

О.І. ДАВИДОВСЬКА, В.О. НЕСТЕРОВ

Інститут ядерних досліджень НАН України
(Просп. Науки, 47, Київ 03680)

ПЕРЕРІЗИ ПРУЖНОГО РОЗСІЯННЯ ДЛЯ РЕАКЦІЙ $^{18}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$ ТА $^{18}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$, ОДЕРЖАНІ НА ОСНОВІ ПОТЕНЦІАЛУ МОДИФІКОВАНОГО МЕТОДУ ТОМАСА–ФЕРМІ З УРАХУВАННЯМ КОРУ

УДК 539

Розподіли густини нуклонів і потенціали взаємодії ядер для реакцій $^{18}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$ і $^{18}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$ обчислено за допомогою модифікованого методу Томаса–Фермі, з урахуванням усіх членів другого порядку за степенями $\hbar$ у квазікласичному розкладанні кінетичної енергії. Для опису нуклон-нуклонної взаємодії використовувалися сили Скірма, залежні від густини нуклонів. Запропоновано аналітичну параметризацію, що добре відтворює поведінку потенціалів ядерно-ядерної взаємодії, розрахованих за допомогою модифікованого методу Томаса–Фермі із залежними від густини силами Скірма. Використовуючи отримані потенціали, ми обчислили перерізи пружного розсіяння, які добре узгоджуються з експериментальними результатами.

Ключові слова: ядерно-ядерний потенціал, модифікований метод Томаса–Фермі, сили Скірма, пружне розсіяння, поперечні перерізи.

1. Вступ

Для визначення основних характеристик ядерних реакцій, таких, як перерізи розсіяння в різних каналах, потрібно добре розуміти особливості поведінки потенціальної енергії, яка визначає взаємодію між ядрами [1–4]. Саме тому з моменту зародження теоретичної ядерної фізики одним із головних її завдань залишається дослідження потенціалу ядерно-ядерної взаємодії. Особливо важливою є інформація про значення та радіальну залежність такого потенціалу на малих відстанях між ядрами.

Цитування: Давидовська О.І., Нестеров В.О. Перерізи пружного розсіяння для реакцій $^{18}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$ та $^{18}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$, одержані на основі потенціалу модифікованого методу Томаса–Фермі з урахуванням кору. *Укр. фіз. журн.* **71**, № 8, 637 (2026).

© Видавець ВД “Академперіодика” НАН України, 2026. Стаття опублікована за умовами відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

ISSN 2071-0194. *Укр. фіз. журн.* 2026. Т. 71, № 8

У цілому потенціал ядерно-ядерної взаємодії можна представити у вигляді трьох компонент: ядерної, кулонівської та відцентрової. Властивості останніх двох визначено на сьогодні вже досить ґрунтовно, тоді як поведінка ядерної складової досліджена значно менше. Для її апроксимації запропоновано широкий вибір різних моделей [1–24], проте значення висоти бар'єра, які безпосередньо впливають на перебіг ядерних реакцій, у цих моделей помітно різняться. Тому інформація про потенціал ядерно-ядерної взаємодії та відповідні величини висоти бар'єра набуває принципового значення для коректного опису ядерних реакцій.

Модифікований метод Томаса–Фермі [24–36] є одним із численних методів, що застосовуються на сьогодні для розрахунку потенціалу ядерно-ядерної взаємодії, він є напівмікроскопічним підходом. Саме цей метод ми будемо використовувати в цій роботі для розрахунку розподілу густини нуклонів і потенціалу ядерно-ядерної взаємодії. В цьому підході для описання нуклон-нуклонної

взаємодії використано сили Скірма [4, 7, 8, 9, 11, 12, 14–24], залежні від густини. На сьогодні існує значна кількість вдалих параметризацій взаємодії Скірма. У проведених дослідженнях ми застосували параметризацію SkP [31]. У напівкласичному розкладанні кінетичної енергії за ступенями $\hbar$ враховано всі доданки до порядку $\hbar^2$ включно. Як свідчать попередні розрахунки, виконані як нами, так і іншими авторами, це є достатньо точним наближенням. У такому наближенні модифікований метод Томаса–Фермі з використанням сил Скірма демонструє високу ефективність у відтворенні розподілу густин нуклонів, енергій зв'язку, середньоквадратичних радіусів та інших важливих характеристик основних і збуджених станів ядер [25–31, 33].

Потенціал ядерно-ядерної взаємодії, одержаний у модифікованому наближенні Томаса–Фермі із використанням сил Скірма, демонструє досить характерну поведінку. На великих відстанях він наближається до кулонівського, на малих же відстанях спостерігається утворення потенціального бар'єра, зумовленого співвідношенням між кулонівським відштовхуванням та ядерним притяганням. З подальшим зменшенням відстані між ядрами потенціальна енергія поступово зменшується. На дуже малих відстанях між ядрами, тобто при значному перекриванні їхніх нуклонних густин, отриманий у модифікованому наближенні Томаса–Фермі з силами Скірма потенціал виявляє наявність відштовхувального кору [8, 11, 14, 15, 18–21], що пояснюється значною величиною нестисливості ядерної матерії [14, 15, 21]. Зазначимо, що така поведінка не є унікальною особливістю саме цього потенціалу, подібне відштовхування на малих відстанях проявляється також у потенціалі Проксиміті [5].

