

Д.В. ПОДАНЧУК, А.О. ГОЛОБОРОДЬКО, М.М. КОТОВ, Д.А. ПЕТРІВ
Київський національний університет імені Тараса Шевченка,
факультет радіофізики, електроніки та комп'ютерних систем,
лабораторія оптичної та мікрохвильової обробки інформації та теорії середовищ
(Вул. Володимирська, 64/13, Київ 01601; e-mail: anjol@univ.kiev.ua)

СЕНСОР ТАЛБОТА ІЗ АДАПТАЦІЄЮ ДИФРАКЦІЙНОЇ ҐРАТКИ ДО АБЕРАЦІЙ ДОСЛІДЖУВАНОВОГО ХВИЛЬОВОГО ФРОНТУ

УДК 539

В роботі приведено результати моделювання роботи адаптивного сенсора на основі ефекту Талбота. У моделі змінювався період вхідної ґратки залежно від аберацій досліджуваного хвильового фронту при незмінній площині спостереження, яка відповідає площині Талбота для плоскої хвилі. На прикладі сферичного та астигматичного хвильового фронтів показано, що за допомогою такого методу можна в декілька разів розширити діапазон вимірювань сенсора, зберігаючи при цьому необхідну кутову чутливість.

Ключові слова: хвильовий фронт, ефект Талбота, сенсор хвильового фронту.

1. Вступ

Оптична діагностика неоднорідних об'єктів передбачає дослідження характеристик оптичного випромінювання, яке пройшло чи відбите від його поверхні [1–3]. Поширеним методом у даний час є визначення аберацій досліджуваного світлового пучка за допомогою сенсорів хвильового фронту [4]. Одним із перспективних сенсорів для досягнення цієї мети слід вважати сенсор на основі ефекту Талбота [5]. Принцип його роботи полягає у такому: при освітленні періодичної ґратки монохроматичною хвилею з абераціями зображення в площині Талбота спотворюється [6, 7], при цьому реконструкція вхідного хвильового фронту проводиться шляхом порівняння з зображенням ґратки в площині Талбота плоскої електромагнітної хвилі (аналогічно до реконструкції, що використовується в сенсорі Шека–Хартмана). Водночас, сенсор, заснований на ефекті Талбота, має кращу просторову роздільну здатність та є більш простим у ре-

алізації [8]. Це пов'язано з тим, що у ролі вхідного елемента можна використовувати бінарні ґратки із значно меншим періодом, ніж розмір мікролінзи в матриці, і вони значно простіші у виготовленні.

Принциповою особливістю сенсора Талбота, як і сенсора Шека–Хартмана, є протиріччя між кутовою чутливістю та кутовим вимірювальним діапазоном [9]. При зменшенні періоду ґратки збільшується діапазон вимірювань, але втрачається необхідна кутова чутливість. І навпаки, при збільшенні періоду ґратки чутливість сенсора зростає, але діапазон вимірювань зменшується. Ця проблема може бути вирішена за умови використання голографічних матриць мікролінз в сенсорі Шека–Хартмана [10] та голографічних ґраток в сенсорі Талбота [11]. Однак це доволі трудомістка процедура. У даній роботі розглянута можливість більш простої адаптації сенсора Талбота до змін хвильового фронту, що досліджується.

2. Основні співвідношення

Розрахунок дифракційної картини в площині Талбота будемо проводити, використовуючи наближе-

© Д.В. ПОДАНЧУК, А.О. ГОЛОБОРОДЬКО,
М.М. КОТОВ, Д.А. ПЕТРІВ, 2015

ння, що дається принципом Гюейнса—Френеля [4]. Будемо вважати, що плоска хвиля U_0 нормально падає на двовимірну періодичну структуру з комплексним амплітудним пропусканням $T(x, y)$:

$$T(x, y) = \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} A_n A_m e^{i \frac{2\pi}{\Delta} (nx+my)}, \quad (1)$$

де Δ – період структури; A_n та A_m – коефіцієнти розкладу. При цьому отримане зображення в площині Талбота:

$$Z_T = 2\Delta^2/\lambda, \quad (2)$$

де λ – довжина хвилі; відтворить періодичну структуру (1):

$$U(x, y|Z_T) = U_0 e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} Z_T} \times \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} A_n A_m e^{i 2\pi \frac{n(x+\Delta)+m(y+\Delta)}{\Delta}}, \quad (3)$$

