

С.І. МЕЛЬНИК, С.С. МЕЛЬНИК, О.А. ЛАВРИНОВИЧ, М.Т. ЧЕРПАК

Інститут радіофізики та електроніки імені О.Я. Усикова НАН України  
(Вул. Академіка Проскури, 12, Харків 61085)

## ДО ФЕНОМЕНОЛОГІЧНОЇ ТЕОРІЇ ЛАВИНОПОДІБНОГО ЕФЕКТУ В МІКРОХВИЛЬОВІЙ НЕЛІНІЙНІЙ ВТНП ЛІНІЇ ПЕРЕДАЧІ З ПОСТІЙНИМ СТРУМОМ

УДК 539

*У даній роботі пропонується феноменологічна теоретична модель лавиноподібного переходу мікрохвильової нелінійної ВТНП лінії передачі в дисипативний стан. Цей ефект спостерігався авторами в лінії передачі з постійним струмом. Запропонована модель узагальнює відому феноменологічну модель нелінійної ВТНП лінії передачі при впливі на неї постійного струму. Характер поведінки залежностей мікрохвильових втрат, що досліджуються, дозволяє розглядати стрибкоподібні зміни властивостей нелінійної ВТНП лінії передачі, як “катастрофу” типу “складки” і використовувати методологічний і математичний апарат теорії “катастроф” для пояснення отриманих і передбачення нових результатів.*

*Ключові слова:* високотемпературний надпровідник, нелінійні явища, ВТНП–лінія передачі, постійний струм, лавиноподібний перехід, феноменологічна модель, теорія “катастроф”.

### 1. Вступ

Нелінійні ефекти в мікрохвильовій фізиці конденсованих середовищ, при впливі на середовища електромагнітних полів викликають великий інтерес у фізиків і інженерів-дослідників. Багато робіт присвячено мікрохвильовим нелінійним явищам у високотемпературних надпровідниках (ВТНП) [1–4]. При цьому досліджувалися зразки ВТНП різного складу і в різних електродинамічних структурах. Зазначені структури у вигляді мікрохвильових резонаторів або ліній передачі виконувалися, як правило, на основі епітаксійних ВТНП плівок.

При експериментальному дослідженні властивостей мікрохвильової лінії передачі типу копланарного хвилеводу (КПХ) на основі ВТНП при певних значеннях вхідної потужності  $P_{in}$  і постійного струму  $I_{dc}$  виявлено ефект сильних (стрибкоподібних) змін мікрохвильових втрат за певної температури хвилеводу  $T < T_c$ , де  $T_c$  є критичною температурою [5, 6]. У зв'язку з цим, слід вказати на низку робіт, в яких перехід мікрохвильової ВТНП структури в дисипативний стан відбувався теж при певному значенні постійного струму, а мікрохвильовий сигнал був свідомо слабким і ви-

користовувався тільки для контролю стану ВТНП структури (див., наприклад, [7]).

У всіх випадках відсутня строга теоретична модель для опису особливостей нелінійної ВТНП лінії передачі. Відома феноменологічна модель проходження мікрохвильового сигналу в лінії передачі [8–10] не враховує наявності постійної складової струму. Тому в даній роботі поставлено задачу узагальнити відому феноменологічну модель, також, і на випадок живлення мікрохвильової лінії передачі постійним струмом з метою кількісного опису ефекту, що спостерігався. При цьому важливим є з'ясування можливості точного вимірювання втрат в лінії передачі в сильно дисипативному стані, в якому досліджуваний об'єкт може перебувати протягом дуже обмеженого часу (кілька секунд) з огляду на можливості його теплового руйнування.

Виявилось, що характер досліджуваної залежності дозволяє розглядати стрибкоподібні зміни властивостей хвилеводу, як “катастрофу”, наприклад, типу “складки” [11] та використовувати методологічний і математичний апарат теорії “катастроф” для передбачення нових результатів. Одним з них є явище гістерезису у температурній залежності мікрохвильових втрат, що може отримати підтвердження в наступних експериментах.

© С.І. МЕЛЬНИК, С.С. МЕЛЬНИК,  
О.А. ЛАВРИНОВИЧ, М.Т. ЧЕРПАК, 2019

Можливо також припустити високу точність відтворення критичної температури “стрибка” при заданому постійному струмі або, навпаки, відтворення критичного струму при постійній температурі і т.п. Ці ефекти в принципі можуть дозволити створювати високоточні датчики мікрохвильової потужності, температури і постійного струму на основі мікрохвильових ВТНП ліній передачі, зокрема КПХ.

