

В.Ю. ДЕНИСОВ, Т.О. МАРГІТИЧ  
 Інститут ядерних досліджень НАН України  
 (Просп. Науки, 47, Київ 03680)

## МІНІМАЛЬНА ВИСОТА БАР'ЄРА ДЛЯ СИМЕТРИЧНИХ ТА НЕСИМЕТРИЧНИХ СИСТЕМ ЯДЕР

УДК 539.1, 539.17

*Досліджено потенціал взаємодії симетричних та несиметричних систем двох ядер з урахуванням параметрів квадрупольної, октупольної та гексадекапольної динамічних деформацій ядер. Розглянуто вплив динамічних деформацій поверхні ядра з різною мультипольністю на висоту бар'єра та енергію взаємодії двох ядер, а також знайдено значення параметрів таких деформацій для бар'єрів з найменшою висотою.*

*Ключові слова:* потенціал взаємодії, повна енергія взаємодії ядер, квадрупольна, октупольна, гексадекапольна деформації ядер, висота бар'єра.

### 1. Вступ

Потенціал ядерно-ядерної взаємодії є важливим при описі зіткнень важких йонів та формуванні компаунд-ядер [1, 2]. Висота бар'єра такого потенціалу визначає механізми та ймовірність ядерних реакцій, реакцій підбар'єрного злиття, синтезу надважких елементів та різноманітних навколобар'єрних реакцій [2–18].

Висота бар'єра ядро-ядерного потенціалу залежить від деформації ядер та їх взаємної орієнтації [2, 10–12, 14, 18]. Мінімальну висоту бар'єра ядер з урахуванням лише квадрупольної деформації детально досліджено у роботі [19]. У даній роботі вивчається вплив деформації поверхонь ядер різного типу на потенціал взаємодії симетричних та несиметричних систем з легких та важких ядер. Детально досліджується мінімальна висота бар'єра енергії взаємодії двох ядер, з урахуванням квадрупольної, октупольної та гексадекапольної деформацій поверхні обох ядер. Для цього було обчислено енергію взаємодії для систем двох ядер з деформацією поверхні мультипольності  $l = 2, 3, 4$ .

### 2. Взаємодія ядер з динамічним збуренням поверхні

Для обчислення мінімальної висоти бар'єра при зіттовхуванні двох ядер необхідно врахувати їх динамічні деформації. Повну потенціальну енергію взаємодії ядер визначаємо як суму кулонівського і ядерного потенціалів та енергію деформації кожного з ядер:

$$\begin{aligned} V_{\text{full}}(R, \theta_1, \theta_2, \phi, \beta_{i2}, \beta_{i3}, \beta_{i4}) = & \\ = V_{\text{coul}}(R, \theta_1, \theta_2, \phi, \beta_{i2}, \beta_{i3}, \beta_{i4}) + & \\ + V_{\text{nucl}}(R, \theta_1, \theta_2, \phi, \beta_{i2}, \beta_{i3}, \beta_{i4}) + & \\ + V_{\text{def}}(\beta_{i2}, \beta_{i3}, \beta_{i4}), & \end{aligned} \quad (1)$$

де  $R$  – відстань між центрами мас ядер,  $\theta_1, \theta_2, \phi$  – кути відносної орієнтації деформованих аксіально-симетричних ядер,  $\beta_{i2}, \beta_{i3}, \beta_{i4}$  – параметри квадрупольної, октупольної та гексадекапольної динамічних деформацій поверхні відповідного ядра ( $i = 1, 2$ ), які параметризують радіус поверхні ядер:

$$\begin{aligned} R_i(\theta_0) = R_{i0} [1 + \beta_{i2} Y_{20}(\theta_0) + & \\ + \beta_{i3} Y_{30}(\theta_0) + \beta_{i4} Y_{40}(\theta_0)]. & \end{aligned} \quad (2)$$

Тут  $R_{i0}$  – радіус  $i$ -го ядра у сферичному наближенні,  $Y_{l0}(\theta)$  – сферичні гармоніки мультипольності  $l$  [20]. Мультипольні динамічні деформації ядер виникають динамічно, як результат їх взаємодії при наближенні. Кут  $\theta_0$  визначений у внутрішній системі координат  $i$ -го ядра. Кутами  $\theta_1$  і  $\theta_2$  задається орієнтація осей симетрії деформованих ядер відносно осі, що проходить через їхні центри мас, а кут  $\phi$  описує орієнтацію даних осей у площині, яка перпендикулярна осі, що проходить через їхні центри мас.