У дослідженнях реакцій розсіяння потенціали ядерно-ядерної взаємодії з кором відштовхування використовуються не надто часто. Так, у роботах [14, 15, 21, 37, 38], урахування відштовхувального компонента в потенціалі дало змогу описати як пружне розсіяння, так і підбар'єрне злиття атомних ядер. Тому дослідження пружного розсіяння атомних ядер у рамках модифікованого методу Томаса–Фермі із застосуванням сил Скірма, що враховує наявність кору відштовхування, представляється достатньо актуальною та цікавою задачею.

Математичні методи, використані для реалізації вибраного підходу, розглядаються в розділах 2 і 3. Обрахунку перерізів пружного розсіяння та обговоренню отриманих результатів присвячено розділ 4. Загальні висновки й підсумки цієї роботи представлено у розділі 5.

2. Потенціал ядерно-ядерної взаємодії в рамках модифікованого методу Томаса–Фермі

Потенціал ядерно-ядерної взаємодії $V(R)$ якісно можна поділити на ядерну, кулонівську й відцентрову частини – $V_N(R)$, $V_{\text{COUL}}(R)$ і $V_l(R)$ відповідно:

$$V(R) = V_N(R) + V_{\text{COUL}}(R) + V_l(R), \quad (1)$$

де R є відстанню між центрами мас ядер.

Кулонівська й відцентрова частини потенціалу на сьогодні досліджені досить ґрунтовно, для них можна використати стандартні вирази, див., наприклад, роботи [21, 22].

Нашою метою буде розрахунок ядерної складової потенціалу взаємодії $V_N(R)$ за допомогою модифікованого методу Томаса–Фермі, враховуючи всі члени другого порядку за $\hbar$ у напівкласичному розкладанні кінетичної енергії. Для опису нуклон-нуклонної взаємодії обрано залежні від густини сили Скірма, зокрема параметризацію SkP [31]. Водночас ми будемо використовувати підхід “заморожених” густин, який є достатньо обґрунтованим у діапазоні енергій, близьких до потенціального бар'єру.

Потенціал ядерно-ядерної взаємодії $V_N(R)$ для двох ядер береться у вигляді [9, 11]

$$V_N(R) = E_{12}(R) - (E_1 + E_2). \quad (2)$$

Він є різницею енергії системи двох ядер, що знаходяться на відстані R одне від одного ($E_{12}(R)$), і на нескінченній відстані, відповідно. Слід зазначити, що енергія системи двох ядер на нескінченній відстані є просто сумою енергій зв'язку двох окремих ядер, позначених як E_1 або E_2

$$E_{12}(R) = \int \varepsilon[\rho_{1p}(\bar{r}) + \rho_{2p}(\bar{r}, R), \rho_{1n}(\bar{r}) + \rho_{2n}(\bar{r}, R)] d\bar{r}, \quad (3)$$

$$E_{1(2)}(R) = \int \varepsilon[\rho_{1(2)p}(\bar{r}), \rho_{1(2)n}(\bar{r})] d\bar{r}. \quad (4)$$

Тут $\rho_{1(2)n}$ і $\rho_{1(2)p}$ є нейтронною або протонною густиною ядра 1(2) відповідно, $\varepsilon[\rho_{1(2)p}(\bar{r}), \rho_{1(2)n}(\bar{r})]$ – це густина енергії, а R – відстань між центрами мас ядер.

Густину енергії можна представити як суму кінетичного, потенціального й кулонівського доданків, причому для випадку сил Скірма її форма добре відома з літератури [23–27, 29, 31, 36]:

$$\begin{aligned} \varepsilon = \varepsilon_{\text{kin}} + \varepsilon_{\text{pot}} + \varepsilon_{\text{Coul}} = & \frac{\hbar^2}{2m} \tau + \\ & + \frac{1}{2} t_0 \left[\left(1 + \frac{1}{2} x_0 \right) \rho^2 - \left(x_0 + \frac{1}{2} \right) \times (\rho_n^2 + \rho_p^2) \right] + \\ & + \frac{1}{12} t_3 \rho^\alpha \left[\left(1 + \frac{1}{2} x_3 \right) \rho^2 - \left(x_3 + \frac{1}{2} \right) \times (\rho_n^2 + \rho_p^2) \right] + \\ & + \frac{1}{4} \left[t_1 \left(1 + \frac{1}{2} x_1 \right) + t_2 \left(1 + \frac{1}{2} x_2 \right) \right] \tau \rho + \\ & + \frac{1}{4} \left[t_2 \left(x_2 + \frac{1}{2} \right) - t_1 \left(x_1 + \frac{1}{2} \right) \right] \times \\ & \times (\tau_n \rho_n + \tau_p \rho_p) + \frac{1}{16} \left[3t_1 \left(1 + \frac{1}{2} x_1 \right) - \right. \\ & \left. - t_2 \left(1 + \frac{1}{2} x_2 \right) \right] (\nabla \rho)^2 - \\ & - \frac{1}{16} \left[3t_1 \left(x_1 + \frac{1}{2} \right) + t_2 \left(x_2 + \frac{1}{2} \right) \right] \times \\ & \times \left((\nabla \rho_n)^2 + (\nabla \rho_p)^2 \right) + \\ & + \frac{1}{2} W_0 [J \nabla \rho + J_n \nabla \rho_n + J_p \nabla \rho_p] + \varepsilon_{\text{Coul}}. \end{aligned} \quad (5)$$