## 2. Попередній аналіз результатів експерименту

На рис. 1 наведено схему поперечного перерізу КПХ [5], виготовленого методом фотолітографії на основі епітаксійної ВТНП плівки  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  на підкладці з монокристалу  $\text{MgO}$  ( $T_c = 86,5$  К,  $I_c = 3,6 \cdot 10^6$  А/см<sup>2</sup> при  $T = 77$  К виробництва фірми THEVA (Німеччина)). Розміри КПХ у поперечному перерізі  $a = 0,186$  мм,  $w = 0,1$  мм,  $h = 0,5$  мм. Він є прямою ділянкою довжиною  $l = 16,81$  мм з контактними площадками, покритими золотом, через які здійснювалися подача і приймання мікрохвильового сигналу та пропускання постійного струму (центральним провідником) з використанням мікрохвильового планарного трійника.

В експерименті було досліджено залежності мікрохвильових втрат  $IL = 10 \lg(P_{\text{out}}/P_{\text{in}})$  від температури для різних значень вхідної мікрохвильової потужності  $P_{\text{in}}$  та величини постійного струму, що пропускається хвильоводом. В роботі [5] показано характерне зображення таких залежностей при наявності і відсутності постійного струму.

Експеримент було проведено тільки при підвищенні температури (досить повільному для встановлення термодинамічної рівноваги у хвильоводі). При цьому час впливу мікрохвильового випромінювання (струму) на ВТНП структуру визначався тривалістю імпульсу 5 мкс при частоті повторення імпульсів  $2,5 \cdot 10^4$  Гц, що дає можливість знехтувати загальним нагріванням ВТНП плівки при вимірюванні. Величина постійного струму була завжди нижче критичного струму.

Було показано, що при відсутності постійного струму, також, спостерігається ефект більш різкого збільшення  $IL$  при температурі 84–86 К. В ролі робочої гіпотези можна припустити, що наявність постійного струму призводить до ще більш кру-

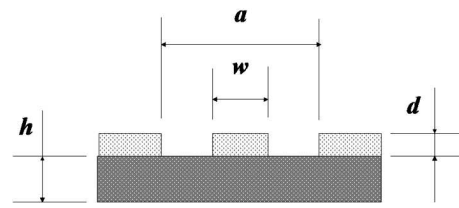


Рис. 1. Поперечний переріз копланарного хвильоводу на основі ВТНП

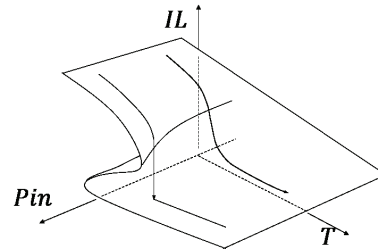


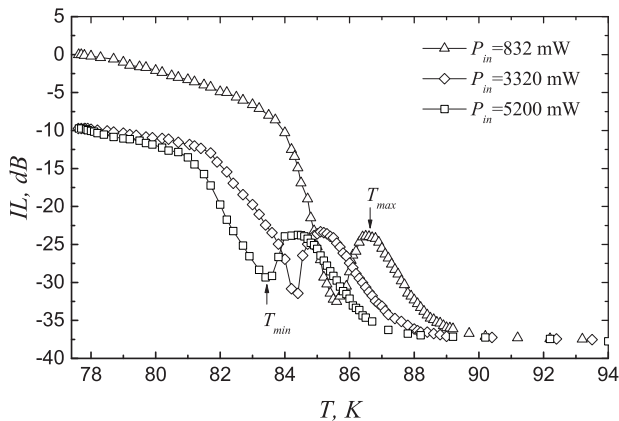
Рис. 2. Простір станів системи може мати вигляд “складки”, яка виникла на двовимірній поверхні  $IL(P_{\text{in}}; T)$

тої залежності  $IL$  від температури, а при деякому “критичному” значенні струму – до “лавиноподібного” переходу структури в сильно дисипативний стан, коли втрати зростають на 2–3 порядки величини.

