

Ю.Ф. ЗАБАШТА, В.І. КОВАЛЬЧУК, О.С. СВЕЧНИКОВА, Л.Ю. ВЕРГУН,
Л.А. БУЛАВІН

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, фізичний факультет
(Вул. Володимирська, 64/13, Київ 01601)

УДК 539

ДЕФОРМАЦІЯ І СТРУКТУРА ХРЯЦОВОЇ ТКАНИНИ

Пропонується модель структури хрящової тканини, де остання розглядається як сукупність областей локальної рівноваги. Кожна така область є ґраткою, утвореною пластинами (протеоглікановими агрегатами) та колагеновими волокнами. Деформація хрящової тканини під дією зовнішнього навантаження зумовлена переважно вигином ланцюгів, що входять до складу протеогліканових агрегатів. Отримано формули для модуля зсуву та модуля Юнга хрящової тканини. Показано, що ці модулі обернено пропорційні квадрату діаметра колагенового волокна, а їхні значення за порядком величини становлять 10^6 Па, що узгоджується з експериментальними даними.

Ключові слова: хрящова тканина, тензор податливостей, модуль зсуву, модуль Юнга.

1. Вступ

У життєдіяльності людського організму, як відомо, важливу роль відіграє здатність хрящової тканини виконувати притаманну їй опорну функцію – здатність протидіяти зовнішнім навантаженням. Тому актуальним є питання про фізичну природу процесів деформування хрящової тканини під дією навантажень. Пошуку відповіді на це питання й присвячено дану статтю.

Розрізняють [1] три види хрящової тканини: гіалінову, волокнисту та еластичну. Далі мова йтиме про перші два види.

Маючи на увазі вивчення природи процесів деформування, виділимо такі структурні особливості хрящової тканини [1, 2]:

1) хрящова тканина складається з клітин (2%) та міжклітинної речовини (98%);

2) основними складовими міжклітинної речовини є вода (75–80%), колаген (10–12%) та протеоглікани (7–8%);

3) дві останні складові утворюють каркас хрящової тканини;

4) колагенові ланцюги сплетені у волокна;

5) протеоглікани існують у вигляді агрегатів із масою, яка за порядком величини дорівнює 10^7 Да. Будова такого агрегату (рис. 1) є сукупністю зв'язаних ланцюгів [3]. Кістяком агрегату слугує гіалуронова кислота – головний ланцюг. До останнього приєднується майже сотня білкових ланцюгів. З кожним із білкових ланцюгів з'єднується більше сотні полісахаридних ланцюгів.

Хрящову тканину прийнято відносити до в'язкопружних середовищ.

Вивченню фізичної природи деформування хрящової тканини присвячено досить багато публікацій (див., наприклад, огляди [4–9] та посилання там). Сучасні уявлення щодо будови хрящової тканини полягають у такому. Хрящова тканина розглядається як суцільне середовище, що складається з твердої та рідкої компонент. Перша – це каркас, друга – вода з розчиненими у ній речовинами. Фактично хрящова тканина розглядається як

Цитування: Забашта Ю.Ф., Ковальчук В.І., Свечнікова О.С., Вергун Л.Ю., Булавін Л.А. Деформація і структура хрящової тканини. *Укр. фіз. журн.* **69**, № 5, 329 (2024). Citation: Zabashta Yu.F., Kovalchuk V.I., Svechnikova O.S., Vergun L.Yu., Bulavin L.A. Deformation and the structure of cartilage tissue. *Ukr. J. Phys.* **69**, No. 5, 329 (2024). <https://doi.org/10.15407/ujpe69.5.329>.

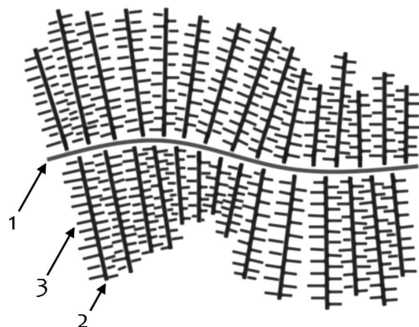


Рис. 1. Структура протеогліканового агрегату: 1 – гіалуронова кислота, 2 – білковий ланцюг, 3 – полісахаридний ланцюг

пористе середовище, пори якого заповнені водою. При дії зовнішнього навантаження вода може переміщуватись з однієї ділянки середовища в іншу. Йдеться про три види напружень: ті, що виникають у каркасі та воді, а також напруження, які є наслідком руху води. Поява останніх зумовлена опором, який створює каркас рухові води.