У цьому виразі ε_{kin} використовується для позначення густини кінетичної енергії, ε_{pot} – потенціальної, а $\varepsilon_{\text{Coul}}$ відповідає густині кулонівської енергії. Параметри $t_0, t_1, t_2, t_3, x_0, x_1, x_2, x_3, \alpha$ і W_0 визначають характеристики взаємодії Скірма. Доданки виразу, які пропорційні параметрам t_0 і t_3 , асоціюються із силами нульового радіуса дії. Зокрема, компонент, що залежить від t_0 , характеризує притягання, натомість член, який містить t_3 , описує відштовхування, яке посилюється зі збільшенням густини ядерної речовини. Це забезпечує відсутність колапсу ядерних систем. Члени, пропорційні параметрам t_1 та t_2 , вносять поправку на скінченність радіусу дії ядерних сил. Зі зростанням нуклонної густини внесок таких компонентів у загальну енергію системи

збільшується. Параметри x_0, x_1, x_2 і x_3 відповідають за опис обмінних ефектів та враховують спінову й ізоспінову асиметрії. Величина W_0 є константою, що визначає характер спін-орбітальної взаємодії.

У квазікласичному розкладанні кінетичної енергії враховуються всі члени до другого порядку за степенями $\hbar$, тобто густина кінетичної енергії може бути представлена як сума густин звичайного методу Томаса–Фермі та градієнтної поправки другого порядку $\tau = \tau_{\text{TF}} + \tau_2$ [8, 9, 11, 12, 23, 26, 27, 36, 39, 40], а загальна густина $\tau = \tau_p + \tau_n$ є сумою густин кінетичних енергій протонів і нейтронів. Перший доданок [26, 27]

$$\tau_{\text{TF},n(p)} = k \rho_{n(p)}^{5/3} \quad (6)$$

– це густина кінетичної енергії нейтронів (протонів) у наближенні звичайного методу Томаса–Фермі, де $k = \frac{5}{3}(3\pi^2)^{2/3}$, а τ_2 – вираз для градієнтної поправки другого порядку за степенями $\hbar$ [26, 27]:

$$\begin{aligned} \tau_{2q} = & b_1 \frac{(\nabla \rho_q)^2}{\rho_q} + b_2 \nabla^2 \rho_q + b_3 \frac{(\nabla f_q \nabla \rho_q)}{f_q} + \\ & + b_4 \rho_q \frac{\nabla^2 f_q}{f_q} + b_5 + \rho_q \left(\frac{\nabla f_q}{f_q} \right)^2 + b_6 h_m^2 \rho_q \left(\frac{\mathbf{W}_q}{f_q} \right)^2, \end{aligned} \quad (7)$$

числові коефіцієнти у якій дорівнюють $b_1 = 1/36$, $b_2 = 1/3$, $b_3 = 1/6$, $b_4 = 1/6$, $b_5 = -1/12$, $b_6 = 1/2$, $h_m = \hbar^2/2m$, а останній доданок у (7) відповідає за урахування спін-орбітальної взаємодії. Індекс q позначає нейтронну або протонну частини відповідно. Величина W_q :

$$\vec{W}_q = \frac{\delta \varepsilon(r)}{\delta \mathbf{J}_q(r)} = \frac{W_0}{2} \nabla(\rho + \rho_q), \quad (8)$$

а f_q залежить від параметрів сил Скірма таким чином:

$$\begin{aligned} f_q = & 1 + \frac{2m}{\hbar^2} \left[\frac{1}{4} \left[t_1 \left(1 + \frac{1}{2} x_1 \right) + t_2 \left(1 + \frac{1}{2} x_2 \right) \right] \rho + \right. \\ & \left. + \frac{1}{4} \left[t_2 \left(x_2 + \frac{1}{2} \right) - t_1 \left(x_1 + \frac{1}{2} \right) \right] \rho_q \right], \end{aligned} \quad (9)$$

константа W_0 пов'язана зі спін-орбітальною взаємодією і визначається вибором конкретної параметризації сил Скірма. Зазначимо, що внесок доданку, пов'язаного зі звичайним методом Томаса–Фермі, є головним, особливо у внутрішній частині

