

О.С. СТАШКО, В.І. ЖДАНОВ

Київський національний університет ім. Тараса Шевченка  
(Вул. Володимирівська 60, Київ 01033; e-mail: alexander.stashko@gmail.com;  
valeryzhdanov@gmail.com)

## ІМІТАТОРИ ЧОРНОЇ ДІРИ В АСТРОФІЗИЧНИХ КОНФІГУРАЦІЯХ ЗІ СКАЛЯРНИМИ ПОЛЯМИ<sup>1</sup>

УДК 539

*Досліджено статичні сферично-симетричні конфігурації в ЗТВ у присутності мінімально-зв'язаного скалярного поля (СП). Для мононого потенціалу самодії СП, розв'язки системи рівнянь Айнштайна–СП отримані чисельно, після цього отримано розподіл стійких колових орбіт та зображення “акреційного диску” з точки зору віддаленого спостерігача. Розглянуто аналогічну задачу на прикладі аналітичного розв'язку зі спеціально підібраним потенціалом СП, що допускає існування чорної діри. Показано, що у багатьох випадках зображення практично такі ж, як і у випадку чорної діри Шварцшильда з яскравим кільцем і темною плямою в центрі. З іншого боку, певний вибір параметрів приводить до специфічних особливостей у зображеннях, які можуть допомогти виключити деякі екзотичні моделі.*

*Ключові слова:* релятивістські астрофізичні об'єкти, скалярні поля, акреційні диски.

### 1. Вступ

Публікації результатів Event Horizon Telescope (ЕНТ) [1] збільшили інтерес до розгляду імітаторів чорної діри (ЧД), які можуть створювати подібні зображення з точки зору віддаленого спостерігача. Насправді, в межах кутової роздільної здатності ЕНТ важко відкинути значну кількість альтернативних астрофізичних конфігурацій (див., наприклад, [2, 3] та посилання на них). Моделі подібних імітаторів можуть виникати в альтернативних теоріях гравітації з додатковими космологічними полями і в підходах до проблеми темної енергії [4–8]. Головне питання – чи можна розрізнити зображення, наприклад, ЧД та голої сингулярності? У цій роботі ми обговорюємо це питання в рамках моделей, що містять одне скалярне поле (СП).

Важливо зауважити, що як завгодно мале СП сильно впливає на топологію простору-часу. Дійсно, за певних загальних умов, стаціонарна чорна діра не може мати скалярне “волосся” [9, 10], на відміну від голої сингулярності. Що безпосередньо видно на прикладі розв'язку Фішера (див. [11]; також [12–14]). Попри ці особливості, спостережувані прояви компактного об'єкта зі СП мо-

жуть бути такими ж, як і у випадку звичайної чорної діри Керра. Це вимагає проведення дослідження геодезичної структури простору-часу навколо цих об'єктів з фокусом на стійких колових орбітах (СКО) та спостережуваних зображеннях акреційних дисків.

Колові орбіти навколо релятивістських астрофізичних об'єктів вивчалися в різних контекстах; неповний список включає, наприклад, [16–23] і посилання в них. У цій роботі розглянуто спеціальну задачу, що стосується статичної сферично-симетричної асимптотично пласкої конфігурації в ЗТВ за наявності одного дійсного СП, яке мінімально зв'язане з гравітацією. Наша модель СП використовує лагранжіан з канонічним кінетичним членом.

В розділі 2 введено основні співвідношення і позначення. У розділі 3 отримано чисельні розв'язки системи рівнянь Айнштайна та скалярного поля для мононого потенціалу самодії; потім досліджено розподіл СКО (розділ 4) і пов'язані з ним зображення акреційних дисків (розділ 5). Моном-

<sup>1</sup> Ця робота базується на результатах, які доповідалися на міжнародній конференції “XI Bolyai–Gauss–Lobachevsky (BGL-2019): Non–Euclidean, Noncommutative Geometry and Quantum Physics.”

ний потенціал виключає можливість виникнення горизонтів ЧД [9, 10], тому для порівняння в розділі 6 ми розглядаємо альтернативну модель з нашої роботи [18], яка допускає цей випадок.

