

## ФОРМУВАННЯ КОНДЕНСОВАНИХ ФАЗ ЕКСИТОНІВ У ПОДВІЙНИХ КВАНТОВИХ ЯМАХ ЗА НАЯВНОСТІ ЗОВНІШНЬОГО ГАРМОНІЙНОГО ПОТЕНЦІАЛУ

В.Й. СУГАКОВ,<sup>1</sup> В.В. ТОМИЛКО,<sup>2</sup> А.А. ЧЕРНЮК<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Інститут ядерних досліджень, НАН України  
(Просп. Науки, 47, Київ 03680)

<sup>2</sup>Київський національний університет ім. Тараса Шевченка  
(Просп. Академіка Глушкова, 2, Київ 03022)

УДК 535.37, 538.958  
© 2011

Вивчено властивості структур у просторовому розподілі густини непрямих екситонів у подвійних квантових ямах у напівпровідниках за наявності зовнішнього гармонійного потенціалу для екситонів. Розрахунки показали, що при накачках, більших за порогові, виникають структури густини екситонів. Поява острівців пояснюється існуванням конденсованої фази екситонів та нерівноважністю системи внаслідок скінченного часу життя екситонів і наявності накачки. Зі зростанням накачки розподіл екситонів має вигляд концентричних кілець, розбитих на окремі острівці конденсованих екситонів, потім структура набуває вигляду суцільних кілець. За подальшого збільшення інтенсивності зовнішнього збудження утворюється конденсована фаза із вкрапленнями острівців газової фази (антиострівців). Показано, що збільшення глибини потенціальної ями дозволяє спостерігати конденсацію екситонів при менших накачках. Знайдено залежність виникаючих структур від глибини і радіуса потенціалу та інтенсивності накачки.

### 1. Вступ

Напівпровідникові квантові ями – перспективні системи для дослідження колективних екситонних ефектів. У таких системах час життя екситона дуже довгий за наявності електричного поля, яке розділяє електрони і дірки по різних ямах [1]. Особливий інтерес підігривається можливістю знайти бозе-ейнштейнівську конденсацію екситонів [2], яку в об'ємних напівпровідниках наразі не виявлено. При прикладанні електричного поля рекомбінація непрямих екситонів загальмована, і час життя збільшується, тому можна створити високу концентрацію екситонів при менших накачках. У напівпровідникових системах з подвійними квантовими ямами отримано низку нових експериментальних результатів. В.Б. Тимофеев спільно зі співробітниками виявив дуже вузьку лінію у спектрах люмінесцентного випромінювання непрямих екситонів [3], яка вела себе незвичайно залежно від температури і накачки. Цікаві особливості

було виявлено у просторовій структурі люмінесцентного випромінювання екситонів: періодичне розбиття кільця випромінювання, концентричного плямі лазерного збудження і локалізовані на значних відстанях від лазерної плями [4]; структура у вигляді острівців випромінювання під обідком круглого вікна в електроді, через яке збуджували екситони в квантовій ямі [5]; розшарування густини екситонів на окремі острівці у напрямку, поперечному до періодичної модуляції потенціалу [6]. При цьому форма утворених структур не була викликана симетрією системи або зовнішніми факторами, а тому викликала значний інтерес у теоретиків. Існують теоретичні моделі, в яких поява структур пов'язується із бозе-статистикою [7–9], з описом системи нелінійним рівнянням Шредінгера [10] або з переходом Мотта [11]. У роботах [7–11] показано в деяких моделях можливість утворення періодичного розподілу густини екситонів. Проте особливості просторового розміщення острівців випромінювання, а також тенденції поведінки структур зі зміною накачки, температури та зовнішніх умов у цих роботах не пояснювалися.