Поведінку такої моделі описують, застосовуючи теорію фільтрації [10]. Ця теорія ґрунтується на емпіричному співвідношенні, відомому як закон Дарсі:

$$\mathbf{v} = -\kappa \nabla p, \quad (1)$$

де \mathbf{v} – швидкість рідини, κ – коефіцієнт, що носить назву “проникність рідини”, p – тиск.

2. Постановка питання

Як відомо [11], деформаційні властивості фізичної системи прийнято описувати, розглядаючи систему як однорідне суцільне середовище та характеризуючи це середовище певним реологічним рівнянням. Для в'язкопружного середовища реологічне рівняння має вигляд

$$\hat{\epsilon} = \int_{-\infty}^t \hat{F}(t') \frac{d\hat{\sigma}}{dt'} dt', \quad (2)$$

де $\hat{\epsilon}$ – тензор деформації, t – час, $\hat{F}(t)$ – тензорна функція, яку називають функцією пам'яті, $\hat{\sigma}$ – тензор напружень.

Насправді питання про фізичну природу деформування хрящової тканини зводиться до встановлення аналітичної залежності між функцією па-

м'яті та параметрами структури. Як видно з літературних даних, це питання залишається невирішеним. У даній статті обмежимося випадком, коли виконується нерівність

$$\tau_F \ll \tau_\sigma, \quad (3)$$

де τ_F та τ_σ – інтервали часу, протягом якого суттєво змінюються функції \hat{F} та $\hat{\sigma}$.

У цьому випадку рівняння (2) набуває вигляду

$$\hat{\epsilon} = \hat{S} \hat{\sigma}, \quad (4)$$

де \hat{S} – тензор, який прийнято називати тензором рівноважних (або статичних) пружних податливостей.

Відповідно пружну деформацію, якої хрящова тканина зазнає за умови (3), називають рівноважною (або статичною).

Метою даної статті є створення фізичної моделі, яка б встановлювала зв'язок між тензором \hat{S} та структурою хрящової тканини. Стаття є продовженням циклу робіт [12–16], присвячених дослідженням рідинних систем з похідними целюлози (гідрогелів). На відміну від багатьох інших статей, присвячених гелям, у згаданих роботах використовуються традиційні підходи термодинаміки: утворення гелю розглядається як фазовий перехід першого роду; вивчаються властивості міжфазного шару та розділення фаз у термінах спінодального розпаду та ін. Ця тенденція притаманна і даній статті, в якій опис процесу деформації ґрунтується на понятті локальної рівноваги, яке є ключовим для термодинаміки неоднорідних систем.

3. Структурні рівні хрящової тканини

Кожній конденсованій системі, як відомо, притаманними мають бути, принаймні, чотири характерні розміри, які утворюють ієрархію:

$$L_1 \ll L_2 \ll L_3 \ll L_4, \quad (5)$$

де L_1 – розмір молекули, L_2 – розмір надмолекулярного утворення, L_3 – розмір області, де встановлюється локальна рівновага, L_4 – розмір системи.

Області з розмірами L_1, L_2, L_3 є структурними елементами різних структурних рівнів. Молекула – структурний елемент молекулярного (дрібномасштабного) рівня, надмолекулярне утворен-

ня – структурний елемент надмолекулярного (середньомасштабного) рівня, область локальної рівноваги – структурний елемент континуального (великомасштабного) рівня.

Хрящова тканина не є винятком із загального правила: ті ж характерні розміри і ті самі структурні рівні притаманні і хрящовій тканині. Для неї розмір L_1 за порядком величини дорівнює розміру ланок полімерних ланцюгів і молекул води та інших низькомолекулярних речовин; L_2 – це розмір протеогліканових агрегатів та товщина колагенових волокон; L_3 – розмір області локальної рівноваги. За розмір L_4 – виберемо розмір ділянки хрящової тканини, що виступає у ролі морфофункціональної одиниці органа.