## 2. Основні співвідношення

Ми розглядаємо одне мінімально зв'язане дійсне СП  $\phi$ , що описується лагранжевою густиною

$$L = \frac{1}{2} \phi_{,\mu} \phi^{,\mu} - V(\phi). \quad (1)$$

У роботі розглянуто два типи потенціалів СП. В розділі 3, 4 і 5, що складають основну частину роботи, ми працюємо з мономним потенціалом

$$V(\phi) = w\phi^{2n}, \quad w > 0, \quad n = 2, 3, \dots \quad (2)$$

(безмасовий випадок); випадок лінійного масивного скалярного поля ( $n = 1$ ) був розглянутий у [18]. В розділі 6 розглянуто аналітичну модель, що допускає конфігурації типу ЧД.

Простір-час наділений метрикою  $g_{\mu\nu}$  з урахуванням рівнянь Айнштайна передбачається асимптотично плоским. В розділах 3, 4, 5 розглядається статична сферично-симетрична метрика простору-часу в координатах кривизн.

$$ds^2 = e^{\alpha(r)} dt^2 - e^{\beta(r)} dr^2 - r^2 dO^2, \quad (3)$$

де  $dO^2 = d\theta^2 + (\sin \theta)^2 d\varphi^2$  — інтервал на одиничній сфері. Рівняння Айнштайна-СП приводять до замкнутої системи:

$$\frac{d}{dr} [r(e^{-\beta} - 1)] = -8\pi r^2 T_0^0, \quad (4)$$

$$\text{де } T_0^0 = e^{-\beta} \phi'^2 / 2 + V(\phi),$$

$$r e^{-\beta} \frac{d\alpha}{dr} + e^{-\beta} - 1 = -8\pi r^2 T_1^1, \quad (5)$$

$$\text{де } T_1^1 = -e^{-\beta} \phi'^2 / 2 + V(\phi) \text{ і}$$

$$\frac{d}{dr} \left[ r^2 e^{\frac{\alpha-\beta}{2}} \frac{d\phi}{dr} \right] = r^2 e^{\frac{\alpha+\beta}{2}} V'(\phi). \quad (6)$$

З огляду на асимптотичну плоскостність ми припускаємо

$$\lim_{r \rightarrow \infty} [r(e^\alpha - 1)] = \lim_{r \rightarrow \infty} [r(e^{-\beta} - 1)] = -r_g, \quad (7)$$

де  $r_g = 2M$  і  $M > 0$  маса конфігурації. І вважаємо, що  $\phi(r) \rightarrow 0$  при  $r \rightarrow \infty$  і

$$\left| r^2 \frac{d\phi}{dr} \right| < K_1 < \infty. \quad (8)$$

## 3. Чисельні розв'язки

Для того щоб отримати чисельні розв'язки, ми починаємо з досить великих значень радіальної змінної, а потім інтегруємо назад до менших значень  $r$ . Для цього нам необхідні початкові умови, які можна отримати з асимптотичних розв'язків при  $r \rightarrow \infty$ , що відповідають малим значенням поля ( $\phi \rightarrow 0$ ). Можна показати, що  $\phi(r)$  і  $\phi'(r)$  не змінюють своїх знаків на  $(0, \infty)$ , тому надалі вважаємо, що  $\phi(r) > 0$  і ця функція є монотонно спадною.

При  $r \rightarrow \infty$  асимптотичні розклади СП мусять бути подібними до аналогічних у випадку плоского простору. Головні члени асимптотичного розкладу  $\phi$  можна шукати в степеневій формі (за винятком випадку  $n = 2$ , коли виникають логарифми).

У нульовому наближенні можна записати  $\phi(r) \approx Q/r$  і  $\exp(\alpha) = (1 - r_g/r)$ ,  $\exp(\beta) = (1 - r_g/r)^{-1} \approx 1 + r_g/r$ . Для  $n = 2$  асимптотика  $\phi(r) = Q/(r\sqrt{\ln r})$ . Цих формул досить, щоб отримати початкові умови для чисельного інтегрування, хоча ми перевірили наші обчислення, взявши до уваги вищі члени розкладу по степеням  $1/r$ . Вибір одиниць дозволяє нам зафіксувати  $w = 1$ . Використовуючи асимптотичні співвідношення, розв'язки продовжуються на усі значення  $r > 0$  і сферично-симетрична статична асимптотична плоска конфігурація однозначним чином визначається константами  $M, Q$ . Якісна поведінка розв'язків для різних значень параметрів аналогічна до випадку лінійного масивного скалярного поля [15–18]. При  $r \rightarrow 0$  маємо, що  $e^\alpha \gg e^\beta$  прямує до нуля і  $\phi \rightarrow \infty$ . Це означає, що сингулярність є фізичною, оскільки її неможливо усунути перетворенням координат.