У циклі наших робіт [12–15] вдалося пояснити згадані вище та інші особливості періодичного розміщення випромінювання з квантових ям. Головним для пояснення є те, що існує конденсована фаза екситонів і система є нерівноважною внаслідок скінченного часу життя екситона. Було застосовано дві моделі теорії фазових переходів, узагальнені на скінченний час життя частинок. Одна із моделей – статистична теорія зародження-росту (модель Ліфшица–Сльозова) [12, 13]. За допомогою цієї моделі вдалося пояснити фазову діаграму в згаданих роботах В.Б. Тимофеева [3], залежність інтенсивності випромінювання від накачки і температури. Для унаочнення дуже корисною виявилася теорія спінодального розпаду [14, 15] (модель Кана–Хіллера), в якій вдалося описати перехід фрагментованого кільця у суцільне кільце лю-

мінесценції зі зміною параметрів системи [14], періодичне розміщення острівців випромінювання під круглим отвором металічного електрода [15], поведінку структури зі зміною накачки чи температури, а також інші результати, важко досяжні в рамках статистичної моделі. Слід підкреслити, що врахування нерівноважності системи, спричиненої скінченним часом, є принциповим у застосуванні обох моделей для пояснення досліду.

Останніми роками розглядається можливість підвищення густини екситонів при тих самих накачках за допомогою створення макроскопічних пасток для екситонів [16, 17]. Такий потенціал може мати гармонічний профіль [18, 19].

У даній роботі проаналізовано зміну фаз у системі екситонів при накачуванні у зовнішньому неоднородному полі: у потенціалі аксіально-симетричного гармонійного профілю.

## 2. Модель системи

Дослідимо розподіл густини екситонів у площині квантової ями за умови лазерного накачування та наявності зовнішнього потенціалу (рис. 1, *a*). Для розв'язування задачі використаємо підхід, який застосовується під час вивчення спінодального розпаду, узагальнивши метод на нестабільні частинки і враховуючи наявність накачки. Закон збереження для густини екситонів  $n$ , які живуть скінченний час  $\tau$ , має вигляд

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\text{div} \mathbf{j} + G - \frac{n}{\tau}, \quad (1)$$

де  $G$  – накачка (кількість екситонів, створених лазерним опроміненням в одиницю площі за одиницю часу),  $\mathbf{j} = -M\nabla\mu$  – густина струму екситонів,  $\mu$  – хімічний потенціал. Для рухливості екситонів  $M$  використаємо співвідношення Ейнштейна:  $M = nD/k_B T$ . Хімічний потенціал виразимо через вільну енергію:  $\mu = \delta F/\delta n$ , вибравши вільну енергію в моделі Ландау

$$F[n] = \int dr \left[ \frac{K}{2} (\nabla n)^2 + f(n) + nV \right]. \quad (2)$$

Член  $\frac{K}{2} (\nabla n)^2$  характеризує енергію неоднорідності, а додаткова енергія екситона у зовнішньому полі врахована членом  $nV$ . Густина вільної енергії  $f$  апроксимуємо у вигляді

$$f(n) = kTn (\ln n - 1) + \frac{a}{2} n^2 + \frac{b}{3} n^3 + \frac{c}{4} n^4, \quad (3)$$

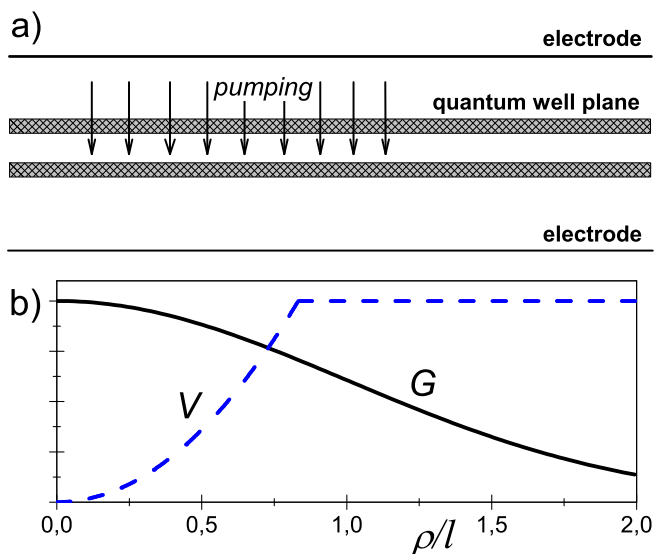


Рис. 1. Схема системи (*a*). Радіальні профілі накачки (6) і гармонійного потенціалу (7) (*b*)