Кулонівський потенціал взаємодії двох аксіально-деформованих ядер залежить від кутів, що задають взаємну орієнтацію ядер у просторі та параметрів квадрупольної деформації ядер, і має вигляд [2, 10, 11, 14, 19]:

$$\begin{aligned} V_{\text{coul}}(R, \theta_1, \theta_2, \phi, \beta_{i2}, \beta_{i3}, \beta_{i4}) = \\ = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R} \left\{ 1 + \sum_{l=2,3,4} [f_{1l}(R, \theta_1, R_{10})\beta_{1l} + \right. \\ + f_{1l}(R, \theta_2, R_{20})\beta_{2l}] + f_2(R, \theta_1, R_{10})\beta_{12}^2 + \\ + f_2(R, \theta_2, R_{20})\beta_{22}^2 + f_3(R, \theta_1, R_{10}, \theta_2, R_{20})\beta_{12}\beta_{22} + \\ \left. + f_4(R, \theta_1, R_{10}, \phi, \theta_2, R_{20})\beta_{12}\beta_{22} \right\}, \quad (3) \end{aligned}$$

де  $Z_1$  та  $Z_2$  – кількість протонів у відповідному ядрі,  $e$  – заряд протона,

$$f_{1l}(R, \theta_i, R_{i0}) = \frac{3R_{i0}^l}{(2l+1)R^l} Y_{l0}(\theta_i), \quad (4)$$

$$f_2(R, \theta_i, R_{i0}) = \frac{6\sqrt{5}R_{i0}^2}{35\sqrt{\pi}R^2} Y_{20}(\theta_i) + \frac{3R_{i0}^4}{7\sqrt{\pi}R^4} Y_{40}(\theta_i), \quad (5)$$

$$\begin{aligned} f_3(R, \theta_1, R_{10}, \theta_2, R_{20}) = \frac{27R_{10}^2 R_{20}^2}{80\pi R^4} + \\ + [17 \cos^2(\theta_1) \cos^2(\theta_2) - 5 \cos^2(\theta_1) - 5 \cos^2(\theta_2) + 1], \quad (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_4(R, \theta_1, R_{10}, \phi, \theta_2, R_{20}) = \\ = \frac{27R_{10}^2 R_{20}^2}{40\pi R^4} [\cos^2(\phi) \sin^2(\theta_1) \sin^2(\theta_2) - \\ - 2 \cos(\phi) \sin(2\theta_1) \sin(2\theta_2)] \quad (7) \end{aligned}$$

– функції, які описують залежність потенціалу від орієнтації кутів.

Цей вираз враховує всі лінійні та квадратичні члени за параметром квадрупольної деформації

кожного із ядер. Значення октупольної та гексадекапольної деформацій, як правило, менші за квадрупольну деформацію і пов'язані співвідношенням  $\beta_{i2}^2 \approx \beta_{i>2}$ . Таким чином, вираз, що містить одночасно лінійні та квадратичні члени квадрупольної деформації, а також лінійні члени з параметрами деформацій вищих мультипольностей, має точність порядку  $\beta_{i2}^2$ . Наступні її члени будуть з поправкою порядку  $\beta_{i2}^3$  (або  $\beta_2\beta_{i>2}$ ), тобто замалі, щоб значно впливати на величину енергії взаємодії деформованих ядер. Значення деформації  $\beta_{i>4}$ , як правило, менші за гексадекапольну деформацію, тому цими деформаціями ми нехтуємо.