Подібна поведінка системи носить назву “катастрофи” [11]. При фіксованому значенні постійного струму  $I_{\text{dc}}$ , що проходить по хвильоводу, стан системи визначається двома керуючими параметрами – вхідною мікрохвильовою потужністю  $P_{\text{in}}$  і температурою плівки  $T$ . Залежна від них змінна стану  $IL$  утворює двовимірну поверхню відгуку. Вона може бути отримана, як розв’язок відповідних рівнянь. У загальному випадку ситуація “катастрофи” виникає на границі двовимірної області, в якій розв’язання рівнянь стає багатозначним (біфуркаційної множини). В одному з найпростіших випадків таке розв’язання має характер “складки”, що виникає в тривимірному просторі (рис. 2).

Експериментальні дослідження залежності  $IL(P_{\text{in}}; T)$  показали наявність “складки” і при відсутності постійної складової струму (рис. 3). Однак, в цьому випадку біфуркаційна множина керуючих параметрів виявляється порожньою і “катастрофи” не спостерігається.

Таким чином, одним з можливих пояснень ефекту, що спостерігається, може виявитися деформація поверхні відгуку  $IL(P_{\text{in}}; T)$  при ненульовому значенні постійного струму та відповідна поява



**Рис. 3.** Створення “складки” на двовимірній поверхні  $IL(P_{in}; T)$  можливих станів КПХ при товщині плівки ВТНП 75 нм [6]

біфуркаційної множини. Для аналізу цього припущення ми узагальнили існуючу феноменологічну модель мікрохвильової нелінійної ВТНП-лінії передачі [8–10] на випадок ненульового постійного струму  $I_{dc}$  і врахували наступний член розкладання нелінійної залежності опору від повного струму.

### 3. Аналіз феноменологічної моделі протікання струму ВТНП хвильоводом

Характеристики нелінійного хвильоводу на основі ВТНП визначаються нелінійністю фізичних властивостей епітаксійної плівки ВТНП. Основними причинами такої нелінійності можуть бути такі [12]:

- струмова залежність густини надпровідного носія заряду відповідно до рівнянь Гінзбурга–Ландау [2];
- збудження і рух абрикосівських вихорів [13].

Побудова фізичної моделі, що враховує всі ці ефекти, є складною і все ще не вирішеною до кінця задачею. У зв’язку з цим для пояснення експериментальних даних використовують, як правило, феноменологічну модель нелінійності властивостей ВТНП. В [10], наприклад, показано, що феноменологічний опис нелінійності надпровідної плівки дає чисельні результати, які добре узгоджуються з експериментальними даними. В [8] додатково враховано нелінійність індуктивної складової імпедансу.

В основі відомої феноменологічної моделі лежить використання тільки першого ненульового

члена розкладу нелінійної залежності погонного опору від струму [10]. В силу ізотропності властивостей плівки ВТНП ним виявляється квадратичний член:

$$R_1(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n [I(t)]^{2n} \approx a_0 + a_1 [I(t)]^2 = R_{1.1} \left[ 1 + \frac{I(t)^2}{I_{0R}^2} \right]. \quad (1)$$

Тут  $R_{1.1}$  – початковий (при відсутності струму) погонний опір лінії передачі, який залежить від ефективного поверхневого опору надпровідника  $R_s$  і геометричних розмірів хвильоводу в поперечному перерізі. Відзначимо, що рівняння (1) не містить інерційних складових. Строго кажучи, це вірно, коли характерний час релаксації надпровідного стану плівки набагато менше періоду мікрохвильових коливань.

При аналізі моделі розв’язують телеграфні рівняння для хвильоводної лінії методом гармонійного балансу [10]. Через те, що нелінійність (1) призводить до ангармонічного рішення, воно може бути представлено у вигляді суми гармонік. Для першої гармоніки амплітуди струму  $I_m(x)$  отримано рівняння

$$\frac{dI_m(x)}{dx} + \alpha I_m(x) \left[ 1 + \frac{3}{4} \frac{I_m^2(x)}{I_{0R}^2} \right] = 0, \quad (2)$$

де  $\alpha = R_1/(2Z_0)$  та  $Z_0 = \sqrt{L_1/C_1}$  – стала поширення та хвильовий імпеданс лінії відповідно для квазі- $T$  хвилі у лінії передачі (для розглянутих хвильоводів  $Z_0 = 50$  Ом). Воно має аналітичний розв’язок:

$$I_m^2(x) = I_m^2(0) \frac{\exp(-2\alpha x)}{1 + \frac{3}{4} \frac{I_m^2(0)}{I_{0R}^2} [1 - \exp(-2\alpha x)]}. \quad (3)$$