де член  $kTn (\ln n - 1)$  має превалююче значення при малих густинах екситонів, описуючи їх дифузійний рух зовні лазерної плями, а члени степеневого розкладу за концентрацією екситонів відіграють основну роль при великих значеннях  $n$ . Параметри  $a, b, c$  в рівнянні (3) феноменологічні і вибрані так, щоб вільна енергія мала мінімум, відповідний конденсованій фазі і описувала зсув спектра в область високих частот зі збільшенням  $n$  (детальний аналіз див. у роботі [15]). Для цього покладемо  $a > 0, b < 0, c > 0$ .

Для чисельного моделювання виберемо такі одиниці довжини, концентрації, енергії та часу:

$$l_u = \sqrt{\frac{K}{a}}, \quad n_u = \sqrt{\frac{a}{c}}, \quad V_u = an_u, \quad t_u = \frac{d_1 l_u^2}{D}, \quad (4)$$

де  $d_1 = kT/V_u$ . Вводячи безрозмірні величини і враховуючи явний вигляд вільної енергії (2) та її густини (3), зведемо рівняння для густини екситонів (1) до вигляду

$$\frac{\partial n}{\partial t} = d_1 \Delta n + \nabla [n \nabla (-\Delta n + n + b_1 n^2 + n^3 + V)] + G - \frac{n}{\tau}, \quad (5)$$

де  $b_1 = b/\sqrt{ac}$ . Рівняння (5) – нелінійне 2D феноменологічне рівняння, яке описує розподіл густини екситонів високої концентрації із врахуванням накачки, зовнішнього потенціалу і скінченного часу життя частинок.

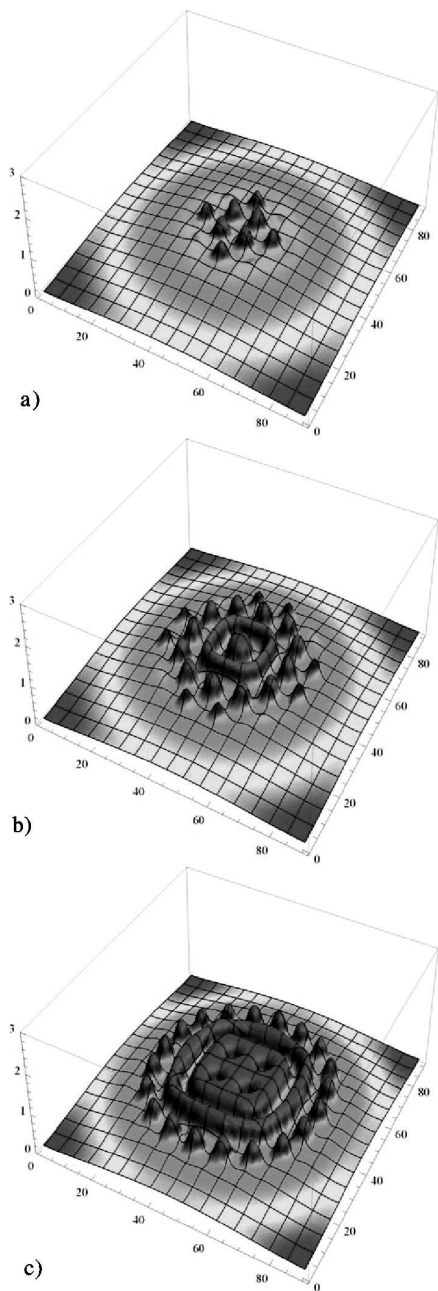


Рис. 2. Розподіл густини екситонів  $n(x, y)$  у площині квантової ями в системі без потенціалу при різних значеннях інтенсивності накачування  $P$ :  $a - 150$ ;  $b - 180$ ;  $c - 230$ . Інші параметри системи:  $\tau = 100$ ,  $b_1 = -2, 1$ ,  $d_1 = 0, 1$ ,  $l = 60$

Для дослідження розподілу густини екситонів у площині квантової ями будемо вважати, що накачка визначається гауссовою залежністю від координат:

$$G(\rho) = \frac{P}{2\pi l^2} \exp\left(-\frac{\rho^2}{2l^2}\right), \quad (6)$$

де  $\rho$  – відстань від центра лазерної плями збудження (радіальна координата у площині квантової ями);  $l$  – півширина гауссової кривої.