Відзначимо, що при появі у ядер квадрупольної (гексадекапольної) та октупольної деформації, відбувається зсув центра мас [2]. Для того, щоб центр мас не зміщувався, вводять дипольну деформацію, яка пов'язана з квадрупольною (гексадекапольною) та октупольною деформаціями співвідношенням  $\beta_{i1} \sim -\beta_{i2(4)}\beta_{i3}$  [2]. Оскільки  $\beta_{i2}^2 \approx \beta_{i>2}$ , то величина дипольної деформації  $\beta_{i1} \sim -\beta_{i2(4)}\beta_{i3} \sim -\beta_{i2}^3$ . Членами порядку  $\beta_{i2}^3$  нехтували, тому членами з дипольною деформацією та зсувом центра мас ядер ми також нехтуємо.

Ядерна частина енергії взаємодії ядер отримана у наближенні так званої теореми близькості [21] і пропорційна потенціалу взаємодії сферичних ядер  $V(R)$ :

$$V_{\text{nuc1}}(R, \theta_1, \theta_2, \phi, \beta_{12}, \beta_{22}) = \frac{C_{10} + C_{20}}{C_{\text{def}}} V(R), \quad (8)$$

де  $C_{\text{def}} = \left[ (C_1^{\parallel} + C_2^{\parallel}) (C_1^{\perp} + C_2^{\perp}) \right]^{1/2}$  – узагальнена кривизна,  $C_{i0} = 1/R_{i0}$  – кривизна  $i$ -го сферичного ядра,  $V(R)$  – ядерна частина потенціалу взаємодії сферичних ядер, для яких відстань між поверхнями  $d$  така, як і для деформованих ядер, а відстань між центрами мас взаємодіючих сферичних ядер дорівнює  $R = R_1 + R_2 + d$ .

Потенціал взаємодії сферичних ядер беремо з роботи [22]:

$$\begin{aligned} V(R) = -1,989843CF(s) [1 + 0,003525139 \times \\ \times (A_1/A_2 + A_2/A_1)^{3/2} - 0,4113263(I_1 + I_2)], \quad (9) \end{aligned}$$

де  $C = R_1 R_2 / R_{12}$ ,  $s = R - R_{12} - 2,65$  ФМ,  $R_{12} = R_1 + R_2$ ,

$$\begin{aligned} R_{i0} = R_{ip}(1 - 3,413817/R_{ip}^2) + 1,284589 \times \\ \times (I_i - 0,4A_i/(A_i + 200)). \quad (10) \end{aligned}$$

Радіус протонної поверхні  $R_{ip}$  в (10) дорівнює:

$$R_{ip} = 1,24 A_i^{1/3} (1 + 1,646/A_i - 0,191 I_i), \quad (11)$$

де  $A_i$  та  $N_i$  – кількість нуклонів та нейтронів у кожному ядрі, а параметр  $I_i = (N_i - Z_i)/A_i$ . Функція  $F(s)$  для випадку  $s \geq 0$  (ядра знаходяться на великій відстані) була апроксимована експоненціальною залежністю:

$$F(s) = \left\{ 1 - s^2 \left[ 0,0541026 C \exp\left(-\frac{s}{1,760580}\right) - 0,5395420 (I_1 + I_2) \exp\left(-\frac{s}{2,424408}\right) \right] \right\} \times \exp\left(\frac{-s}{0,7881663}\right), \quad (12)$$

а для малих відстаней між ядрами  $5,65 \leq s \leq 0$  функція  $F(s)$  параметризується поліномом:

$$F(s) = 1 - \frac{s}{0,7881663} + 1,229218 s^2 - 0,2234277 s^3 - 0,1038769 s^4 - C (0,1844935 s^2 + 0,07570101 s^3) + (I_1 + I_2) (0,04470645 s^2 + 0,03346870 s^3). \quad (13)$$

За допомогою цього потенціалу добре описано емпіричні бар'єри між сферичними ядрами [22].