що еквівалентно:

$$U(x, y|Z_T) = U_0 e^{-j \frac{2\pi}{\lambda} Z_T} T(x, y). \quad (4)$$

Таке самовідтворення ґратки і називається ефектом Талбота [12]. При освітленні ґратки хвилею з характерними ортогональними радіусами кривизни R_X та R_Y амплітуду падаючої світлової хвилі можна подати у такому вигляді [13]:

$$U_D(x, y|0) = U_0 e^{i \frac{\pi x^2}{\lambda R_X}} e^{j \frac{\pi y^2}{\lambda R_Y}}, \quad (5)$$

а розподіл поля в площині Талбота зміниться:

$$U(x, y|Z_T) = U_D(x, y|0) e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} Z_T} \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{i \frac{\pi R_X n}{Z_T + R_X} \left(\frac{2x}{\Delta} - \frac{\lambda Z_T n}{d^2} \right)} \times \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m e^{i \frac{\pi R_Y m}{Z_T + R_Y} \left(\frac{2y}{\Delta} - \frac{\lambda Z_T m}{d^2} \right)}, \quad (6)$$

де d – розмір прозорої частини. В цьому випадку аргумент експоненти в (5) стає кратним 2π лише в площинах:

$$Z_{X,Y} = \frac{Z_T}{1 - \frac{Z_T}{R_{X,Y}}}, \quad (7)$$

а зображення в площині Талбота вже буде розмитим. Тому у випадку різної кривизни в ортогональних напрямках не існує єдиного періоду ґратки, який відновлює положення площини різкості. Тобто для отримання частково самовідтвореного зображення потрібно зміщувати фотоприймач у площину Z_X чи Z_Y , що потребує достатньо багато часу.

Варто зазначити, що вираз (5) справедливий лише у малокутовому наближенні $d \gg n\lambda$. Таким чином, для спостереження ефекту необхідно, щоб просторовий спектр ґратки (1) не містив значних A_n при $n > 0,1d/\lambda$ [7]. При цьому, як показано в [14], поперечне зміщення зображень отворів визначається середнім локальним нахилом в межах 3-4 отворів ґратки, а зміна їх форми визначається саме аберациями другого порядку.

Ідея адаптації сенсора Талбота полягає у такому. Залишаючи фотоприймач у площині Z_T змінювати період вхідної ґратки залежно від кривизни досліджуваного хвильового фронту. Необхідно, щоб площина спостереження була ефективною площиною Талбота для падаючого хвильового фронту. Тоді для сферичної хвилі з радіусом R період визначатиметься таким співвідношенням:

$$\Delta_R = \sqrt{\frac{Z_T R \lambda}{2(Z_T + R)}}, \quad (8)$$

а для астигматичної, що характеризується двома радіусами кривизни R_X та R_Y , ґратка повинна мати різні періоди по відповідних осях:

$$\Delta_{X,Y} = \sqrt{\frac{Z_T R_{X,Y} \lambda}{2(Z_T + R_{X,Y})}}. \quad (9)$$

Як видно, тепер періоди ґратки по осях x та y не збігаються. При цьому освітлення такої ґратки астигматичною хвилею відновить періодичну структуру в площині Талбота. Таким чином, враховуючи сказане вище, можна говорити про ефект Талбота для “деформованої” ґратки.

Ми використовували ітераційний метод розширення діапазону вимірювань [15]. Метод полягає в тому, що за опорний вибирається хвильовий фронт з кривизною, що лежить за межами діапазону в нульовій ітерації, і береться нова ґратка з таким періодом, щоб ефективно відстань Талбота для нового опорного хвильового фронту бу-

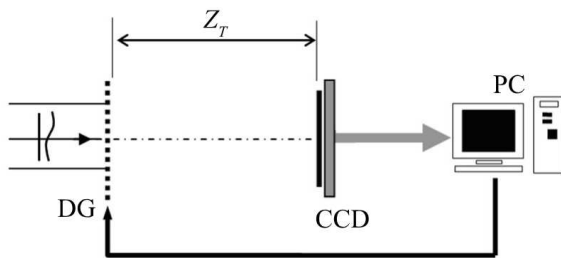


Рис. 1. Структурна схема адаптивного сенсора Талбота, що була використана у моделюванні