Інтегральну накачку  $P$  будемо вимірювати в одиницях  $t_u^{-1}$ .

Рівняння (5) розв'язували чисельно в 2D системі, розміри якої перевищували півширину розподілу накачки (6) так, що на межах області густина екситонів була нехтовно мала. Нижче результати обчислень буде наведено саме для розподілу в області лазерної плями.

### 3. Числові обчислення густини екситонів у випадку накачування без зовнішнього потенціалу

Розглянемо структури густини непрямих екситонів у випадку накачування лазерною плямою форми (6). Результати розрахунків рівняння для густини екситонів (5) подано на рис. 2 для різних інтенсивностей накачування. При малих інтенсивностях опромінення максимальна густина екситонів сконцентрована в області лазерної плями і структура є монотонною у формі диска, тобто структура виявляє аксіальну симетрію. Коли накачка перевищує порогове значення, однорідний розподіл густини стає нестійким відносно утворення острівців конденсованої фази (рис. 2, *a*). За певних умов структура набуває вигляду острівців конденсованої фази. Ми вважаємо, що поява острівців конденсованої фази у площині газової фази є наслідком утворення конденсованої фази екситонів і прояву нестабільності однорідного розв'язку рівняння (5). При більших інтенсивностях опромінення деякі острівці зливаються в концентричні кола конденсованої фази (рис. 2, *b*).

Зі зростанням інтенсивності накачки структура густини екситонів змінюється: від форми острівців конденсованої фази у газовій фазі до “анти-острівців” газової фази в домінуючій конденсованій фазі (рис. 2, *c*). Острівці газової фази (анти-острівці) розташовані на плямі конденсованої фази високої густини. Далі з ростом накачки анти-острівці перетворюються в суцільний круг і, нарешті, утворюється структура у формі диска з неоднорідними краями. При великих накачках поблизу лазерної плями, де густина екситонів висока, формується конденсована фаза великого розміру.

#### 4. Числові обчислення густини екситонів у випадку гармонійного потенціалу

Розглянемо розподіл густини екситонів у випадку зовнішнього потенціалу гармонійної форми, а саме:

$$V = \begin{cases} V_0 \left( \frac{\rho^2}{R^2} - 1 \right), & \rho \leq R, \\ 0, & \rho > R, \end{cases} \quad (7)$$

де  $R$  – параметр, який характеризує радіус потенціальної параболічної пастки,  $V_0$  визначає глибину ями (див. рис. 1, *b*). Можна очікувати, що присутність такого потенціалу приведе до дрейфу екситонів в область, де потенціал має мінімум, і саме там буде відбуватися утворення конденсованої фази. Такий потенціал було реалізовано на досліді [18].

Результати розв'язання рівняння для густини екситонів (5) із потенціальною енергією вигляду (7) подано на рис. 3 для різних інтенсивностей накачки. При невисокій інтенсивності збудження максимум густини екситонів спостерігається в мінімумі гармонійного потенціалу, який виступає в ролі пастки для екситонів. Коли накачка досягне певного порога, однорідний розподіл стане нестійким по відношенню до утворення просторово неоднорідних острівців конденсованої фази. При ще більших накачках утворені фрагменти зливаються у суцільне кільце конденсованої фази. Відзначимо, що при вибраних параметрах глибина потенціальної пастки  $V_0$  становить  $17,5 k_B T$ .

Фрагменти конденсованої фази зливаються в суцільне кільце і зі збільшенням глибини гармонійного потенціалу (рис. 4). Така поведінка зумовлена тим, що зі збільшенням глибини потенціалу підвищується густина екситонів у мінімумі потенціальної ями, що еквівалентно збільшенню накачки.