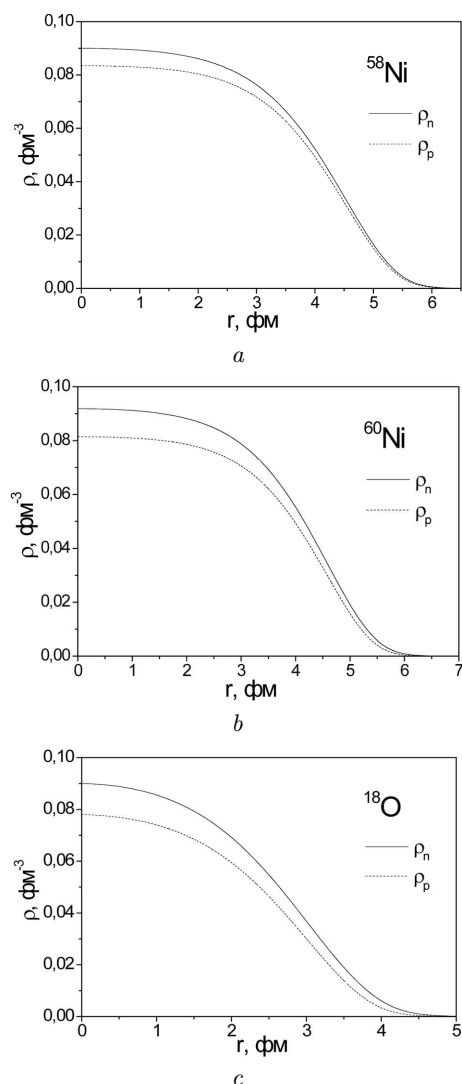


Рис. 1. Густина розподілу нуклонів для ядер ^{58}Ni (a), ^{60}Ni (b) і ^{18}O (c), одержані в рамках модифікованого методу Томаса–Фермі

ядра. Однак на його поверхні градієнтні поправки також набувають істотного значення.

Метою нашої роботи є дослідження реакцій пружного розсіювання для систем $^{18}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$ і $^{18}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$, для чого нами виконується розрахунок потенціалу ядерно-ядерної взаємодії в рамках модифікованого методу Томаса–Фермі. Для проведення таких розрахунків першим етапом є визначення густин розподілу нуклонів у ядрах. У нашому дослідженні використовуються нуклонні густини, отримані за допомогою самого модифі-

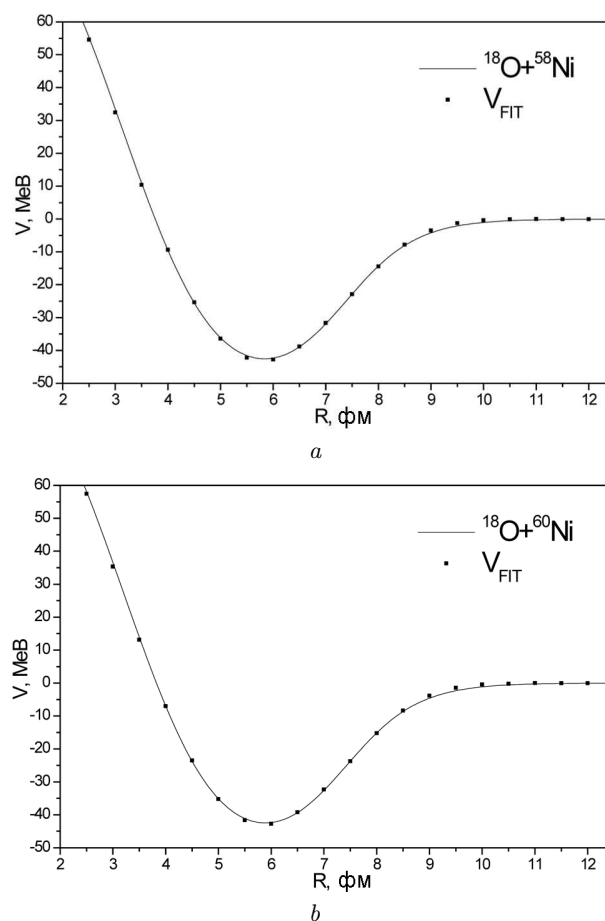


Рис. 2. Потенціали взаємодії для реакцій $^{18}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$ (a) і $^{18}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$ (b), одержані в рамках модифікованого методу Томаса–Фермі, а також представлення відповідного потенціалу в аналітичній формі (V_{FIT}) (13)

кованого методу Томаса–Фермі із застосуванням сил Скірма (параметризації SkP [31]). Профілі нуклонних густин для ядер ^{18}O , ^{58}Ni і ^{60}Ni , отримані за допомогою цього підходу, представлено на рис. 1.

На другому кроці, після обчислення нуклонних густин, будується вираз для густини енергії, і на його основі проводиться розрахунок потенціалу ядерно-ядерної взаємодії модифікованого методу Томаса–Фермі з силами Скірма (1)–(9). На рисунку 2 представлено ядерну складову потенціалів взаємодії для реакцій $^{18}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$ і $^{18}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$. Як видно з рисунку, потенціали характеризуються реалістичною формою, а на малих відстанях маємо чітко виражене відштовхування.

3. Аналітичне представлення потенціалу взаємодії

Для спрощення подальших розрахунків було би дуже корисно мати можливість представити одержані нами потенціали ядерно-ядерної взаємодії в аналітичній формі. Водночас відзначимо, що таке аналітичне представлення повинно враховувати наявний у наших потенціалах ефект відштовхування на малих відстанях, через це традиційна параметризація потенціалів у формі Вудса–Саксона виявляється неприйнятною. Урахувати наявний у наших розрахункових потенціалах ефект відштовхування ми спробуємо шляхом додавання до аналітичної формули ще однієї складової частини. Цей доданок повторює форму виразу для кінетичної енергії методу Томаса–Фермі й має створювати необхідний нам ефект відштовхування на малих відстанях. Такий підхід є аналогічним до того, що ми використовували в роботі [19] з потенціалами подвійної згортки, значно покращивши отримані результати. Таким чином, кінцева формула аналітичного потенціалу набуває такого вигляду:

$$V_{\text{FIT}}(R) = V_{\text{WS}}(R) + V_{\text{kin}}(R). \quad (10)$$

Тут $V_{\text{WS}}(R)$ є широко використовуваним потенціалом Вудса–Саксона

$$V_{\text{WS}}(R) = \frac{-V_0}{1 + e^{\frac{R-R_0}{d_0}}}, \quad (11)$$

а $V_{\text{kin}}(R)$ аналогічний за формою першому доданку в густині кінетичної енергії використаного нами модифікованого методу Томаса–Фермі, пропорційним $\rho^{5/3}$ (6). Для густини у цьому кінетичному доданку будемо використовувати широко відомий розподіл Фермі:

$$V_{\text{kin}}(R) = \left(\frac{V_c}{1 + e^{(R-C)/a}} \right)^{5/3}. \quad (12)$$

Отже можемо остаточно записати наш аналітичний потенціал у такий формі:

$$V_{\text{FIT}}(R) = \frac{-V_0}{1 + e^{\frac{R-R_0}{d_0}}} + \left(\frac{V_c}{1 + e^{(R-C)/a}} \right)^{5/3}. \quad (13)$$

Формула (13) містить шість підгінних параметрів: V_0 , R_0 , d_0 , V_c , C та a , значення яких визначаються за допомогою процедури мінімізації для забезпечення максимально точного опису потенціалів, розрахованих нами раніше з використанням модифікованого методу Томаса–Фермі із силами Скірма,

залежними від густини. Параметри аналітичного потенціалу для реакцій $^{18}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$ і $^{18}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$ представлено в табл. 1.

Апроксимацію ядерної частини потенціалів взаємодії модифікованого підходу Томаса–Фермі із силами Скірма за допомогою виразу (13) для реакцій $^{18}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$ і $^{18}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$ представлено на рис. 2. Видно, що точність апроксимації виявилася дуже високою, розбіжності на графіку практично не помітні. Це свідчить про те, що запропонована аналітична формула добре відображає поведінку потенціалів ядерно-ядерної взаємодії з відштовхувальним кором.

4. Розрахунки перерізів пружного розсіяння

Розрахунок перерізів пружного розсіяння ми будемо виконувати в рамках оптичної моделі, а раніше визначені потенціали ядерно-ядерної взаємодії (формула (13)) з відповідними параметрами (наведеними в табл. 1) будуть відігравати роль дійсної частини, тоді як уявна частина потенціалу береється в такий формі [2, 4]:

$$W(R) = - \frac{W_W}{1 + \exp[R - r_W(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})/d_W]} - \frac{W_S \exp[R - r_S(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})/d_S]}{d_S \{1 + \exp[R - r_S(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})/d_S]\}^2}. \quad (14)$$

Тут параметри W_W , r_W , d_W , W_S , r_S , d_S – це сила, радіус і дифузність для об'ємної (W) та поверхневої (S) складових уявного потенціалу. Така форма запису уявної компоненти потенціалу є широко вживаною при описанні ядерних реакцій.

Метою нашої роботи буде дослідження пружного розсіяння для реакцій $^{18}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$ з енергіями пучка $E_{\text{lab}} = 35,1$ та 46 , а також 63 MeV і $^{18}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$ з енергіями пучка $E_{\text{lab}} = 34,5$ та 63 MeV. Перерізи пружного розсіяння були обчислені на основі потенціалу (13), параметри яко-

Таблиця 1. Параметри аналітичного представлення потенціалу для досліджуваних реакцій

Реакція	V_0 , MeB	R_0 , фм	d_0 , фм	V_c , MeB ^{3/5}	C , фм	a , фм
$^{18}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$	53,4379	7,3264	0,6859	22,0837	3,7176	1,0858
$^{18}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$	53,8914	7,3609	0,6957	22,1571	3,7884	1,0898