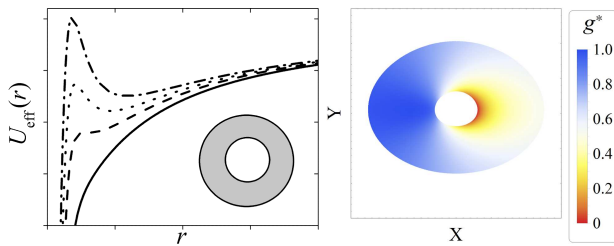
## 4. Рух пробної частинки

Рух пробної частинки в сферично-симетричному просторі-часі розглядається звичайним чином, використовуючи інтеграли руху для траєкторій в площині  $\theta = \pi/2$ :

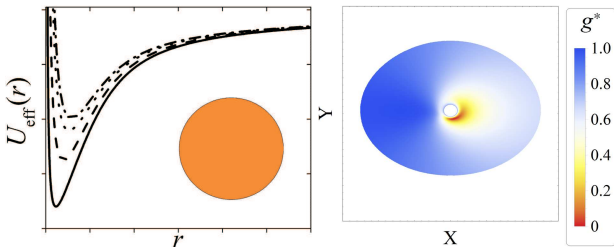
$$e^\alpha \left( \frac{dt}{d\tau} \right)^2 - e^\beta \left( \frac{dr}{d\tau} \right)^2 - r^2 \left( \frac{d\varphi}{d\tau} \right)^2 = S,$$

$$e^\alpha \left( \frac{dt}{d\tau} \right) = E, \quad r^2 \left( \frac{d\varphi}{d\tau} \right) = L,$$

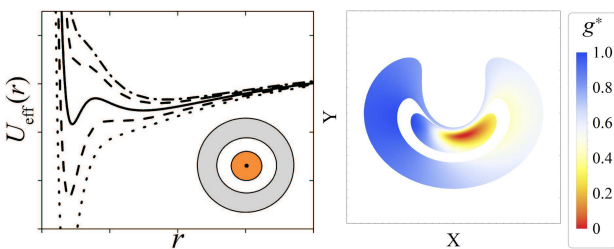
де  $S = 0$  у випадку фотонів і  $S = 1$  для масивних пробних частинок,  $\tau$  — канонічний параметр,  $E, L$



**Рис. 1.** Ліва панель: приклади  $U_{\text{eff}}$  у випадку шварцшильдодоподібного розподілу СКО, показано в правому нижньому кутку панелі. СКО заповнюють синю область, яка продовжується до нескінченності; у внутрішній білій області колові орбіти або не існують, або вони нестійкі. Права панель: зображення акреційного диска утвореного пробними частинками, що рухаються на відповідних СКО для конфігурації з  $M = 0,5$ ,  $Q = 0,2$ ; максимальний зовнішній радіус диска  $R = 12$



**Рис. 2.** Ліва панель: така як на рис. 1 для необмеженого потенціалу  $U_{\text{eff}}$  з одним мінімумом; СКО заповнюють всю площину, починаючи з як завгодно малого радіуса в околі центра. Права панель: зображення суцільного диска з радіусом  $R = 12$ , утвореного пробними частинками на цих СКО для конфігурації з параметрами  $M = 0,5$ ,  $Q = 0,5$



**Рис. 3.** Ліва панель: ефективні потенціали для геодезичних у випадку незв'язаних областей СКО. Внутрішня область (оранжева) включає СКО в околі центра; зовнішня область СКО (синя) продовжується до нескінченності; білі кільця нестійких орбіт розділяє ці дві області. Права панель являє собою зображення акреційного диска утвореного пробними частинками, що заповнюють дані незв'язні області, зовнішній радіус диска  $R = 12$ , параметри конфігурації  $M = 0,5$ ,  $Q = 1,65$

– константи інтегрування. Отримуємо

$$e^{\alpha+\beta} \left( \frac{dr}{d\tau} \right)^2 = E^2 - e^\alpha \left( S + \frac{L^2}{r^2} \right), \quad (9)$$

де

$$U_{\text{eff}}(r, L) = e^\alpha \left( S + \frac{L^2}{r^2} \right). \quad (10)$$

Фактично, це задача одновимірного руху частинки в ефективному потенціалі  $U_{\text{eff}}$ .