Рис. 2–4 виконано для безрозмірних значень параметрів. Для кількісного опису результатів оберемо такі значення параметрів:  $\tau = 10$  нс,  $T = 4$  К,  $n_u = 3,57 \cdot 10^{10}$  см $^{-2}$ ,  $D = 4$  см $^2 \cdot$ с $^{-1}$ ,  $Kn_u^2 = 492$  меВ,  $an_u = 3,45$  меВ. У цьому випадку глибина потенціалу  $V_0$  на рис. 3 дорівнює  $6,04$  меВ, параметр  $l$  півширини гауссоїди накачки на рис. 2 становить  $37,9$  мкм, а конденсована фаза проявляється при густинах поблизу  $5 \cdot 10^{10}$  см $^{-2}$ .

Систему із формою зовнішнього потенціалу, близького до гармонійного, було реалізовано на експерименті [20].

#### 5. Висновки

У даній роботі проведено дослідження структур, які виникають при конденсації екситонів у системі непря-

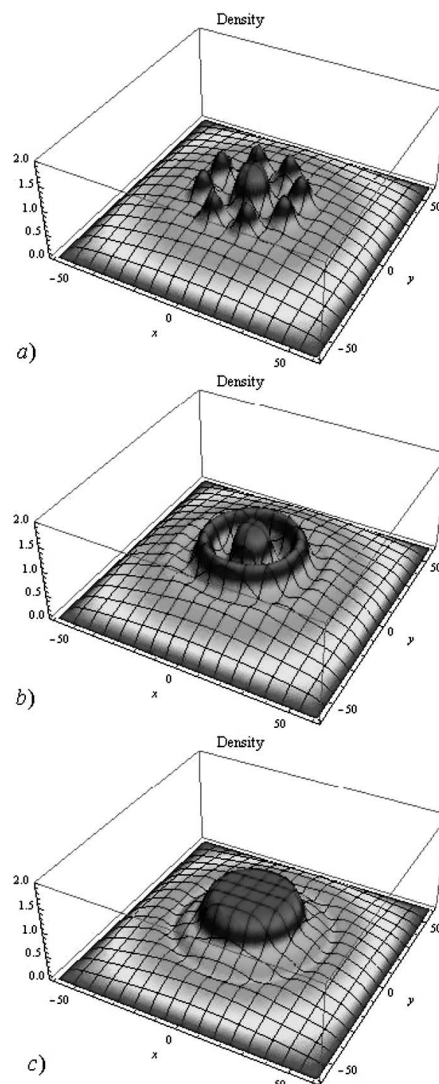


Рис. 3. Розподіл густини екситонів у випадку гармонійного потенціалу зі зростанням накачки  $P$ :  $a - 0,007$ ;  $b - 0,008$ ;  $c - 0,01$ . Параметри системи:  $\tau = 100$ ,  $b_1 = -2,1$ ,  $d_1 = 0,1$ ,  $l = 80$ ,  $V_0 = 1,75$ ,  $R = 50$

мих екситонів у напівпровідникових подвійних квантових ямах, враховуючи ефекти скінченного часу життя екситона і наявність накачки, за присутності зовнішнього гармонійного потенціалу. Отримано такі результати:

1. Конденсована фаза екситонів виникає при накачках, більших певного порогового значення.
2. При збільшенні накачки структура конденсованої фази набуває різної форми: газова фаза, система острівців конденсованої фази на фоні газової фази, структура острівців газової фази (антиострівців) на