4. Хрящова тканина як випадково-неоднорідний континуум

Тут мова йтиме про модель структури великомасштабного рівня.

За визначенням, існування такого рівня означає, що систему можна представити у вигляді сукупності областей, які знаходяться у стані локальної рівноваги. Такий стан, як відомо, описують, використовуючи параметри, що характеризують область у цілому. Одним з таких параметрів є тензор статистичних локальних податливостей.

Для m -ї області з центром інерції $\mathbf{r}^{(m)}$ згаданий тензор позначатимемо через $\hat{s}(\mathbf{r}^{(m)})$. Структуру системи – хрящової тканини – визначатимемо як дискретну множину з елементами $\hat{s}(\mathbf{r}^{(m)})$ ($m = 1, 2, \dots, M$), де M – число областей локальної рівноваги.

Тензор податливостей хрящової тканини \hat{S} , що фігурує у формулі (4), визначимо як середнє значення тензора $\hat{s}(\mathbf{r}^{(m)})$, записуючи формулу

$$\hat{S} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \hat{s}(\mathbf{r}^{(m)}). \quad (6)$$

Замінюючи суму (6) інтегралом, отримуємо

$$\hat{S} = \frac{1}{V} \int_V \hat{s}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad (7)$$

де V – об'єм системи.

Така заміна означає, що розмір L_3 тепер розглядається як нескінченно мала величина, тобто

хрящова тканина розглядається як суцільне середовище – континуум. Оскільки тензор $\hat{s}(\mathbf{r})$ залежить від радіус-вектора, то такий континуум є неоднорідним; до того ж, компоненти цього тензора є випадковими, отже $\hat{s}(\mathbf{r})$ є випадковим тензорним полем. Таким чином, модель хрящової тканини великомасштабного рівня є випадково-неоднорідним континуумом.

5. Ідеальний каркас хрящової тканини

Розглянемо структуру середньомасштабного рівня – структуру області локальної рівноваги.

Згідно з традиціями, що склалися на даний час, розглядатимемо каркас як пористе середовище. У механіці таких середовищ існує уявлення про ідеальні середовища – стрижневе [17] та пластинчаті [18]. Обидва вони є ґратками. Перше середовище утворене стрижнями, що є ребрами елементарної комірки, друге – пластинами, що є гранями елементарної комірки. Використаємо цю ідею при побудові моделі каркасу. При цьому очевидно, що у ролі стрижнів мають виступати колагенові волокна.

Із рис. 1 випливає, що протеогліконові агрегати не можуть утворювати волокон. Тож, маючи на увазі побудову ідеального пористого каркасу, логічно припустити, що такі агрегати мають утворювати пластини. Але до складу каркасу входять і колаген, і протеоглікани. Відповідно ідеальний каркас повинен мати в своєму складі і стрижні і пластини, зберігаючи при цьому дальній порядок, що властиво ґратці.

Найпростіший варіант ідеального каркасу, який відповідає цим умовам, зображено на рис. 2. Як видно з цього рисунка, такий каркас є сукупністю паралельно розташованих пластин, які пронизані волокнами. У цій моделі протеоглікани з'єднують колагенові волокна одне з одним.

Ґратка ідеального каркасу (рис. 2) відповідає тетрагональній сингонії. Визначимо періоди ідентичності a , b , c ґратки. Введемо позначення: h – товщина пластини, D – діаметр волокна, θ_1 та θ_2 – відносні об'єми, зайняті пластинами та волокнами відповідно.