Ключові моменти пов'язані з появою та локалізацією екстремумів ефективного потенціалу. У випадку руху пробних частинки з ненульовими масами ( $S = 1$ ), що описуються часоподібними геодезичними, мінімуми  $U_{\text{eff}}$  для різних  $L$  відповідають радіусам стійких колових орбіт (СКО). Ми використовуємо метод, описаний у наших роботах [17], [18] для дослідження біфуркацій, пов'язаних з появою і зникненням мінімумів. Це дозволяє визначити можливі області СКО для різних розв'язків системи рівнянь Айнштайна–СП. Типові приклади  $U_{\text{eff}}$ , які показано на рис. 1–3, приводять до трьох можливих розподілів СКО в залежності від вибору параметрів  $M$ ,  $Q$ .

Перший тип (рис. 1, ліва панель) відповідає випадку, коли  $\exp[\alpha(r)]/r^2$  обмежена і існує максимум  $U_{\text{max}} = U_{\text{eff}}(r_{\text{max}})$  для довільного  $L$ . У цьому випадку, можливі траєкторії допускають фінітний і інфінітний рух, включаючи падіння на центр. Існує область, де або взагалі немає колових орбіт, або вони нестійкі. Области нестійких і стійких орбіт для усіх  $L$  не перетинаються (Шварцшильдодоподібний розподіл СКО).

Зокрема, якщо існує мінімум  $U_0 = U_{\text{eff}}(r_{\text{min}}) < 1$  (для фіксованого  $L$ ), тоді знайдеться таке  $E^2$ :  $U_{\text{eff}}(r_{\text{min}}) < E^2 = U_{\text{eff}}(r_1) = U_{\text{eff}}(r_2) < 1$ ,  $r_1 < r_2$ . Відповідні траєкторії будуть осцилювати навколо стійкої колової орбіти  $r \equiv r_{\text{min}}$  між радіусами  $r_1$  і  $r_2$ , кут  $\varphi(\tau)$  монотонно зростає. Можна помітити, що існує мінімальне значення  $r_{\text{max}} < r_{\text{min}}$  для усіх  $L$ . Траєкторії з  $E^2 > U_{\text{max}}$  описують частинку, яка захоплена сингулярним центром. Траєкторії з  $1 \leq E^2 < U_{\text{max}}$  описують нескінченний рух ( $r \rightarrow \infty$ ) при  $\tau \rightarrow \pm\infty$ .

Для деяких значень  $M, Q$  ефективний потенціал є необмеженим знизу для усіх  $L$ . Ліва панель на рис. 2 показує приклади з одним мінімумом потенціалу, який може мати як завгодно малі значення  $r_{\text{min}}$ . Рис. 3 показує приклади коли, для деяких  $L$ ,

можуть існувати два мінімуми  $U_{\text{eff}}$ . Що відповідає набору конфігурацій (визначених  $M, Q$ ) коли внутрішні і зовнішні області СКО відокремлені кільцем нестійких колових орбіт.

На рис. 4 зображено області параметрів в площині  $M-Q$  з різними типами розподілів СКО. Кожна точка площини  $M-Q$  відповідає конфігурації, яка являє собою розв'язок рівнянь Айнштайна-СП задовільняючи умови на нескінченності.

### 5. Траєкторії фотонів і зображення акреційних дисків

Тут ми розглянемо найпростішу модель акреційного диска, що обертається навколо конфігурації, і являє собою плаский розподіл СКО; тобто припускаємо, що “акреційний диск”, утворений пробними частинками, які рухаються по СКО в екваторіальній площині на деякому радіусі  $R$ .