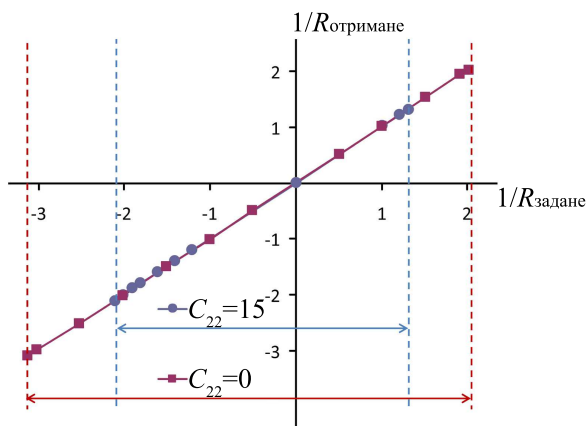


Рис. 2. Оцінка вимірювальних діапазонів кривизни хвилі з відсутнім астигматизмом ($C_{22} = 0$) та зі сталим астигматизмом ($C_{22} = 15$)

ла рівна відстані від ґратки до площини спостереження в попередній ітерації. Кривизну хвильового фронту, що вимірюється, отримуємо, додавши до результату відновлення хвильового фронту кривизну опорного хвильового фронту. Вимірювальні діапазони сусідніх ітерацій перекриваються так, що в межах перекриття можна відновити аберації з максимально можливою точністю в одній з ітерацій. Таким чином, сенсор Талбота можна адаптувати до величини кривизни хвильового фронту, не змінюючи при цьому площину спостереження.

3. Результати та їх обговорення

Деякі можливості адаптивного сенсора Талбота було досліджено шляхом моделювання експерименту згідно з формулами амплітудного розподілу у площині Талбота (3) та (5). Змодельована схема установки наведена на рис. 1. На дифракцій-

ну ґратку (DG) падає досліджуваний хвильовий фронт, зображення реєструється на відстані Талбота фотоприймачем (CCD). В залежності від кривизни падаючої хвилі комп'ютер (PC) змінює період ґратки.

Моделювання складається з таких послідовних етапів: ініціалізації хвильового фронту; розрахунків освітленості в площині зображення на відстані Талбота; визначення локальних зміщень точок зображення; реконструкція хвильового фронту; порівняння відновленого хвильового фронту з вхідним. Було досліджено величину діапазонів вимірювання сферичного хвильового фронту з астигматизмом та без. Розмірність ґратки 25×25 періодів. Аберації хвильового фронту задавались відповідними поліномами Церніке [16]:

$$Z_{20}(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{r^2}, \quad (10)$$

$$Z_{22}(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{r^2}, \quad (11)$$

де $r = 2$ мм – радіус апертури сенсора. А коефіцієнти аберацій задаються радіусами R_{20} , що відповідає радіусу для дефокусування $R = R_{20}$ у (7), та R_{22} , що відповідає радіусам для астигматизму $R_x = -R_y = R_{22}$ у (8). Таким чином, коефіцієнти аберацій дефокусування C_{20} :

$$C_{20} = \frac{\pi r^2}{2\lambda R_{20}}, \quad (12)$$

астигматизму C_{22} :

$$C_{22} = \frac{\pi r^2}{\lambda R_{22}}, \quad (13)$$

визначаються характерними радіусами кривизни сферичного R_{20} і астигматичного R_{22} хвильових фронтів.

Результати модельних вимірювань наведені на рис. 2.

Видно, що без астигматизму сенсор працює в діапазоні від $C_{20} = -31$ ($1/R = -3,12 \text{ м}^{-1}$) до $C_{20} = 20$ ($1/R = 2,02 \text{ м}^{-1}$), а для хвилі з астигматизмом ($C_{22} = 15$) – від $C_{20} = -21$ ($1/R = -2,11 \text{ м}^{-1}$) до $C_{20} = 13$ ($1/R = 1,31 \text{ м}^{-1}$). Варто зазначити, що за відсутності астигматизму сенсор Талбота має більший вимірювальний діапазон.