Узагальнена кривизна  $C_{\text{def}}$  в (8) пов'язана з кривизнами  $C_i^{\parallel}$ ,  $C_i^{\perp}$  поверхонь  $i$ -го ядра у найближчих їх точках, вирази для цих параметрів мають вигляд [10]:

$$C_1^{\parallel} = k_1 + k'_1, \quad C_1^{\perp} = k_1 - k'_1, \quad (14)$$

$$C_2^{\parallel} = k_2 + k'_2 \cos(2\phi), \quad C_2^{\perp} = k_2 - k'_2 \cos(2\phi). \quad (15)$$

Параметри кривизни  $k_i$ ,  $k'_i$  залежать від деформаційних параметрів та кутів, що задають положення ядер у просторі:

$$k_i(R_{i0}, \beta_{i2}, \eta', ) \approx C_{i0} \left[ 1 + \sum_{l=2,3,4} \frac{l(l+1)-2}{2} \times \beta_{il} Y_{l0}(\eta') - 5 \beta_{i2}^2 (Y_{20}(\eta'))^2 + \frac{\beta_{i2}^2}{4\pi} \right], \quad (16)$$

$$k'_i(R_{i0}, \beta_{i2}, \eta') \approx -C_{i0} \frac{3}{8\pi} \cos^2(\eta') \times \left[ 2\sqrt{5\pi} \beta_{20} + 5\beta_{20}^2 - 30 \cos^2(\eta') \beta_{20}^2 + \right.$$

$$\left. + 15\sqrt{\pi} \beta_{40} (7 \cos^2(\eta') - 1) \right], \quad (17)$$

де  $\eta'$  – кут у власній системі координат, що задає точку на поверхні ядра, яка розташована найближче до поверхні іншого ядра.

У моделі рідкої краплі у випадку аксіальної мультипольної деформації поверхні ядра енергія деформації дорівнює [23, 24]:

$$V_{\text{def}}(\beta_{1l}, \beta_{2l}) = \frac{1}{2} \sum_{l=2,3,4} [\chi_{1l}^2(\beta_{1l}) + \chi_{2l}^2(\beta_{2l})], \quad (18)$$

де  $\chi_{il}$  – коефіцієнт жорсткості поверхні  $i$ -го ядра при її деформації. Цей коефіцієнт залежить від коефіцієнта поверхневого натягу  $\sigma$  та кулонівської енергії  $i$  для випадку деформації мультипольності  $l$ , має вигляд [23]:

$$\chi_{il} = \frac{1}{4\pi} (l-1)(l+2) b_{\text{пов}} A_i^{2/3} - \frac{3}{2\pi} \frac{l-1}{2l+1} \frac{e^2}{r_0} Z_i^2 A_i^{-1/3}, \quad (19)$$

де  $b_{\text{пов}} = 4\pi\sigma r_0^2 = a_s(1 - k_s I^2)$  із значеннями  $a_s, k_s, r_0^2$  з роботи [24].

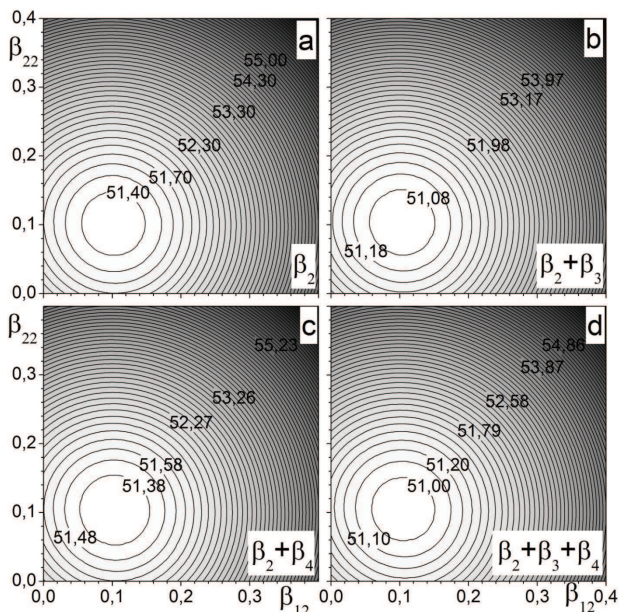
### 3. Результати обчислень

Мінімальну висоту бар'єра мають ядра, витягнуті вздовж осі аксіальної симетрії, що з'єднує їхні центри мас при кутах Ейлера  $\theta_1 = \varphi = 0$  та  $\theta_2 = \pi$  [2, 10, 11, 14, 21]. Тому обчислення потенціалу проводилися при саме такій орієнтації ядер. Більше того, при  $\theta_1 = 0$  та  $\theta_2 = \pi$  кулонівський (3) і ядерний (8) внески в повну енергію взаємодії не залежать від  $\varphi$ .