Кількість пластин N_1 в одиниці об'єму дорівнює $N_1 = \theta_1/h$, так що для періода ідентичності $C = 1/N_1$ в напрямку осі z отримуємо формулу

$$C = h/\theta_1. \quad (8)$$

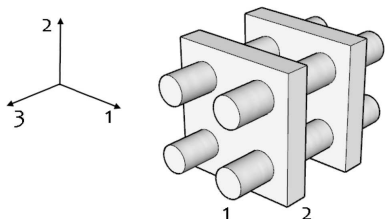


Рис. 2. Схема структури ідеального каркасу: 1 – колагенові волокна, 2 – протеогліканові прошарки (пластини)

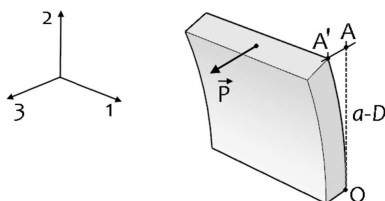


Рис. 3. Схема деформації ідеального каркасу

Кількість волокон N_2 в одиниці об'єму дорівнює $N_2 = 4\theta_2/(\pi D^2)$. Площа поперечного перерізу, що припадає на одне волокно $S = 1/N_2$, так що періоди ідентичності $a = b = \sqrt{S}$ в напрямку осей 1 та 2 визначаються рівністю

$$a = b \simeq D/\sqrt{\theta_2}. \tag{9}$$

Вважатимемо, що каркаси всіх областей локальної рівноваги є ідеальними, однак кожній області властива своя орієнтація осей симетрії 1, 2, 3 в просторі.

6. Локальна податливість хрящової тканини

Для ідеального каркасу осі 1, 2, 3 є головними осями тензора \hat{S} . Оскільки йдеться про тетрагональну сингонію, компоненти тензора \hat{S} у цій системі координат при вживанні двохіндексних позначень, утворюють матрицю [19]

$$\hat{S} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{11} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix}. \tag{10}$$

Згідно з введеними позначеннями, S_{11} – податливість у напрямку осей 1 та 2, S_{33} – податливість у напрямку осі 3, S_{66} – зсувна податливість у площині 12, S_{44} – зсувна податливість у площинах

13 та 23. Із врахуванням порівняно великих розмірів протеогліканових агрегатів логічно припустити, що осі ланцюгів у цих агрегатах розташовані у площинах, паралельних площині 12. При такому розташуванні внаслідок підвищеної жорсткості пластин у площині 12 значення компонент S_{11} , S_{12} та S_{66} мають бути порівняно невеликими. Такими ж мають бути і компоненти S_{33} та S_{13} внаслідок значної жорсткості волокон.

З формули (8) випливає нерівність

$$h \ll C, \tag{11}$$

яка означає, що пластини не здатні створити значного опору зсувом площин, в яких розташовуються волокна, тобто, що значення компоненти S_{44} порівняно великі, а саме

$$S_{44} \gg S_{11}, S_{12}, S_{13}, S_{33}, S_{66}. \tag{12}$$

Далі розглядатимемо деформативну поведінку моделі в нульовому наближенні за малими параметрами S_{11}/S_{44} , S_{12}/S_{44} , S_{13}/S_{44} , S_{33}/S_{44} , S_{66}/S_{44} , яке відповідає рівності

$$S_{jk} = 0 \quad (j, k \neq 4). \tag{13}$$

Рівність (13) виключає можливість пружної деформації волокон – згідно з цією рівністю пружність хрящової тканини зумовлена протеогліканами. Ця теза узгоджується з поширеною в літературі [1] точкою зору на природу пружності хрящової тканини.

7. Механізм деформації хрящової тканини

Позначимо через $\hat{\sigma}$ тензор локальних напружень. Нехай в області локальної рівноваги під дією напруження σ_{32} виникає стан простого зсуву. Позначаючи відповідний кут зсуву через γ_{32} , маємо

$$\gamma_{32} = S_{44}\sigma_{32}. \tag{14}$$

Розглянемо деформацію ділянки пластини у вигляді квадрата зі сторонами $a - D$ (рис. 3).

Силу P , яка діє на верхню грань ділянки, розрахуємо за допомогою рівності

$$P = \sigma_{32}h(a - D). \tag{15}$$

Під дією цієї сили ділянка вигинається, внаслідок чого верхня грань зміщується на величину $AA' = \Delta C$ в напрямку осі 3.

Нерівність (3) означає, що всі нерівноважні процеси, включаючи рух води, припинилися – у системі встановилась рівновага. У такому стані вода нездатна протидіяти зсувним напруженням, так що протидія останнім відбувається виключно за рахунок каркасу. Маючи це на увазі, розглядатимемо ділянку, зображену на рис. 3, як балку, на кінці якої діє сила P . Згідно з теорією пружності [20], маємо

$$\Delta C = \frac{P(a - D)^3}{3g}, \quad (16)$$

де g – вигінна жорсткість балки.