Для побудови зображень акреційних дисків ми використовуємо процедуру оберненого ray-tracing. Замість відстежування фотонів, які випромінюються з площини диска, ми слідкуємо за фотонами, що були випущені спостерігачем паралельно до лінії зору з різними прицільними параметрами і дивимось, де вони перетинають диск.

У випадку світлоподібних геодезичних ( $S = 0$ ) критерій існування або неіснування максимуму  $U_{\text{eff}}$  аналогічний до випадку  $S = 1$ . Якщо максимум  $U_{\text{eff}}$  для фотонів існує, то це відповідає шварцшильдподібному розподілу СКО для масивних пробних частинок. У цьому випадку можливе захоплення фотонів, які летять з нескінченності, сингулярністю в центрі. Якщо сингулярність нічого не випромінює, то це означає, що спостерігач побачить зображення з темною плямою в центрі, як у випадку з чорної діри Шварцшильда. Даний випадок зображено на рис. 1 (права панель). Тут і нижче легенда відповідає різним значенням зсуву частоти  $g^* = (\nu_{\text{obs}} - \nu_{\text{obs,min}})/(\nu_{\text{obs,max}} - \nu_{\text{obs,min}})$ , які варіюються від 0 до 1 і кут нахилу  $i = \pi/4$ . Білий колір в центрі відповідає зображенню областей, де СКО не існують (наприклад, білі круги в центрі на рис. 1, 2 фактично стверджують, що спостерігач побачить темні плями на їх місці).

Якщо  $U_{\text{eff}}(r) \rightarrow \infty$  при  $r \rightarrow 0$ , то це відповідає або розподілам з тільки стійкими коловими орбітами (рис. 2, ліва панель), або незв'язним розподілом СКО (рис. 3, ліва панель). У цьому випадку всі

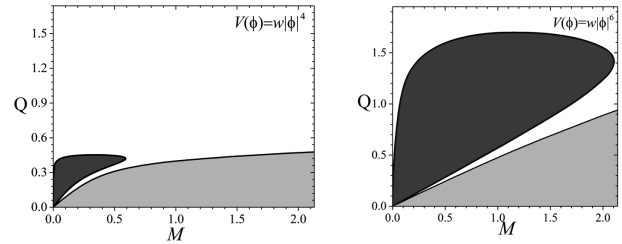


Рис. 4. Области параметрів конфігурацій з різними розподілами СКО для монономних потенціалів з  $n = 2$  і  $n = 3$  ( $w = 1$ ). Світлосіра ділянка: конфігурації з шварцшильдподібними розподілами СКО (див. ліву панель на рис. 1); білі області: незв'язні розподіли СКО (див. рис. 3); Темносіра ділянка: розподіли тільки з стійкими коловими орбітами (ліва панель на рис. 2)

фотони, що летять з нескінченності відбиваються назад від потенціала з певним кутом відхилення. У випадку малих значень прицільного параметру він може бути достатньо великим, аби фотон не перетнув диск. Це означає, що світло від внутрішніх орбіт акреційного диску поблизу від центра може не досягати віддаленого спостерігача, в залежності від взаємної орієнтації лінії зору та осі акреційного диска. Тому спостерігач також побачить темну пляму в центрі, незважаючи на наявність СКО поблизу центра (див. праві панелі на рис. 2, 3).

### 6. Альтернативний потенціал

В якості альтернативи вищезазначеним моделям з монономними потенціалами, які не допускають конфігурації з ЧД у центрі, в цьому розділі розглянемо аналітичний приклад з потенціалом [17] який дозволяє подолати обмеження “no-scalar-hair” теорем [9, 10]. Вибираючи метрику у квазі-глобальних координатах

$$ds^2 = A(x)dt^2 - \frac{dx^2}{A(x)} - r^2(x)dO^2, \quad (11)$$

потенціал СП може бути записаний як

$$V(x) = \frac{1}{r^2} - \frac{A}{r^2} \left( 3(r')^2 + rr'' \right) + 2 \frac{x - 3M}{r^3} \frac{dr}{dx}, \quad (12)$$

де

$$r(x) = x \left[ 1 - \left( \frac{x_0}{x} \right)^P \right], \quad x > 0, \quad (13)$$