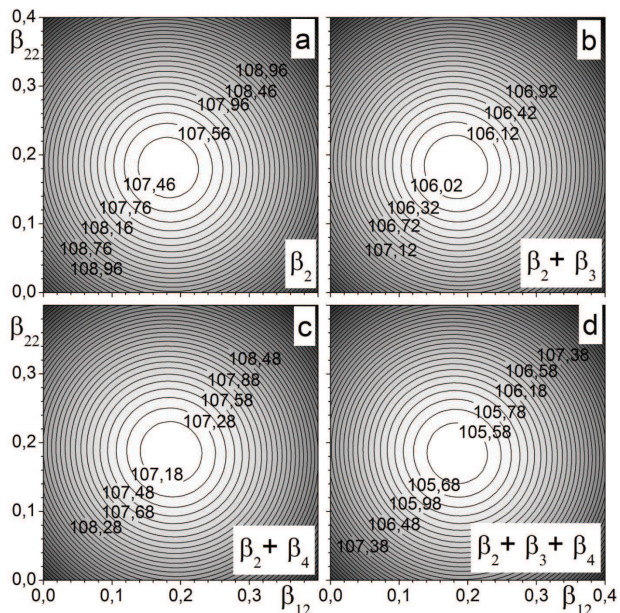
Детально розглянемо потенціал взаємодії для таких симетричних двоядерних систем:  $^{48}\text{Ca} + ^{48}\text{Ca}$ ,  $^{68}\text{Zn} + ^{68}\text{Zn}$ ,  $^{96}\text{Zr} + ^{96}\text{Zr}$ . В основному стані ці ядра мають сферичну або близьку до неї форму. Під час аналізу потенціалу було використано таке припущення, що форма ядер змінюється, і досліджувалися особливості потенціалу взаємодії ядер та висота мінімального бар'єра залежно від деформацій поверхні  $\beta_2$ ,  $\beta_3$  та  $\beta_4$ .

На рис. 1 наведено залежність висоти бар'єра при різних мультипольних деформаціях поверхонь ядер  $^{48}\text{Ca} + ^{48}\text{Ca}$ , що взаємодіють.

Зокрема, на рис. 1, а показана залежність висоти бар'єра лише при квадрупольній деформації ядер.



**Рис. 1.** Залежність бар'єра від квадрупольної деформації для системи ядер  $^{48}\text{Ca} + ^{48}\text{Ca}$ : *a* – враховано лише квадрупольну деформацію ядер, *b* – враховано квадрупольну та октупольну деформації, *c* – враховано квадрупольну та гексадекапольну деформацію, *d* – враховано квадрупольну, октупольну та гексадекапольну деформацію ядер. На контурних картах вказані висоти бар'єрів в MeV



**Рис. 2.** Залежність бар'єра від квадрупольної деформації для симетричної системи ядер  $^{68}\text{Zn} + ^{68}\text{Zn}$ . Позначення аналогічні рис. 1

Видно, що з урахуванням цієї деформації висота бар'єра зменшується. Значення висоти мінімального бар'єра та величини квадрупольної деформації наведено в табл. 1.

Для того щоб визначити вплив октупольної деформації поверхні ядер, на рис. 1, *b* наведені значення мінімального бар'єра, з урахуванням величин квадрупольної та октупольної деформацій. При цьому, для кожного значення даних параметрів квадрупольної деформації були взяті такі значення октупольної деформації, які призводять до мінімальної висоти бар'єра. Врахування октупольної деформації незначно зменшує мінімальну висоту бар'єра, див. табл. 1.

Вплив гексадекапольної деформації на висоти бар'єра продемонстровано на рис. 1, *c*. У цьому випадку враховується лише квадрупольна та гексадекапольна деформації, вплив якої на висоти бар'єра менший, ніж вплив октупольної деформації.