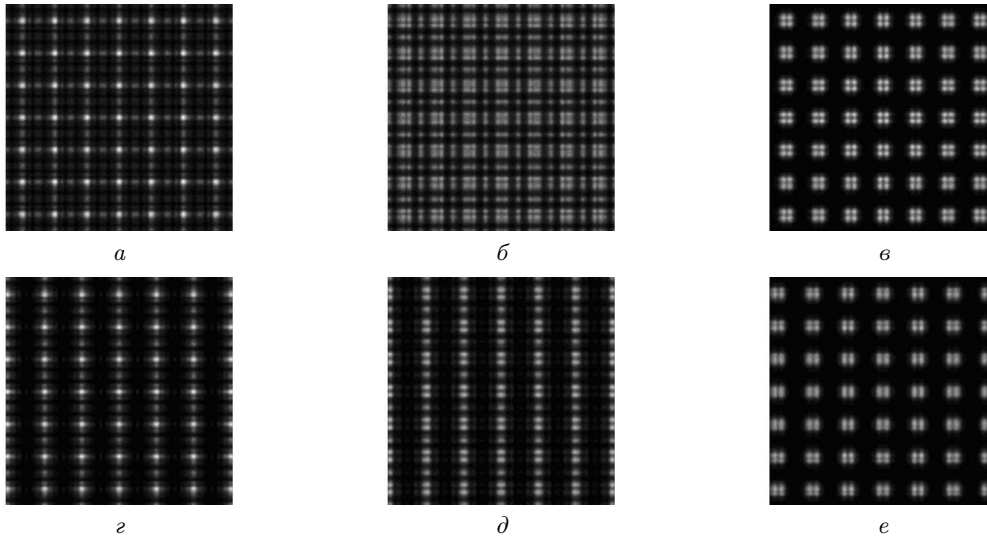


Рис. 3. Фрагменти зображень в площині спостереження Талбота ґраток з різними періодами освітлених хвилями з аберраціями: *a* – $\Delta = 160$ мкм, $C_{20} = 20$, $C_{22} = 0$; *б* – $\Delta = 160$ мкм, $C_{20} = 22$, $C_{22} = 0$; *в* – $\Delta = 174,88$ мкм, $C_{20} = 22$, $C_{22} = 0$; *г* – $\Delta = 160$ мкм, $C_{20} = 13$, $C_{22} = 15$; *д* – $\Delta = 160$ мкм, $C_{20} = 15$, $C_{22} = 15$; *е* – $\Delta_X = 163,71$ мкм, $\Delta_Y = 175,31$ мкм, $C_{20} = 15$, $C_{22} = 15$

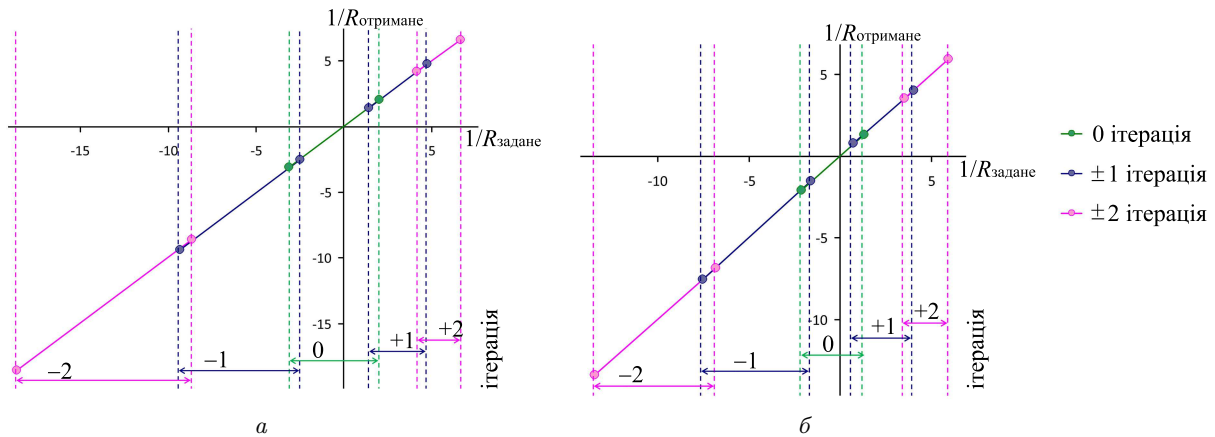


Рис. 4. Діапазон вимірювань кривизни сферичного ($C_{22} = 0$) (*a*) та астигматичного ($C_{22} = 15$) (*б*) хвильових фронтів адаптивним сенсором Талбота