Згідно з рис. 3, $\gamma_{23} = \angle AOA'$. Зважаючи на малість пружних деформацій, записуємо рівність

$$\gamma_{23} = \frac{\Delta C}{a - D}. \quad (17)$$

Порівнявши формули (17) і (14), отримаємо

$$S_{44} = \frac{h(a - D)^3}{3g}. \quad (18)$$

Як було зазначено, у пропонуваній моделі ідеального каркасу вісі ланцюгів протеогліканового агрегату (пластини) розташовані у площинах, паралельних поверхні пластини. Внаслідок вигину пластини вигинаються й осі цих ланцюгів. Коли йдеться про ізольований ланцюг, то вигин його осі відбувається переважно за рахунок поворотів зв'язків, які утворюють хребет ланцюга [21]. Зміну енергії, яка зумовлена таким поворотом, розраховують, використовуючи силову сталу крутильних коливань K_φ .

Позначимо через g_c вигинну жорсткість ланцюга, через a_c – розмір ланки. Враховуючи розмірність жорсткості, записуємо

$$g_c = K_\varphi a_c^3. \quad (19)$$

Кількість ланцюгів n , що проходять крізь поперечний переріз балки, зображеної на рис. 3, визначається рівністю

$$n = \frac{h(a - D)}{a_c^2}, \quad (20)$$

так що для вигінної жорсткості балки маємо вираз

$$g = ng_c = K_\varphi a_c h(a - D), \quad (21)$$

і формула (18) набуває вигляду

$$S_{44} = \frac{h(a - D)^2}{3K_\varphi a_c}. \quad (22)$$

Підставляючи у формулу (22) рівність (9) і враховуючи значення θ_1 , отримуємо

$$S_{44} = \frac{4D^2}{3K_\varphi a_c}. \quad (23)$$

8. Зв'язок між податливістю та структурою хрящової тканини

Як уже згадувалось, у запропонованій моделі випадковою є лише орієнтація системи головних осей тензора \hat{S} . Значення ж компонент цього тензора, визначені у кожній з таких систем, залишаються однаковими. Тому усереднення (7) по об'єму можна замінити усередненням по орієнтаціях систем головних осей, яке із застосуванням чотириіндексних позначень для компонентів тензорів матиме вигляд

$$\hat{S}'_{j'k'\ell'm'} = \hat{S}_{jklm} \langle \alpha_{j'j} \alpha_{k'k} \alpha_{\ell'\ell} \alpha_{m'm} \rangle, \quad (24)$$

де $\alpha_{x'x}$ – кут між осями x' та x ($x = j, k, \ell, m$), $\langle \dots \rangle$ – позначення операції усереднення. У правій частині формули (24) передбачено підсумовування по індексах, що повторюються. Осі $1', 2', 3'$ – головні осі тензора \hat{S}' .

Вважатимемо рівноймовірними можливі орієнтації системи головних осей тензора \hat{S} . У цьому випадку після усереднення по всіх областях локальної рівноваги хрящова тканина набуває ознак ізотропного однорідного континуума. Відповідно після усереднення (24) тензор \hat{S}' із врахуванням рівності (13) набуває вигляду

$$\hat{S}' = \frac{S_{44}}{15} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Формули (23), (25) дають відповідь на поставлене у вступі питання про зв'язок тензора \hat{S}' із структурою хрящової тканини. У ролі структурних параметрів, які впливають на тензор \hat{S}' , виступають: K_φ – силова стала крутильних коливань для ланцюгів протеогліканових агрегатів, a_c – розмір ланки згаданих ланцюгів, D – діаметр колагенового волокна.

Згідно з виразом (25) для зсувного модуля G та модуля Юнга E хрящової тканини маємо формули

$$G = \frac{15}{6S_{44}} = \frac{15K_{\varphi}a_c}{8D^2}, \quad (26)$$

$$E = \frac{15}{2S_{44}} = \frac{45K_{\varphi}a_c}{8D^2}. \quad (27)$$

Згідно з [22], $K_{\varphi} \sim 1$ Н/м. Використовуючи наближені значення $a_c = 10^{-10}$ м, $D = 10^{-8}$ м, для G отримуємо оцінку

$$G \simeq 10^6 \text{ Па}, \quad (28)$$

яка узгоджується з експериментальними даними [6].