Одночасне врахування квадрупольної, октупольної та гексадекапольної деформацій призводить до найменшого значення висоти бар'єра (див. рис. 2, *d* та табл. 1). При цьому, значення  $\beta_3$  та  $\beta_4$  на рис. 2 бралися такими, що відповідали мінімальній висоті бар'єра для фіксованого значення  $\beta_2$ .

Значення мінімальних висот бар'єра та мультипольних деформацій поверхонь з урахуванням рі-

**Таблиця 1.** Значення висоти мінімального бар'єра та величин деформації ядра для мінімального бар'єра для симетричних систем  $^{48}\text{Ca} + ^{48}\text{Ca}$ ,  $^{96}\text{Zr} + ^{96}\text{Zr}$ ,  $^{68}\text{Zn} + ^{68}\text{Zn}$

Система	$R$ , фм	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	$V_{\min}$ , MeV
$^{48}\text{Ca} + ^{48}\text{Ca}$	10,20	0	0	0	52,10
	10,63	0,100	0	0	51,32
	10,80	0,105	0,043	0	50,99
	10,67	0,105	0	0,005	51,28
	10,93	0,105	0,045	0,016	50,92
$^{68}\text{Zn} + ^{68}\text{Zn}$	10,81	0	0	0	110,53
	11,67	0,180	0	0	107,37
	11,98	0,185	0,078	0	105,92
	11,68	0,185	0	0,028	107,09
	12,00	0,185	0,079	0,032	105,49
$^{96}\text{Zr} + ^{96}\text{Zr}$	11,60	0	0	0	182,12
	12,94	0,265	0	0	174,38
	12,97	0,260	0,010	0	171,04
	12,75	0,265	0	0,029	173,85
	12,87	0,260	0,090	0,004	170,97



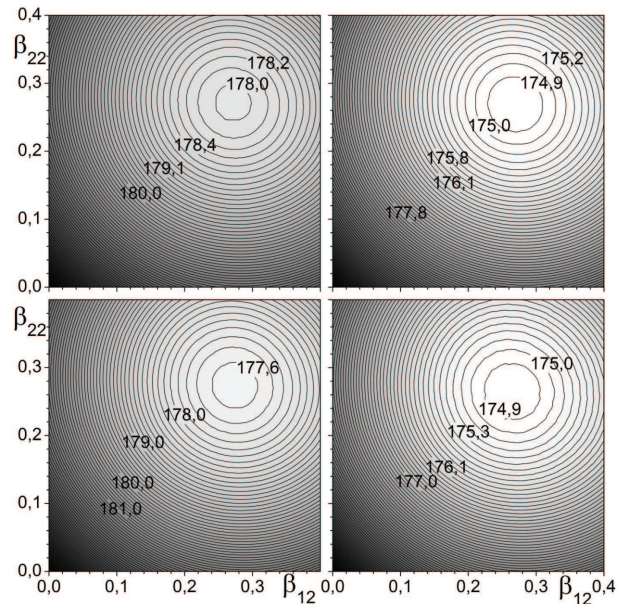
зноманітних комбінацій мультипольних деформацій також наведена в табл. 1.

На рис. 2 та 3 наведені аналогічні результати для більш важчих симетричних систем  $^{68}\text{Zn} + ^{68}\text{Zn}$ ,  $^{96}\text{Zr} + ^{96}\text{Zr}$ . Значення деформацій, які відповідають мінімальним висотам бар'єрів, та значення цих бар'єрів для симетричних систем ядер подані в табл. 1. Порівнюючи рис. 1–3 та величини у табл. 1 бачимо, що мінімальне значення висоти бар'єра більш важчої системи ядер відповідає більшому значенню величини квадрупольної деформації.