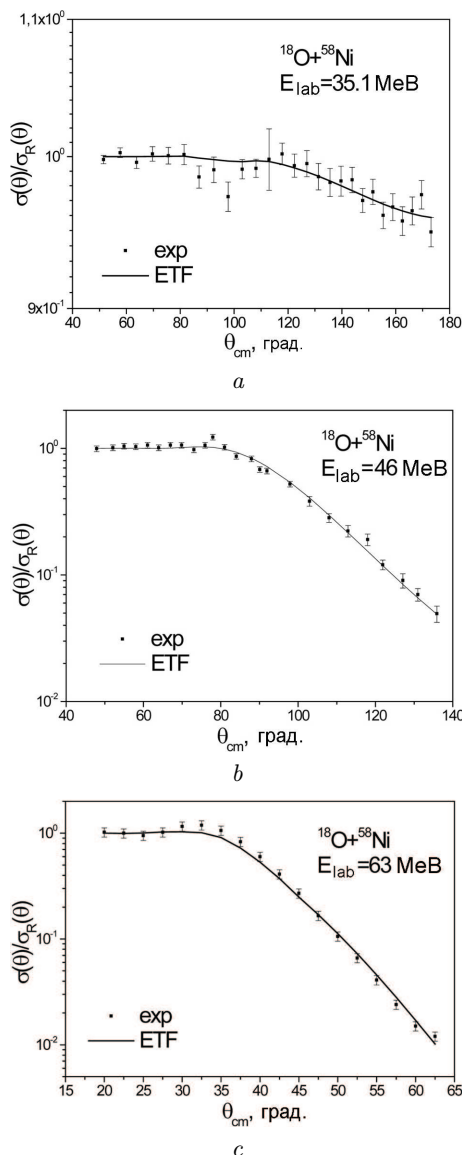


Рис. 3. Поперечний переріз пружного розсіяння для системи $^{18}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$ з енергією пучка $E_{\text{lab}} = 35,1$ (a), 46 (b), 63 MeV (c), розрахований на основі потенціалів модифікованого наближення Томаса–Фермі з силами Скірма (ETF), залежними від густини. Експериментальні дані (exp) взято з робіт [41–43]

го наведено в табл. 1. Цей потенціал апроксимує потенціал ядерно-ядерної взаємодії, обрахований за допомогою модифікованого методу Томаса–Фермі. Параметри уявної частини (W_w , r_w , d_w , W_s , r_s , d_s) було визначено шляхом підгонки до відповідних експериментальних перерізів пружно-

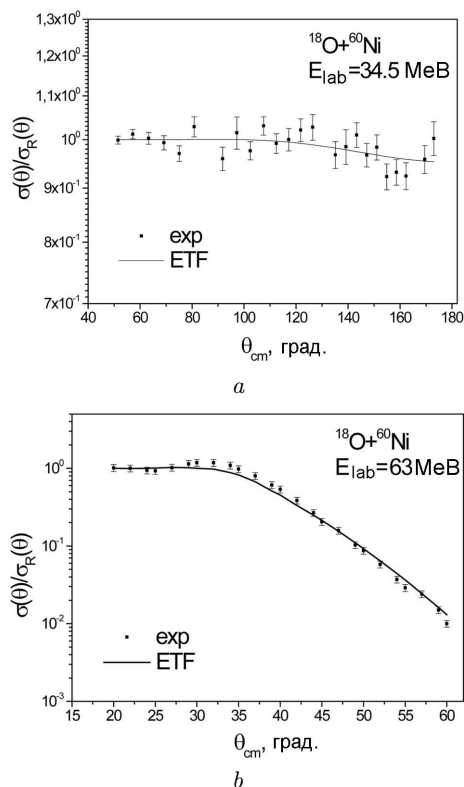


Рис. 4. Поперечний переріз пружного розсіяння для системи $^{18}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$ з енергією пучка $E_{\text{lab}} = 34,5$ (a), 63 MeV (b), розрахований на основі потенціалів модифікованого наближення Томаса–Фермі з силами Скірма (ETF), залежними від густини. Експериментальні дані (exp) взято з робіт [41, 43]

Таблиця 2. Параметри уявної частини потенціалу (14) для реакції $^{18}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$

Параметр	W_w , MeV	r_w , фм	d_w , фм	W_s , MeV	r_s , фм	d_s , фм
$E_{\text{lab}} = 35,1$ MeV	20,129	1,183	0,300	4,000	1,150	0,756
$E_{\text{lab}} = 46$ MeV	20,342	1,199	0,495	8,374	1,150	0,754
$E_{\text{lab}} = 63$ MeV	24,446	1,198	0,337	19,913	1,449	0,899

Таблиця 3. Параметри уявної частини потенціалу (14) для реакції $^{18}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$

Параметр	W_w , MeV	r_w , фм	d_w , фм	W_s , MeV	r_s , фм	d_s , фм
$E_{\text{lab}} = 34,5$ MeV	20,665	1,199	0,499	4,011	1,194	0,700
$E_{\text{lab}} = 63$ MeV	24,133	1,141	0,494	20,499	1,449	0,899

го розсіювання. Конкретні значення, одержані для цих параметрів, наведено в табл. 2 і 3.

На рис. 3 і 4 представлено результати розрахунків перерізів пружного розсіювання для реакції $^{18}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$ з енергією пучка $E_{\text{lab}} = 35,1, 46$ і 63 MeV, а також для реакції $^{18}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$ з енергією $E_{\text{lab}} = 34,5$ і 63 MeV. Розраховані перерізи зображено у формі, нормованій до поперечного перерізу Резерфорда. Для порівняння були використані експериментальні дані з джерел [41–43]. Видно, що розраховані нами перерізи добре описують експериментальні дані.

5. Висновки

У рамках нашого дослідження виконано розрахунок потенціалів ядерно-ядерної взаємодії, використовуючи модифікований метод Томаса–Фермі із застосуванням залежних від густини сил Скірма (параметризація SkP) для систем $^{18}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$ і $^{18}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$. Зауважимо, що, використовуючи цей підхід, також були розраховані нуклонні густини. Отримані потенціали проявляють цілком реалістичну поведінку, демонструючи суттєве відштовхування на малих відстанях, що відіграє важливу роль у дослідженні процесів пружного розсіювання.

Запропоновано аналітичну параметризацію ядерної частини потенціалу ядерно-ядерної взаємодії, яка досить точно відтворює поведінку потенціалів, розрахованих з використанням модифікованого методу Томаса–Фермі із силами Скірма.