9. Висновки

Модель, яка пропонується в даній статті, описує статичну пружну деформацію хрящової тканини. Цій моделі властиві такі структурні особливості.

Йдеться про три структурні рівні хрящової тканини: молекулярний, де структурними елементами слугують ланки полімерних ланок, молекули води та інших низькомолекулярних речовин; надмолекулярний, де у ролі структурних елементів виступають протеогліканові агрегати та колагенові волокна; континуальний, де структурними елементами є області локальної рівноваги.

Структуру області локальної рівноваги наближено представлено у вигляді ґратки, утвореної пластинами – протеоглікановими агрегатами та стрижнями – колагеновими волокнами. На континуальному рівні хрящова тканина поводить себе як випадково-неоднорідний континуум.

Механізм виникнення деформації згідно із запропонованою моделлю полягає у такому. На молекулярному рівні відбувається вигин ланцюгів, що входять до складу протеогліканових агрегатів; ланцюги, з яких складаються волокна, деформації практично не зазнають. На надмолекулярному рівні відбувається вигин пластин (протеогліканових агрегатів), волокна залишаються практично недеформованими. На континуальному рівні – значення компонент тензора локальних податливостей, які характеризують деформаційну поведінку області локальної рівноваги в цілому, визначається сумарною деформацією пластин, що входять до складу цієї області.

Значення компонент тензора податливостей хрящової тканини є усередненими по всіх областях локальної рівноваги значеннями відповідних компонент тензора локальних податливостей. Значення пружних модулів хрящової тканини, які розраховані за формулами запропонованої моделі, за порядком величини становлять 10^6 Па, що узгоджується з експериментальними даними. Згідно із вказаними формулами ці модулі обернено пропорційні квадрату діаметра волокон, тобто збільшення діаметра волокна призводить до зменшення жорсткості хрящової тканини.

Цей результат може бути використаний у медичній практиці. Як відомо, з віком жорсткість хрящової тканини зростає. Згаданий результат підказує можливий спосіб боротьби з цим явищем – у хрящову тканину необхідно ввести речовину, яка спроможна підвищити ймовірність утворення зв'язків між колагеновими ланцюгами, збільшуючи тим самим діаметр волокна.

Робота була підтримана Міністерством освіти і науки України в рамках проекту “Молекулярні механізми фізичних процесів, які визначають застосування гідрогелів у військово-медичних технологіях” (№ 0123U101955).

1. B. Dudas. *Human Histology: A Text and Atlas for Physicians and Scientists* (Academic Press, 2023) [ISBN: 978-0323918916].
2. C. Erggelet, M. Steinwachs. *Gelenkknorpeldefekte* (Steinkopff-Verlag Darmstadt, 2001) [ISBN: 978-3798512658].
3. P.J. Roughley, J.S. Mort. The role of aggrecan in normal and osteoarthritic cartilage. *J. Exp. Orthop.* **1**, 8 (2014).
4. J.M. Mansour. Biomechanics of Cartilage. In *Kinesiology: The Mechanics and Pathomechanics of Human Movement*. Edited by C.A. Oatis (Author) (Lippincott Williams & Wilkins, 2008) [ISBN: 978-0781774222].
5. J.D. Bronzino, D.R. Peterson. *The Biomedical Engineering Handbook: Four Volume Set* (CRC Press, 2019) [ISBN: 978-0429195679].
6. J. Eschweiler, N. Horn, B. Rath, M. Betsch, A. Baroncini, M. Tingart, F. Migliorini. The biomechanics of cartilage – An overview. *Life* **11**, 302 (2021).
7. A. Eskelinen. *Biomechanics and Inflammation – Regulators of Articular Cartilage Degradation: Models Aiming Towards Comprehensive Prediction of Post-Traumatic Osteoarthritis Progression* (Academic Dissertation, University of Eastern Finland, 2022) [ISBN: 978-9526145402].
8. *Cartilage Tissue and Knee Joint Biomechanics: Fundamentals, Characterization and Modelling*. Edited by