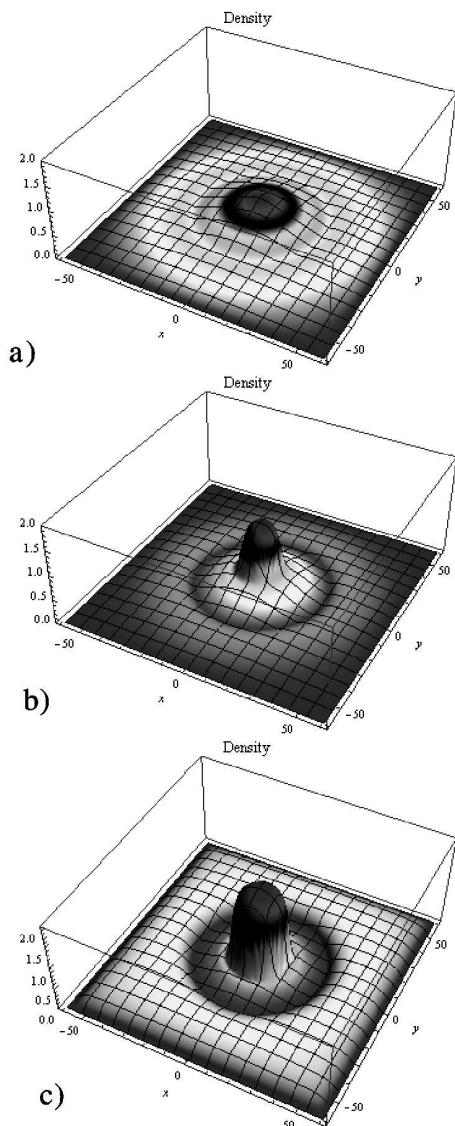


Рис. 4. Розподіл густини екситонів у випадку гармонійного потенціалу зі зростанням глибини потенціалу  $V_0$ :  $a - 0,9$ ;  $b - 2,7$ ;  $c - 8,1$ .  $P = 0,003$ ,  $R = 30$ ,  $l = 20$ . Інші параметри – такі, як на рис. 3

фоні конденсованої фази, суцільна конденсована фаза.

Збільшення глибини потенціальної ями гармонійної пастки дозволяє понизити поріг виникнення конденсації екситонів за інтенсивністю накачування.

Виникаючі структури є прикладом процесів самоорганізації в нерівноважних умовах.

Конденсована фаза в даній роботі не конкретизується, а описується низкою параметрів вільної енергії. Вивчення процесів конденсації і утворення структур при фазових перетвореннях у системах, що розгляда-

ються, може бути важливим для побудови мікроскопічної теорії конденсованої фази екситонів і розвитку оптоелектроніки [21].

1. T. Fukuzawa, E.E. Mendez, and J.M. Hong Phys. Rev. Lett. **64**, 3066 (1990).
2. S.A. Moskalenko and D.W. Snoke, *Bose-Einstein Condensation of Excitons and Biexcitons and Coherent Nonlinear Optics with Excitons* (Cambridge University Press, Cambridge, 2000).
3. A.V. Larionov and V.B. Timofeev, Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **73**, 342 (2001); V.B. Timofeev Usp. Fiz. Nauk **175**, 315 (2005).
4. L.V. Butov, A.C. Gossard, and D.S. Chemla, Nature **418**, 751 (2002).
5. A.V. Gorbunov and V.B. Timofeev, Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **83**, 178 (2006); Usp. Fiz. Nauk **176**, 652 (2006).
6. M. Remeika, J.C. Graves, A.T. Hammack *et al.*, Phys. Rev. Lett. **102**, 186803 (2009).
7. L.S. Levitov, B.D. Simons, and L.V. Butov, Phys. Rev. Lett. **94**, 176404 (2005).
8. A.V. Paraskevov and T.V. Khabarova, Phys. Lett. A **151**, 368 (2007).
9. R.B. Saptsov, Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **86**, 779 (2007).
10. C.S. Liu, H.G. Luo, and W.C. Wu, J. Phys.: Condens. Matter. **18**, 9659 (2006); Phys. Rev. B **80**, 125317 (2009).
11. V.S. Babichenko, arXiv/cond-mat:0706.0994 (2007).
12. V.I. Sugakov, Ukr. J. Phys. **49**, 1117 (2004); Solid State Commun. **134**, 63 (2005).
13. V.I. Sugakov, Fiz. Tverd. Tela **48**, 1868 (2006); V.I. Sugakov, Fiz. Nizk. Temper. **32**, 1449 (2006); Phys. Rev. B **76**, 115303 (2007).
14. A.A. Chernyuk, V.I. Sugakov, Phys. Rev. B **74**, 085303 (2006).
15. V.I. Sugakov and A.A. Chernyuk, Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **85**, 699 (2007).
16. A.T. Hammack, N.A. Gippius, S. Yang *et al.*, Journ. of Applied Physics **99**, 066104 (2006).
17. A. Gartner, L. Prechtel, D. Schuh *et al.*, Phys. Rev. Lett. **76**, 085304 (2007).
18. Z. Voros, D.W. Snoke, L. Pfeiffer *et al.*, Phys. Rev. Lett. **97**, 016803 (2006).
19. V. Negoita, D.W. Snoke, and K. Eberl, Appl. Phys. Lett. **75**, 2059 (1999).
20. G. Chen, R. Rapaport, L.N. Pfeiffer *et al.*, Phys. Rev. B **74**, 045309 (2006).