За допомогою одержаних потенціалів ядерно-ядерної взаємодії проведено аналіз пружного розсіювання для реакцій $^{18}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$ і $^{18}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$ для різних енергій. Одержано перерізи пружного розсіювання, з використанням для кожної реакції одного й того ж виразу для дійсної частини потенціалу, і варіюванням лише уявної його частини. Отримані результати добре узгоджуються з експериментальними даними.

1. R. Bass. *Nuclear Reactions with Heavy Ion* (Springer-Verlag, 1980).
2. G.R. Satchler. *Direct Nuclear Reactions* (Clarendon Press, 1983) [ISBN-13: 978-0198512691, ISBN-10: 0198512694].
3. P. Frobrich, R. Lipperheide. *Theory of Nuclear Reactions* (Clarendon Press, 1996) [ISBN: 9780198537830].
4. В.Ю. Денисов, В.А. Плужко. *Проблеми фізики атомного ядра и ядерных реакций* (Издательско-полиграфический центр “Киевский университет”, 2013).

5. J. Blocki, J. Randrup, W.J. Swiatecki, C.F. Tsang. Proximity forces. *Ann. Phys.* **105**, 427 (1977).
6. W.D. Myers, W.J. Swiatecki. Nucleus-nucleus proximity potential and superheavy nuclei. *Phys. Rev. C* **62**, 044610 (2000).
7. V.Yu. Denisov. Nucleus-nucleus potential with shell-correction contribution and deep sub-barrier fusion of heavy nuclei. *Phys. Rev. C* **89**, 044604 (2014).
8. V.Yu. Denisov, V.A. Nesterov. Potential of interaction between nuclei and nucleon-density distribution in nuclei. *Phys. Atom. Nucl.* **69**, 1472 (2006).
9. V.Yu. Denisov. Interaction potential between heavy ions. *Phys. Lett. B* **526**, 315 (2002).
10. H.J. Krappe, J.R. Nix, A.J. Sierk. Unified nuclear potential for heavy-ion elastic scattering, fusion, fission, and ground state masses and deformations. *Phys. Rev. C* **20**, 992 (1979).
11. V.Yu. Denisov, W. Norenberg. Entrance channel potentials in the synthesis of the heaviest nuclei. *Eur. Phys. J. A* **15**, 375 (2002).
12. V.Yu. Denisov. Nucleus-nucleus potential with shell-correction contribution. *Phys. Rev. C* **91**, 024603 (2015).
13. A. Winther. Dissipation, polarization and fluctuation in grazing heavy-ion collisions and the boundary to the chaotic regime. *Nucl. Phys. A* **594**, 203 (1995).
14. V.Yu. Denisov, O.I. Davidovskaya. Repulsive core potential and elastic heavy-ion collisions. *Yad. Fiz.* **73**, 429 (2010) (in Russian).
15. V.Yu. Denisov, O.I. Davidovskaya. Repulsive core potential and elastic heavy-ion collisions. *Ukr. J. Phys.* **54**, 669 (2009).
16. K.A. Brueckner, J.R. Buchler, M.M. Kelly. New theoretical approach to nuclear heavy-ion scattering. *Phys. Rev. C* **173**, 944 (1968).
17. J. Fleckner, U. Mosel. Antisymmetrization effects in heavy ion potentials. *Nucl. Phys. A* **277**, 170 (1977).
18. O.I. Davidovskaya, V.Yu. Denisov, V.A. Nesterov. Nucleus-nucleus potential with repulsive core and elastic scattering. Part 1. Nucleus-nucleus interaction potential. *Yadern. Fiz. Energ.* **11**, No. 1, 25 (2010).
19. O.I. Davidovskaya, V.Yu. Denisov, V.A. Nesterov. Nucleus-nucleus potential with repulsive core and elastic scattering. Part 2. The elastic scattering cross-sections with and without core. *Yadern. Fiz. Energ.* **11**, No. 1, 33 (2010).
20. O.I. Davidovskaya, V.Yu. Denisov, V.A. Nesterov. Effective nucleus-nucleus potential with the contribution of the kinetic energy of nucleons, and the cross-sections of elastic scattering and subbarrier fusion. *Ukr. J. Phys.* **62**, 473 (2017).
21. V.A. Nesterov. Effect of the Pauli exclusion principle and the polarization of nuclei on the potential of their interaction for the example of the $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ system. *Phys. At. Nucl.* **76**, 577 (2013).
22. V.Yu. Denisov, O.I. Davidovskaya. Elastic $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ scattering and nucleus-nucleus potential with a repulsive core. *Ukr. J. Phys.* **55**, 861 (2010).