з  $P > 2, x_0 > 0$  константи, і

$$A(x) = (1-y)^2 \left\{ F[4, a, b, y] - \frac{2M}{x} F[4, c, d, y] \right\}, \quad (14)$$

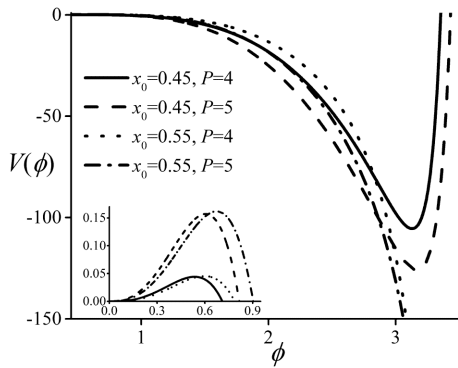


Рис. 5. Типові приклади потенціалів скалярного поля (12) у випадках ЧД та ГС. У лівому нижньому кутку показано поведінку в околі центрального мінімуму

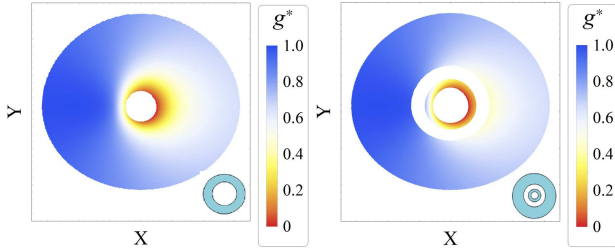


Рис. 6. Випадок потенціалу 12, ЧД конфігурації: зображення акреційного диска, утвореного пробними частинками на СКО, зовнішній радіус  $R = 3$ ,  $M = 1/6$ . Ліва: шварцшильдподібний випадок,  $x_0 = 0.45$ ,  $P = 4$ ; Права: незв'язаний розподіл СКО,  $x_0 = 0.45$ ,  $P = 5$ . В обох випадках і на рисунках нижче кут нахилу  $i = \frac{\pi}{4}$

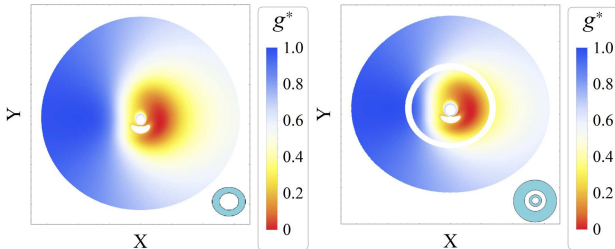


Рис. 7. Випадок потенціалу 12, ГС конфігурації: зображення акреційного диска, утвореного пробними частинками на СКО, зовнішній радіус  $R = 3$ ,  $M = 1/6$ . На відміну від випадку ЧД, поблизу центра зображення суттєво відрізняється. На лівій панелі зображено випадок, коли СКО утворюють акреційний диск, починаючи з ненульового радіуса,  $x_0 = 0.6$ ,  $P = 4$ ; Права: диск утворений незв'язним розподілом СКО,  $x_0 = 0.6$ ,  $P = 5$

$$a = 2/P, b = 1 + a, c = 3/P, d = 1 + c; y = (x_0/x)^P;$$

$$\phi(x) = \pm \sqrt{\frac{8(P-1)}{P}} \arcsin \left[ \left( \frac{x_0}{x} \right)^{P/2} \right]. \quad (15)$$

Формули (13)–(15) представляють сімейство статичних сферично-симетричних асимптотично плоских конфігурацій, що відповідають потенціалам (12). Дані конфігурації повністю визначаються параметрами  $M, P, x_0$ . Центр кожної з них в координатах кривизни ( $r = 0$ ) відповідає  $x = x_0$ .

Як було показано [17], при  $x_0 \geq 3M$  розв'язки описують голу сингулярність (ГС) в центрі  $x = x_0$ ; і для  $0 < x_0 < 3M$  ми отримуємо ЧД з горизонтом в деякій точці  $x = x_h > x_0$ . В останньому випадку потенціал СП (12) має форму, схожу на “мексиканський капелюх” з нескінченними (необмеженими згори) краями; у випадку  $x_0 \geq 3M$  потенціал СП не обмежений знизу (рис. 5). У нас є два можливі типи розподілу СКО [17]. Перший з них аналогічний зображеному на рис. 1. Другий відрізняється від рис. 3 через існування додаткової центральної області, аналогічної шварцшильдподібному випадку, де колові орбіти або нестійкі, або не існують (див. кільцеподібні структури в правих нижніх кутах панелей). Приклади відповідних зображень акреційних дисків показані на рис. 6, 7.