Ітераційний алгоритм вимірювання оптичного хвильового фронту з аберраціями

Ітерація	$C_{22} = 0$					$C_{22} = 15$					
	C_{20}	$1/R$, м ⁻¹	Δ , мкм	$1/R$ min, м ⁻¹	$1/R$ max, м ⁻¹	C_{20}	$1/R$, м ⁻¹	Δ_X , мкм	Δ_Y , мкм	$1/R$ min, м ⁻¹	$1/R$ max, м ⁻¹
0	0		160	-3,09	2,01	0		160	160	-2,12	1,30
+1	30	3,02	183,12	1,41	4,75	25	2,52	172,79	186,61	0,77	4,02
-1	-50	-5,04	134,49	-9,39	-2,53	-40	-4,03	136,46	142,97	-7,55	-1,56
+2	50	5,04	206,49	4,18	6,61	50	5,04	199,8	222,08	3,54	5,93
-2	-110	-11,08	115,95	-18,6	-8,63	-100	-10,08	116,82	120,82	-13,42	-6,87

На рис. 3 наведено фрагменти зображень ґратки на границях діапазонів (a, ε) та за його межами (b, δ). Зображення на рис. 3, b, δ спотворені настільки, що хвильовий фронт поміряти неможливо. Щоб його поміряти не змінюючи положення площини спостереження, змінюємо період ґратки таким чином, щоб площина спостереження була ефективною площиною Талбота для хвильових фронтів з абераціями, що відповідають границі діапазону. Тоді, якщо взяти ці хвильові фронти за опорні, діапазон вимірювань зсувається і ми можемо відновити хвильовий фронт, що лежав за межами попереднього діапазону (ε, e).

В наступному моделюванні експерименту було застосовано ітераційний метод для розширення діапазонів вимірювань, наведених на рис. 2. Опорний хвильовий фронт та період ґратки в кожній з ітерацій вибирались таким чином, щоб вимірювальні діапазони сусідніх ітерацій перекривались. Параметри адаптивного сенсора для кожної з ітерацій з наведено в таблиці, відповідні вимірювальні діапазони зображені на рис. 4.

Отриманий сумарний діапазон сенсора з нульовим астигматизмом становить від $C_{20} = -185$ ($1/R = -18,6 \text{ м}^{-1}$) до $C_{20} = 66$ ($1/R = 6,61 \text{ м}^{-1}$), а з астигматизмом $C_{22} = 15$ – від $C_{20} = -120$ ($1/R = -13,42 \text{ м}^{-1}$) до $C_{20} = 58$ ($1/R = -5,93 \text{ м}^{-1}$).

Таким чином, динамічний діапазон адаптивного сенсора на ефекті Талбота збільшено в 5 разів у випадку для оптичної хвилі без астигматизму та в 5,6 разів для хвилі з астигматизмом ($C_{22} = 15$).

4. Висновки

Вперше запропоновано та продемонстровано новий метод вимірювання аберацій хвильового фронту, що ґрунтується на спостереженні ефекту Талбота при адаптації дифракційної ґратки до кривизни досліджуваної хвилі. Показано, що за допомогою адаптивного сенсора Талбота можна в декілька разів розширити діапазон вимірювань сенсора, зберігаючи при цьому необхідну кутову чутливість. Продемонстрована можливість самовідтворення деформованої ґратки (з різними співвідношенням періодів по осях) астигматичним хвильовим фронтом. Слід відзначити перспективність застосування запропоновано-

го методу у вирішенні задач адаптивної оптики за умови використання дифракційних ґраток на базі динамічних просторових модуляторів світла.

Автори висловлюють щирю вдячність академіку НАН України М.Г.Находкіну, який був ініціатором проведення низки досліджень залежності властивостей полів, розсіяних структурованими та випадковими середовищами.