23. О.І. Давидовська, В.Ю. Денисов, В.О. Нестеров. Ядерно-ядерний потенціал, перерізи пружного розсіювання та підбар'єрного злиття для системи $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$. *Яд. Фіз. та Енер.* **19**, 203 (2018).
24. O.I. Davydovska, V.Yu. Denisov, V.A. Nesterov. Comparison of the nucleus-nucleus potential evaluated in the double-folding and energy density approximations and the cross-sections of elastic scattering and fusion of heavy ions. *Nucl. Phys. A* **989**, 214 (2019).
25. В.О. Нестеров, О.І. Давидовська, В.Ю. Денисов. Розрахунки перерізів підбар'єрного злиття та пружного розсіювання важких іонів за допомогою модифікованого Томаса–Фермі із силами Скірма. *Яд. Фіз. та Енер.* **20** (4), 349 (2019).
26. P. Ring, P. Schuck. *The Nuclear Many-Body Problem* (Springer-Verlag, 1980) [ISBN: 978-3-540-21206-5].
27. M. Brack, C. Guet, H.B. Hakanson. Self-consistent semiclassical description of average nuclear properties – a link between microscopic and macroscopic models. *Phys. Rep.* **123**, 275 (1985).
28. M. Brack, R.K. Bhaduri. *Semiclassical Physics* (Addison-Wesley, 1997) [ISBN-10: 0813340845; ISBN-13: 978-0813340845].
29. V.M. Strutinsky, A.G. Magner, V.Yu. Denisov. Density distributions in nuclei. *Z. Phys. A* **322**, 149 (1985).
30. J. Dobaczewski, W. Nazarewicz, P.G. Reinhard. Pairing interaction and self-consistent densities in neutron-rich nuclei. *Nucl. Phys. A* **693**, 361 (2001).
31. D. Vautherin, D.M. Brink. Hartree-Fock calculations with Skyrme's interaction. I. Spherical nuclei. *Phys. Rev. C* **5**, 626 (1972).
32. J. Bartel, P. Quentin, M. Brack, C. Guet, H.B. Hakansson. Towards a better parametrisation of Skyrme-like effective forces: A critical study of the SkM force. *Nucl. Phys. A* **386**, 79 (1982).
33. S.A. Fayans, S.V. Tolokonnikov, E.L. Trykov, D. Zawischac. Nuclear isotope shifts within the local energydensity functional approach. *Nucl. Phys. A* **676**, 49 (2000).
34. J.W. Negele. The mean-field theory of nuclear structure and dynamics. *Rev. Mod. Phys.* **54**, 913 (1982).
35. T.H.R. Skyrme. The effective nuclear potential. *Nucl. Phys.* **9**, 615 (1959).
36. H. Feshbach. The optical model and its justification. *Annu. Rev. Nucl. Sci.* **8**, 49 (1958).
37. H. Friedrich, L.F. Canto. Effective nucleus-nucleus potentials derived from the generator coordinate method. *Nucl. Phys. A* **291**, 249 (1977).
38. O.I. Davydovska, V.A. Nesterov, V.Yu. Denisov. The nucleus-nucleus potential within the extended Thomas–Fermi method and the cross-sections of subbarrier fusion and elastic scattering for the systems $^{16}\text{O} + ^{58,60,62,64}\text{Ni}$. *Nucl. Phys. A* **1002**, 121994 (2020).
39. J. Orloff, W.W. Daehnick. Elastic scattering of ^{16}O by ^{48}Ti , ^{40}Ca , ^{27}Al , ^{12}C , ^7Li , and ^6Li . *Phys. Rev. C* **3**, 430 (1971).
40. O.I. Davydovska, V.Yu. Denisov, V.A. Nesterov. Subbarrier fusion and elastic scattering cross-sections on the basis of modified Thomas–Fermi method potentials. *Nucl. Phys. A* **1018**, 122372 (2022).
41. O.I. Davydovska, V.O. Nesterov. Cross sections of elastic scattering for systems $^{16}\text{O} + ^{42}\text{Ca}$, $^{16}\text{O} + ^{48}\text{Ca}$ within the modified Thomas–Fermi method with taking the repulsion core into account. *Ukr. J. Phys.* **70**, 228 (2025).
42. E.S. Rossi Jr. *et al.* Effect of the ^{18}O nuclear density on the nuclear potentials of the $^{18}\text{O} + ^{58,60}\text{Ni}$ systems. *Nucl. Phys. A* **707**, 325 (2002).
43. J.J.S. Alves *et al.* Consistent analysis of peripheral reaction channels and fusion for the $^{16,18}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$ systems. *Nucl. Phys. A* **748**, 59 (2005).
44. K.E. Rehm *et al.* Inelastic scattering of heavy ions. *Phys. Rev. C* **12**, 1945 (1975).

Received 24.03.26

O.I. Davydovska, V.O. Nesterov

ELASTIC SCATTERING CROSS-SECTIONS OF THE $^{18}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$ AND $^{18}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$ REACTIONS OBTAINED ON THE BASIS OF THE POTENTIAL OF THE MODIFIED THOMAS–FERMI METHOD, TAKING THE CORE INTO ACCOUNT

The nucleon density distributions and the nuclear interaction potentials for the $^{18}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$ and $^{18}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$ reactions have been calculated using the modified Thomas–Fermi method and taking into account all second-order terms in $\hbar$ in the quasi-classical expansion of the kinetic energy. Skyrme forces, depending on the nucleon density, were used as the nucleon-nucleon interaction. An analytical parameterization has been proposed that reproduces well the behavior of the nucleus-nucleus interaction potentials calculated using the modified Thomas–Fermi method with density-dependent Skyrme forces. Using the obtained potentials, the elastic scattering cross-sections have been calculated, yielding good agreement with experimental results.

Keywords: nucleus-nucleus potential, modified Thomas–Fermi method, Skyrme forces, elastic scattering, cross-sections.