## 7. Висновки

Ми дослідили статичні сферично-симетричні розв'язки зв'язаної системи рівнянь Айнштайна–СП з лагранжіаном (1) з двома типами потенціалі СП. Розв'язки з потенціалом СП (2) містять голу сингулярність у центрі; з іншого боку, аналітичні розв'язки у розділі 6 допускають, для деяких значень параметрів, конфігурацію типу чорної діри (хоча потенціал (12) є доволі екзотичним). Ми побудували розподіли СКО та проаналізували зображення акреційних дисків (представлені цими розподілами в одній площині) з точки зору віддаленого спостерігача.

Очевидно, що при дослідженні реальних акреційних дисків навколо астрофізичних об'єктів необхідно враховувати всі (погано відомі) фізичні умови, такі як тиск газу, магнітні поля, дискові неоднорідності, турбулентність і т.д. Однак, їх детальне дослідження в контексті нашої роботи було б передчасним. З іншого боку, розгляд стійких чи нестійких колових орбіт, що є лише першим кроком до цієї задачі, дозволяє виявити основні особливості, які є важливими у зв'язку із спостережуваним зображенням ЕНТ. Можливі типи розподілів СКО та їх зображення показані на рис. 1, 2–7.

Головне питання полягає в тому, як відрізнити ці зображення від акреційних дисків навколо стандартних чорних дір. У цій роботі ми не розглядаємо повномасштабне моделювання з метою відтворення спостережуваного зображення ЕНТ [1]; однак на якісному рівні видно, що існує велика кількість можливостей зафіксувати параметри імітаторів ЧД, щоб відтворити типові зображення, які містять світле кільце з темною плямою в центрі – подібно до випадку чорної діри Шварцшильда. Цікаво, що така картина може виникнути навіть у випадку суцільного акреційного диска (див. рис. 2). З іншого боку, для деяких параметрів моделі можуть бути наявними також і суттєві відмінності між зображеннями, наприклад, за наявності незв'язних СКО (рис. 3, 6, 7, праві панелі); що можна використати, аби виключити деякі області параметрів моделей.

*Робота підтримана в рамках наукової програми “Астрономія і фізика космосу” (Проект 19БФ023-01) Київського національного університету імені Тараса Шевченка.*