Тоді для хвильоводної лінії довжини  $l$  співвідношення між вхідною та вихідною потужністю для першої гармоніки струму може бути записано, як:

$$IL = 10 \lg \left( \frac{P_{out}}{P_{in}} \right) = -\frac{10}{\ln 10} \times \left\{ 2\alpha l + \ln \left[ 1 + \frac{3}{4} \frac{P_{in}}{P_0} [1 - \exp(-2\alpha l)] \right] \right\}, \quad (4)$$

де  $P_0 = \frac{1}{2} I_{0R}^2 Z_0$ , а  $I_{0R}$  – феноменологічний параметр.

Хоча експерименти, які було проведено в роботах [8–10], підтверджують адекватність моделі і формули (4) для температур помітно нижче  $T_c$ , в загальному випадку результати наших досліджень (рис. 3 в [5]) з нею не узгоджуються. Зокрема, при температурах, близьких до критичної,  $IL$  може зменшуватися при збільшенні  $P_{in}$ , що неможливо в (4).

Для пояснення ефекту виникнення “складки” на експериментальній залежності  $IL(T)$  (див. рис. 3 [6]) запропоновано декілька фізичних механізмів. Вони можуть бути пов’язаними як з мікроскопічними явищами в ВТНП, так і з макроскопічними властивостями хвилеводу [8]. Однак при розгляді феноменологічної моделі нас буде цікавити не фізична природа нелінійності, а її математичне уявлення.

Для узгодження з експериментом слід відмовитися від одного з двох прийнятих в [8–10] наближень. Це або припущення про безінерційність властивостей плівки ВТНП на частотах не вище 10 ГГц, або припущення про можливість обмеження першим ненульовим членом розкладання за ступенями струму в (1). Далі ми досліджуємо обидві ці можливості.

#### 4. Можливість впливу інерційності властивостей ВТНП на експериментальну залежність $P_{out}(P_{in})$

Для точного дослідження і моделювання інерційності електрофізичних властивостей ВТНП необхідно враховувати явища релаксації та мати їх адекватний фізичний опис. Однак кінцевий ефект такого дослідження зводиться до введення “функції пам’яті” ВТНП  $f_R(t-t')$ , яка є ядром інтегрального перетворення типу згортки для знаходження уточнених значень погонного опору:

$$R_1^*(t) = \int_{-\infty}^t f_R(t-t')R_1(t')dt'. \quad (5)$$

Для переходу до частотного представлення сигналу необхідно формально розширити діапазон функції пам’яті на всю часову вісь  $t' \in (-\infty; \infty)$  та виконати перетворення Фур’є. В результаті отримаємо:

$$\widetilde{R}_1^*(\omega) = \widetilde{f}_R(\omega)\widetilde{R}_1(\omega). \quad (6)$$

Залежність  $R_1(t)$ , що обчислюється за формулою (1), має дискретний спектр  $\widetilde{R}_1(\omega)$ , в той час як спектр функції пам’яті  $\widetilde{f}_R(\omega)$  в загальному випадку безперервний. Тому і  $R_1^*(t)$ , отримане з  $\widetilde{f}_R(\omega)$  в результаті зворотного перетворення, має безперервний спектр. Це призводить до розмиття експериментально вимірюваного спектра  $IL(\omega)$ . В результаті, вплив ефекту інерційності на експериментальні результати для першої гармоніки струму зводиться до помноження першої гармоніки безінерційної залежності  $R_1(t)$  на деякий феноменологічний комплексний параметр  $\widetilde{f}_{R0}$ . Для його точного визначення необхідно задати (або виміряти експериментально) “функцію пам’яті” ВТНП  $f_R(t-t')$ .

Залежність  $R_1(t)$ , що обчислюється за формулою (1), має параметр  $f_{R0}$  та може залежати від температури ВТНП, тому що релаксаційні процеси при різних температурах протікають з різною швидкістю, а також від частоти струму. Формально параметр  $f_{R0}$  можна представити як додаткову індуктивну складову опору. Аналіз умов, при яких його введення може призвести до експериментальних аномалій, що спостерігаються, вимагає більш детального розгляду та виходить за рамки цієї роботи.