21. G. Grosso, J. Graves, A.T. Hammack *et al.*, *Nature Photonics* **3**, 5770 (2009).

Отримано 14.02.11

ФОРМИРОВАНИЕ КОНДЕНСИРОВАННЫХ ФАЗ  
ЭКСИТОНОВ В ДВОЙНЫХ КВАНТОВЫХ  
ЯМАХ В ПРИСУТСТВИИ ВНЕШНЕГО  
ГАРМОНИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА

*В.И. Сугаков, А.А. Чернюк, В.В. Томилко*

Р е з ю м е

Изучены свойства структур в пространственном распределении непрямых экситонов в двойных квантовых ямах в полупроводниках в присутствии внешнего гармонического потенциала для экситонов. Расчёты показали, что при накачках, больших пороговых, возникают структуры плотности экситонов. Появление островков объясняется существованием конденсированной фазы экситонов и неравновесностью системы вследствие конечного времени жизни экситонов и наличия накачки. С ростом накачки распределение экситонов приобретает вид концентрических колец, разбитых на отдельные островки конденсированных экситонов, затем структура приобретает вид сплошных колец. При дальнейшем увеличении интенсивности внешнего возбуждения образуется конденсированная фаза с вкраплением островков газовой фазы (антиостровков). Показано, что увеличение глубины потенциальной ямы позволяет наблюдать конденсацию экситонов при меньших накачках. Найдена зависимость возникающих структур от глубины и радиуса потенциала и интенсивности накачки.

FORMATION OF THE EXCITON CONDENSED PHASES  
IN DOUBLE QUANTUM WELLS IN THE PRESENCE  
OF EXTERNAL HARMONIC POTENTIAL

*V.I. Sugakov<sup>1</sup>, V.V. Tomylko<sup>2</sup>, A.A. Chernyuk<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Institute for Nuclear Research, Nat. Acad. of Sci. of Ukraine  
(47, *Prosp. Nauky, Kyiv 03680, Ukraine*)

<sup>2</sup>Taras Shevchenko National University of Kyiv  
(2, *Prosp. Academician Glushkov, Kyiv 03022, Ukraine*)

S u m m a r y

The properties of structures of the spatial distribution of indirect excitons in semiconductor double quantum wells in the presence of an external harmonic potential for excitons are investigated. The calculations indicate that if the radiation density exceeds some threshold value, the structures of the exciton density distribution appear. The appearance of islands is explained by the existence of the exciton condensed phase and the non-equilibrium state of the system due to the finite lifetime of excitons and the presence of a pumping. As the pumping increases, the distribution of excitons acquires the form of concentric rings which are divided into separate islands of the exciton condensed phase, and then the structure transforms into continuous rings. At the further increase in the intensity of the external excitation, the condensed phase with inclusions of the gaseous phase islands (antiislands) emerges. It is shown that enlarging the depth of the potential trap allows one to observe the exciton condensation at lower intensities of the pumping. The dependence of the structures on the depth and the radius of the potential and on the pumping intensity is found.