between adjacent chain units significantly exceeds their decay rate, the final stage of the establishment of a steady-state regime of magnon transport along the chain can exhibit a double-exponential or even single-exponential character. Analytical expressions have been obtained for magnon transport rates and the steady-state magnon flow. It is shown that increasing the magnon lifetime significantly improves the transport properties of the chain.

Keywords: magnons, kinetics, microwave cavities, nanomagnets.