#### 5. Урахування наступного доданка в степеневому розкладі залежності властивостей ВТНП від струму

Врахування доданка з четвертим ступенем струму у розкладанні (1) призводить до такої апроксимації погонного опору:

$$R_1(t) \approx R_{1,1} \left[ 1 - \frac{I(t)^2}{I_{0R}^2} + \frac{I(t)^4}{I_{1R}^4} \right]. \quad (7)$$

Знаки доданків у цьому наближенні підібрані таким чином, щоб забезпечити можливість монотонної залежності погонного опору від вхідної мікрохвильової потужності та задовольнити асимптотичній межі  $R_1(P_{in})$ . Як приклад, вигляд такої залежності показано на рис. 4.

Після підстановки (7) в систему телеграфних рівнянь та розв’язання їх методом гармонійного балансу для першої (основної) гармоніки сигналу, отримуємо диференціальне рівняння

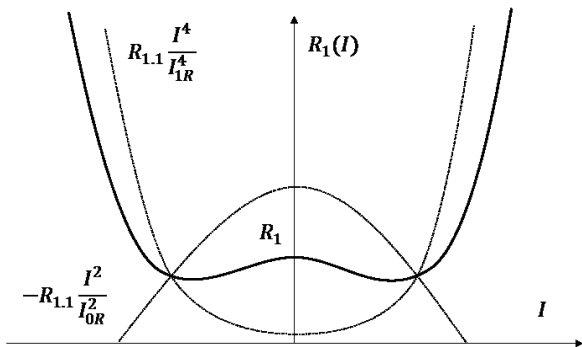


Рис. 4. Апроксимація погонного опору з урахуванням четвертого степеню струму у степеневому розкладанні

першого порядку

$$-\frac{1}{U} \frac{dU}{dx'} = 1 - \frac{3}{4}U + \frac{5}{8}\vartheta U^2, \quad (8)$$

де  $U = \frac{I_m^2(x)}{I_{0R}^2}$ ;  $x' = 2\alpha x$ ;  $\vartheta = \left(\frac{I_{0R}}{I_{1R}}\right)^4$ . Його аналітичний розв'язок може бути записаним у вигляді:

$$\ln U + \frac{3}{8} \frac{1}{\sqrt{\frac{5}{2}\vartheta - \frac{9}{16}}} \arctan \left( \frac{\frac{5}{4}\vartheta U - \frac{3}{4}}{\sqrt{\frac{5}{2}\vartheta - \frac{9}{16}}} \right) - \frac{1}{2} \ln \left( 1 - \frac{3}{4}U + \frac{5}{8}\vartheta U^2 \right) + C = -\frac{5}{8}\vartheta x'. \quad (9)$$

Остання формула дозволяє побудувати залежність  $IL = 4,34 \ln \left( \frac{P_{out}}{P_{in}} \right)$  від параметрів  $\frac{P_{in}}{P_0}$ ,  $\alpha$  та  $\vartheta$ , та порівняти її з експериментальними даними [5].

### 6. Адаптація моделі для випадку ненульового постійного струму

Наявність ненульової складової постійного струму призводить до того, що для першої гармоніки струму ми шукаємо рішення телеграфних рівнянь у вигляді:

$$I(x, t) = I_m(x) \cos(\omega t - \beta x) + I_{dc}. \quad (10)$$

Для координатної залежності амплітуди першої гармоніки струму  $I_m(x)$  замість (8) отримуємо рівняння:

$$-\frac{1}{U} dU dx' = 2\alpha \left[ \left( 1 - 3 \frac{I_{dc}^2}{I_{0R}^2} + 5\vartheta \frac{I_{dc}^4}{I_{0R}^4} \right) - \right.$$

$$\left. - \frac{3}{4}U \left( 1 - 10\vartheta \frac{I_{dc}^2}{I_{0R}^2} \right) + \frac{5}{8}\vartheta U^2 \right]. \quad (11)$$

Заміна змінної  $U$  і параметрів  $\alpha$ ,  $\vartheta$  дозволяє звести його до рівняння (8) і використовувати отримане аналітичне рішення (9).