1. O. Azucena, J. Crest, S. Kotadia, W. Sullivan, X. Tao, M. Reinig, D. Gavel, S. Olivier, and J. Kubby, *Optics Letters* **36**, 825 (2011).
2. A.A. Goloborodko, V.N. Kurashov, D.V. Podanchuk, and N.S. Sutyagina, *Proc. of SPIE*. **7008**, 70081S (2008).
3. S. Manzanera, C. Canovas, P. M. Prieto, and P. Artal, *Optics Express*. **16**, 7748 (2008).
4. G. Rousset, *Adaptive Optics for Astronomy*, edited by D.M. Alloin, J.-M. Mariotti (NATO ASI Series: Kluwer Academic Publ., 1994), p. 116.
5. A. Koryakovskiy, and V. Marchenko, *Technical Physics* **51**, 1432 (1981).
6. R. Sekine, T. Shibuya, K. Ukai, S. Komatsu, M. Hattori, T. Mihashi, N. Nakazawa, and Y. Hirihara, *Opt. Rev.* **13**, 207 (2006).
7. D. Podanchuk, A. Kovalenko, V. Kurashov, M. Kotov, A. Goloborodko, and V. Danko, *ot. R. Astron. Soc.* **371**, 323 (2006).
8. D.V. Podanchuk, V.N. Kurashov, A.A. Goloborodko, V.P. Dan'ko, M.M. Kotov, and O.O. Parhomenko, *Proc. of SPIE* **8338**, 83380G (2011).
9. A. Goloborodko, V. Grygoruk, M. Kotov, V. Kurashov, D. Podanchuk, and N. Sutyagina, *Ukr. J. Phys.* **53**, 946 (2008).
10. J.-Y. Son, D. Podanchuk, V. Dan'ko, and K.-D. Kwak, *Opt. Eng.* **42**, 3389 (2003).
11. D. Podanchuk, V. Kurashov, A. Goloborodko, V. Dan'ko, M. Kotov, and N. Goloborodko, *Appl. Opt.* **51**, C125 (2012).
12. P. Latimer and R. F. Crouse, *Appl. Opt.* **31**, 80 (1992).
13. J.W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics* (McGraw-Hill, N.Y., 1996).
14. A. Kovalenko, M. Kotov, V. Kurashov, and M. Movchan, *Proc. of SPIE*. **9066**, 90660R (2013).
15. D.V. Podanchuk, V. P.Dan'ko, A.A. Goloborodko, and N.S. Sutyagina, *Proc. of SPIE*. **7388**, 73880Q (2009).
16. L. Lundström and P. Unsbo, *J. Opt. Soc. Am. A* **24**, 569 (2007).

Одержано 23.10.14

*Д.В. Поданчук,
А.А. Голобородько, М.Н. Котов, Д.А. Петрів*

СЕНСОР ТАЛБОТА С АДАПТАЦИЕЙ
ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЕТКИ К АБЕРРАЦИЯМ
ИССЛЕДУЕМОГО ВОЛНОВОГО ФРОНТА

Резюме

В работе приведены результаты моделирования работы адаптивного сенсора на эффекте Талбота. В модели изменялся период входной решетки в зависимости от aberrаций исследуемого волнового фронта при неизменной плоскости наблюдения, соответствующей плоскости Талбота для плоской волны. На примере сферического и астигматического волнового фронтов показано, что с помощью такого метода можно в несколько раз расширить диапазон измерений сенсора, сохраняя при этом необходимую угловую чувствительность.

*D. V. Podanchuk,
A. A. Goloborodko, M. M. Kotov, D. A. Petriv*

TALBOT SENSOR WITH DIFFRACTION
GRATING ADAPTATION TO WAVEFRONT
ABERRATIONS

S u m m a r y

The results obtained at simulating the functioning of an adaptive sensor based on the Talbot effect are reported. The input grating period was varied depending on the examined wavefront shape and provided the constant observation plane corresponding to the Talbot plane for a plane wave. Using the spherical and astigmatic wavefronts as an example, it is shown that this method can make the sensor measurement range several times wider, by retaining the original angular sensitivity.