1. Event Horizon Telescope Collaboration. First M87 event horizon telescope results. I. The shadow of the supermassive Black Hole. *ApJ Lett.* **875**, id. L1 (2019).
2. Event Horizon Telescope Collaboration. First M87 event horizon telescope results. V. Physical origin of the asymmetric ring. *ApJ Lett.* **875**, id. L5 (2019).
3. Y. Mizuno *et al.* The current ability to test theories of gravity with Black Hole shadows. *Nat. Astron.* **2**, 585 (2018).
4. C.M. Will. The confrontation between general relativity and experiment. *Liv. Rev. Relativ.* **17**, 4 (2014) [arXiv:1403.7377].
5. E. Berti, E. Barausse, V. Cardoso *et al.* Testing general relativity with present and future astrophysical observations. *Class. Quant. Grav.* **32**, 243001 (2015) [arXiv:1501.07274].
6. A. Linde. Inflationary cosmology. *Lect. Notes Phys.* **738**, 1 (2008) [arXiv:0705.0164].
7. B. Novosyadlyi, V. Pelykh, Yu. Shtanov, A. Zhuk. *Dark Energy and Dark Matter of the Universe* (In three volumes). Vol. 1. Dark Matter: Observational Evidence and Theoretical Models. Ed. V. Shulga (Akadempriodyka, 2013) [arXiv:1502.04177].
8. K. Vamba, S. Capozziello, S. Nojiri, S.D. Odintsov. Dark energy cosmology: The equivalent description via different theoretical models and cosmography tests. *Ap. Sp. Sci.* **342**, 155 (2012) [arXiv:1205.3421].
9. J.D. Bekenstein. Transcendence of the law of baryon-number conservation in black-hole physics. *Phys. Rev. Lett.* **28**, 452 (1972).
10. J.D. Bekenstein. Nonexistence of baryon number for black holes. II. *Phys. Rev. D* **5**, 1239, 2403 (1972).
11. I.Z. Fisher. Scalar mesostatic field with regard for gravitational effects. *Zh. Exp. Theor. Phys.* **18**, 636-640 (1948) [arXiv:gr-qc/9911008].
12. A.I. Janis, E.T. Newman, J. Winicour. Reality of the Schwarzschild singularity. *J. Phys. Rev. Lett.* **20**, 878 (1968).
13. M. Wyman. Static spherically symmetric scalar fields in general relativity. *Phys. Rev. D* **24**, 839 (1981).
14. K.S. Virbhadra. Janis–Newman–Winicour and Wyman solutions are the same. *Int. J. Mod. Phys. A* **12**, 4831 (1997).
15. R.A. Asanov. Point source of massive scalar field in gravitational theory. *Teor. Matem. Fiz.* **20**, 1, (1974).
16. O.S. Stashko, V.I. Zhdanov. Disconnected regions of stable circular orbits in presence of massive scalar field. *Odessa Astron. Publ.* **30**, (2017).
17. O.S. Stashko, V.I. Zhdanov. Spherically symmetric configurations of General Relativity in presence of scalar fields: separation of circular orbits. *Gen. Rel. Grav.* **50**, id. 105 (2018).
18. O.S. Stashko, V.I. Zhdanov. Spherically symmetric configurations in general relativity in the presence of a linear massive scalar field: Separation of a distribution of test body circular orbits. *Ukr. J. Phys.* **64**, No. 3, 189 (2019).
19. D. Solov'yev, A. Tsirulev. General properties and exact models of static self-gravitating scalar field configurations. *Classic. Quant. Grav.* **29**, id. 055013 (2012).
20. Z. Stuchlík, J. Schee. Appearance of Keplerian discs orbiting Kerr superspinars. *Classic. Quant. Grav.* **27**, id. 215017 (2010) [arXiv:1101.3569].
21. A.N. Chowdhury, M. Patil, D. Malafarina, P.S. Joshi. Circular geodesics and accretion disks in Janis–Newman–Winicour and Gamma metric. *Phys. Rev. D* **85**, id. 104031 (2012) [arXiv:1112.2522].
22. R.S.S. Vieira, J. Schee, W. Kluzniak, Z. Stuchlík. Circular geodesics of naked singularities in the Kehagias–Sfetsos metric of Horava’s gravity. *Phys. Rev. D* **99** id. 024035 (2014) [arXiv:1311.5820].
23. K. Boshkayev, E. Gasperin, A.C. Gutierrez-Pineros, H. Quevedo, S. Toktarbay. Motion of test particles in the field of a naked singularity. *Phys. Rev. D* **93**, id. 024024 (2016) [arXiv:1509.03827].
24. V.V. Nikonov, Ju.V. Tchamarina, A.N. Tsirulev. A two-parameter family of exact asymptotically flat solutions to the Einstein-scalar field equations. *Classic. Quant. Grav.* **25**, id. 138001 (2008).

Одержано 29.08.19

*O.S. Stashko, V.I. Zhdanov*

BLACK HOLE MIMICKERS  
IN ASTROPHYSICAL CONFIGURATIONS  
WITH SCALAR FIELDS

S u m m a r y

We study static spherically symmetric configurations of General Relativity in the presence of one scalar field (SF). For a monomial SF potential, the solutions of the Einstein SF equations are obtained numerically; then we get distributions of sta-

ble circular orbits around the configuration and build images of the corresponding “accretion disks” from the perspective of a distant observer. We discuss also a similar problem in the case of analytic solution with a specially selected SF potential that allows the existence of a black hole at the center. We show that the images are similar in many cases to the case of ordinary Schwarzschild black hole with a luminous ring and a dark spot at the center. On the other hand, a certain selection of model parameters leads to specific features in these images that may help to exclude some exotic models.