$$\alpha^* = \alpha \left( 1 - 3 \frac{I_{dc}^2}{I_{0R}^2} + 5\vartheta \frac{I_{dc}^4}{I_{0R}^4} \right);$$

$$U^* = \frac{(I_m^*)^2}{I_{0R}^2} = \frac{I_m^2}{I_{0R}^2} \left( 1 - 10\vartheta \frac{I_{dc}^2}{I_{0R}^2} \right) /$$

$$/ \left( 1 - 3 \frac{I_{dc}^2}{I_{0R}^2} + 5\vartheta \frac{I_{dc}^4}{I_{0R}^4} \right); \quad (12)$$

$$I_m^* = I_m \sqrt{\left( 1 - 10\vartheta \frac{I_{dc}^2}{I_{0R}^2} \right) / \left( 1 - 3 \frac{I_{dc}^2}{I_{0R}^2} + 5\vartheta \frac{I_{dc}^4}{I_{0R}^4} \right)};$$

$$\vartheta^* = \vartheta \left( 1 - 3 \frac{I_{dc}^2}{I_{0R}^2} + 5\vartheta \frac{I_{dc}^4}{I_{0R}^4} \right) / \left( 1 - 10\vartheta \frac{I_{dc}^2}{I_{0R}^2} \right)^2 -$$

$$-\frac{1}{U^*} \frac{\partial U^*}{\partial (2\alpha^* x)} = 1 - \frac{3}{4}U^* + \frac{5}{8}\vartheta^* U^{*2}.$$

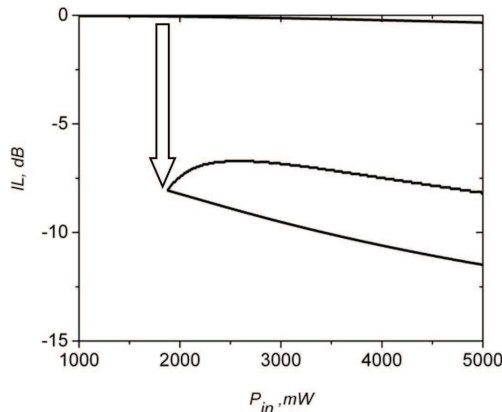
Змінювання  $U$  (відповідно, змінювання  $I_m^2$ ) та  $\alpha$  (відповідно, змінювання  $I_{0R}^2$ ) можна імітувати, нелінійно перетворивши параметри  $T^* = f_T(T)$ , які задаються, а також вхідної мікрохвильової потужності  $P_{in}^* = f_P(P_{in})$ . При цьому поверхня відгуку  $IL(P_{in}; T)$ , яку визначено експериментально, збереже свою форму для нових керуючих параметрів  $IL(P_{in}^*; T^*)$ . Умов для “катастрофи” при цьому не виникне.

Але зміна параметра моделі  $\vartheta$  не може бути зведена до нелінійного перетворення шкал на осях експериментально визначеної двовимірної поверхні  $IL(T, P_{in})$ , як у випадку моделі (1). Воно викликає спотворення самої поверхні “складки”, отриманої при відсутності складової  $I_{dc}$ . Тому далі ми досліджуємо чисельне рішення рівняння (12) і покажемо, що при деяких значеннях вхідних параметрів виникає ефект “катастрофи” (рис 2).

### 7. Аналіз можливості виникнення ефекту “катастрофи” при пропусканні постійної складової струму

Задля спрощення аналізу розв'язку (12), позначимо  $\frac{I_{dc}^2}{I_{0R}^2} = U_{dc}$ . За виконання умови  $\frac{9}{16} - \frac{5}{2}\vartheta^* > 0$ , або

$$\frac{9}{16} (1 - 10U_{dc})^2 > \frac{5}{2}\vartheta (1 - 3U_{dc} + 5\vartheta U_{dc}^2) \quad (13)$$