- A.R. Nochehdehi, F. Nemavhola, S. Thomas, H.J. Maria (Elsevier, 2024) [ISBN: 978-0323905978].
9. E. Belluzzi, S. Todros, A. Pozzuoli, P. Ruggieri, E.L. Carniel, A. Berardo. Human cartilage biomechanics: Experimental and theoretical approaches towards the identification of mechanical properties in healthy and osteoarthritic conditions. *Processes* **11**, 1014 (2023).
 10. V.C. Mow, S.C. Kuei, W.M. Lai, C.G. Armstrong. Biphasic creep and stress relaxation of articular cartilage in compression? Theory and experiments. *J. Biomech. Eng.* **102**, 73 (1980).
 11. T. Osswald, N. Rudolph. *Polymer Rheology: From Molecular Structure to Polymer Process* (Carl Hanser Verlag, 2013) [ISBN: 978-1569905173].
 12. M. Lazarenko, A. Alekseev, Yu. Zabashta, S. Tkachev, V. Kovalchuk, D. Andrusenko, Yu. Grabovsky, L. Bulavin. Estimation of water content in cellulose materials. *Cellul. Chem. Technol.* **54**, 199 (2020).
 13. Yu.F. Zabashta, V.I. Kovalchuk, L.A. Bulavin. Kinetics of the first-order phase transition in a varying temperature field. *Ukr. J. Phys.* **66**, 978 (2021).
 14. V.I. Kovalchuk. Phase separation dynamics in aqueous solutions of thermoresponsive polymers. *Cond. Matt. Phys.* **24**, 43601 (2021).
 15. Yu.F. Zabashta, V.I. Kovalchuk, O.S. Svechnikova, L.A. Bulavin. Determination of the surface tension coefficient of polymer gel. *Ukr. J. Phys.* **67**, 365 (2022).
 16. V.I. Kovalchuk, O.M. Alekseev, M.M. Lazarenko. Turbidimetric monitoring of phase separation in aqueous solutions of thermoresponsive polymers. *J. Nano- Electron. Phys.* **14**, 01004 (2022).
 17. A.N. Gent, A.G. Thomas. Mechanics of foamed elastic materials. *Rubber Chem. Technol.* **36**, 597 (1963).
 18. V.A. Matonis. Elastic behaviour of low density rigid foams in structural applications. *SPE J.* **20**, 1024 (1964).
 19. F.C. Phillips. *An Introduction to Crystallography* (Halsted Press a Division of John Wiley & Sons, 1971) [ISBN: 978-0050023587].
 20. L.D. Landau, L.P. Pitaevskii, A.M. Kosevich, E.M. Lifshitz. *Theory of Elasticity: Volume 7 (Theoretical Physics)* (Butterworth-Heinemann, 1986) [ISBN: 978-0750626330].
 21. P.J. Flory. *Statistical Mechanics of Chain Molecules* (Interscience Publishers Inc., 1969) [ISBN: 978-0470264959].
 22. C.Y. Liang, S. Krimm, G.B.B.M. Sutherland. Infrared spectra of High polymers. I. Experimental methods and general theory. *J. Chem. Phys.* **25** 543 (1956).

Одержано 29.05.24

Yu.F. Zabashta, V.I. Kovalchuk,
O.S. Svechnikova, L.Yu. Vergun, L.A. Bulavin

DEFORMATION AND THE STRUCTURE OF CARTILAGE TISSUE

We propose a model of the structure of cartilage tissue which is considered as a set of local equilibrium regions. Every region is a lattice formed by plates (proteoglycan aggregates) and collagen fibers. A deformation of cartilage tissue under the action of an external load mainly occurs through the bending of chains entering the content of proteoglycan aggregates. Formulas for the shear and Young's moduli of cartilage tissue have been derived. It is shown that these parameters are reciprocal to the square of the collagen fiber diameter, and their values are equal to 10^6 Pa by order of magnitude, which agrees with experimental data.

Keywords: cartilage tissue, compliance tensor, shear modulus, Young's modulus.