**Рис. 5.** Виникнення ефекту “катастрофи” при плавному збільшенні струму  $I_{dc}$  в рамках моделі (11), (12)

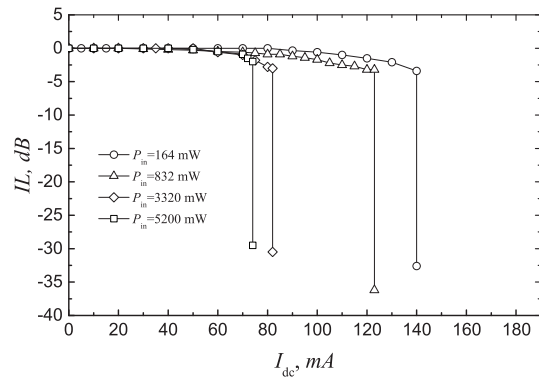
права частина (12), що розглядається як квадратний тричлен щодо  $U^*$ , має дійсні корені  $U_{1,2}^*$ . Якщо додатково

$$1 - 3U_{dc} + 5\vartheta U_{dc}^2 > 0, \quad (14)$$

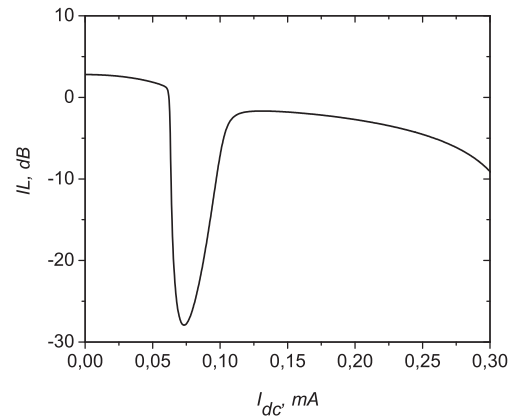
то обидва корені  $U_{1,2}^*$  додатні, і можуть потрапляти в область можливих значень  $U^*(x)$ . Вони є точками рівноваги величини  $U^*$ . При цьому менший з коренів відповідає нестійкій рівновазі функції  $U^*(x)$ , а більший – стійкій.

При плавній зміні в експерименті амплітуди постійного струму, або температури, параметри  $\vartheta$  і  $U_{dc}$ , що входять до (13, 14), змінюються відповідно. В результаті цього при незмінному значенні вхідної мікрохвильової потужності  $P_{in}$  відповідне значення  $U^*(0)$  потрапляє в різні області шкали  $U^*$  щодо точки нестійкої рівноваги  $U_1^*$ . При цьому значення  $U^*(l)$ , пов'язане з  $P_{out}$ , змінюється стрибком.

Для моделювання цього ефекту “катастрофи” було створено програму чисельного розв’язання (12) при різних значеннях керуючих параметрів. На рис. 5 наведено приклад теоретично змодельованої залежності  $IL(I_{dc})$  відповідно до заданих значень  $(T, P_{in})$ . Ми бачимо, що при  $I_{dc} \approx 65$  мА відбувається стрибкоподібне збільшення  $|IL|$ , аналогічне експериментальним залежностям (рис. 6). Подальше збільшення  $I_{dc}$  призводить до сильного розігріву хвилеводу і не може бути адекватно описано розглянутою моделлю. Додатково було теоретично розраховано залежність  $IL(P_{in})$  при заданих значеннях  $T$  і  $I_{dc}$  (рис. 7). Видно, що для зна-



**Рис. 6.** Залежність внесених втрат від постійного струму для КПХ на основі ВТНП плівкою товщиною 75 нм при різних значеннях вхідної потужності  $P_{in}$  [5]



**Рис. 7.** Виникнення біфуркаційної множини і можливої “катастрофи” при плавному збільшенні вхідної мікрохвильової потужності в рамках даної моделі

чень  $P_{in} > 1821$  мВт виникає біфуркаційна множина параметрів, при яких можлива “катастрофа” – стрибкоподібний перехід на стає рішення. Відзначимо, що рис. 5 та 7 представлено тільки як ілюстрації можливостей розробленої моделі. Для аналізу їх чисельної відповідності експерименту необхідно додатково визначити температурну залежність параметрів моделі, що і планується здійснити у майбутньому.

## 8. Висновки

Узагальнена феноменологічна нелінійна теорія лінії передачі на основі ВТНП з постійним струмом, що пропонується в даній роботі. Це дозволяє зробити такі висновки:

- Врахування тільки квадратичного доданка в нелінійній залежності погонного опору від стру-

му не дає змоги пояснити експериментальні дані, отримані для різних значень потужності вхідного мікрохвильового сигналу.

• Врахування наступного члена розкладання (четвертого порядку) нелінійної залежності погонного опору від струму призводить до виникнення додаткового (квадратичного) доданка в рівнянні (8) для розрахунку координатної залежності амплітуди мікрохвильового сигналу. Проте, це не призводить до можливості “катастрофи” – стрибкоподібної зміни властивостей лінії передачі при плавній зміні керуючих параметрів.

• Додатковий постійний струм, що протікає в лінії передачі, може призвести до виникнення області біфуркації в просторі керуючих параметрів. Це проявляється в можливості стрибкоподібної зміни властивостей хвилеводу на межі цієї області. Отримано якісну відповідність властивостей узагальненої феноменологічної моделі даним експериментальних досліджень.

1. A.Ya. Kirichenko, V.B. Kosmyna, A.B. Levin, N.T. Cherpak. Possible stimulation of superconductivity in Bi-Sr-Ca-Cu-O by electromagnetic radiation. *JETP Lett.* **50**, 290 (1989).
2. J.H. Oates, R.T. Shin, D.E. Oates, M.J. Tsuk, P.P. Nguyn. A nonlinear transmission line model for superconducting stripline resonators. *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **3**, 17 (1993).
3. M. Hein. *High-Temperature-Superconductor thin Films at Microwave Frequencies* (Springer-Verlag, 1999).
4. J.C. Booth, D.A. Rudman, R.H. Ono. A self-attenuating superconducting transmission line for use as a microwave power limiter. *IEEE Trans. on Appl. Supercond.* **13**, 305 (2003).
5. N. Cherpak, A. Lavrinovich, A. Gubin, S. Vitusevich. Direct-current-assisted microwave quenching of  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  coplanar waveguide to a highly dissipative state. *Appl. Phys. Lett.* **105**, 022601 (2014).
6. N. Cherpak, A. Lavrinovich, A. Gubin, S. Vitusevich. Microwave quenching in DC-biased coplanar waveguide based on  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  thin film. *IEEE Trans. on Appl. Supercond.* **26**, 1501204 (2016).
7. R. Wordenweber, E. Hollmann, J. Schubert, R. Kutzner, G. Panaitov. Regimes of flux transport at microwave fre-

quencies in nanostructured high- $T_c$  films. *Phys. Rev. B* **85**, 064503 (2012).

8. N.T. Cherpak, A.A. Lavrinovich, A.A. Kalenyuk *et al.* DC-biased coplanar waveguide on the basis of HIGH-TC superconducting thin film with nonlinear impedance. *Telecommun. Radio Engin.* **69**(15), 1357 (2010).
9. A.A. Lavrinovich, E.V. Khramota, N.T. Cherpak. Investigation of the superconducting microwave transmission line in strong electromagnetic fields. *Telecommun. Radio Engin.* **68**(19), 1741 (2009).
10. I.B. Vendik, O.G. Vendik, D. Kaparkov. *High Temperature Superconductor Devices for Microwave Signal Processing. Part II, Superconducting Microwave Circuits* (ТОО “Складень”, СПб, 1997).
11. T. Poston, I. Stewart. *Catastrophe: Theory and Its Applications* (Dover, 1998).
12. O.G. Vendik, I.B. Vendik, T.B. Samoilova. Nonlinearity of superconducting transmission line and microstrip resonator. *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques* **45**, 173 (1997).
13. C.C. Chin, D.E. Oates, G. Dresselhaus, M.S. Dresselhaus. Nonlinear electrodynamics of superconducting NbN and Nb thin films at microwave frequencies. *Phys. Rev. B* **45**, 4788 (1992).

Одержано 22.01.09

S.I. Melnyk, S.S. Melnyk,  
A.A. Lavrinovich, M.T. Cherpak

TO THE PHENOMENOLOGICAL THEORY  
OF AVALANCHE-LIKE EFFECT IN THE DC-BIASED  
MICROWAVE NONLINEAR HTSC-BASED  
TRANSMISSION LINE

S u m m a r y

A phenomenological model has been proposed to describe the avalanche-like transition of a microwave nonlinear HTSC-based transmission line into a dissipative state. This effect was observed by the authors in a dc-biased transmission line. The proposed model generalizes the well-known phenomenological model for the nonlinear HTSC-based transmission line under the action of a direct current. The character of the dependences obtained for microwave losses allows the jump-like changes in the properties of the nonlinear HTSC-based transmission line to be regarded as a fold-type catastrophe and the methodological and mathematical apparatus of the theory of catastrophes to be used in order to explain the results obtained and predict new ones.