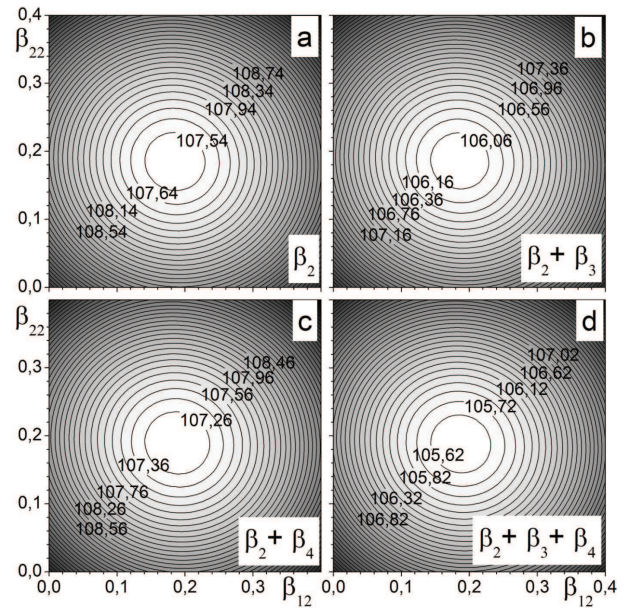
На рис. 2 та рис. 4 зображені графіки симетричної системи  $^{68}\text{Zn} + ^{68}\text{Zn}$  та несиметричної системи  $^{62}\text{Zn} + ^{74}\text{Zn}$  відповідно. Ядра, що взаємодіють у першій системі, мають однакову атомну масу та однакову кількість протонів і нейтронів. Ядра несиметричної системи мають різну кількість нейтронів і відповідно різну атомну масу. Кулонівська енергія взаємодії ядер для цих систем однакова,

**Таблиця 2. Значення висоти мінімального бар'єра та величин деформації ядра для мінімального бар'єра для несиметричних систем  $^{62}\text{Zn} + ^{74}\text{Zn}$ ,  $^{58}\text{Fe} + ^{78}\text{Se}$ ,  $^{40}\text{Ar} + ^{96}\text{Mo}$ ,  $^{20}\text{Ne} + ^{116}\text{Sn}$**

Система	$R$ , фм	$\beta_{12}$	$\beta_{22}$	$\beta_{13}$	$\beta_{23}$	$\beta_{14}$	$\beta_{24}$	$V_{\text{min}}$ , MeB
$^{62}\text{Zn} + ^{74}\text{Zn}$	10,79	0	0	0	0	0	0	110,67
	11,66	0,185	0,185	0	0	0	0	107,46
	11,97	0,185	0,185	0,078	0,083	0	0	105,98
	11,69	0,190	0,190	0	0	0,025	0,031	107,16
	12,03	0,185	0,190	0,086	0,080	0,030	0,036	105,53
$^{58}\text{Fe} + ^{78}\text{Se}$	10,81	0	0	0	0	0	0	108,72
	11,65	0,180	0,180	0	0	0	0	105,65
	11,96	0,180	0,180	0,077	0,078	0	0	104,25
	11,69	0,185	0,185	0	0	0,025	0,030	105,37
	11,69	0,200	0,185	0,084	0,088	0,030	0,036	112,08
$^{40}\text{Ar} + ^{96}\text{Mo}$	10,74	0	0	0	0	0	0	93,73
	11,49	0,165	0,160	0	0	0	0	91,38
	11,76	0,165	0,160	0,068	0,070	0	0	90,33
	11,53	0,170	0,165	0	0	0,013	0,030	91,16
	11,90	0,170	0,165	0,070	0,072	0,023	0,033	89,99
$^{20}\text{Ne} + ^{116}\text{Sn}$	10,46	0	0	0	0	0	0	63,73
	11,00	0,125	0,120	0	0	0	0	62,61
	11,16	0,130	0,120	0,042	0,051	0	0	62,15
	11,00	0,125	0,120	0	0	0	0,022	62,49
	11,27	0,130	0,125	0,041	0,053	0	0,025	61,98



**Рис. 3.** Залежність бар'єра від квадрупольної деформації для симетричної системи ядер  $^{96}\text{Zr} + ^{96}\text{Zr}$ . Позначення аналогічні рис. 1



**Рис. 4.** Залежність бар'єра від квадрупольної деформації для несиметричної системи ядер  $^{62}\text{Zn} + ^{74}\text{Zn}$ . Позначення аналогічні рис. 1

тому різниця між бар'єрами зумовлена тільки різною ядерною взаємодією цих систем, за рахунок різної кількості нейтронів в ядрах, що взаємодіють. Несиметрична система має більшу деформацію.



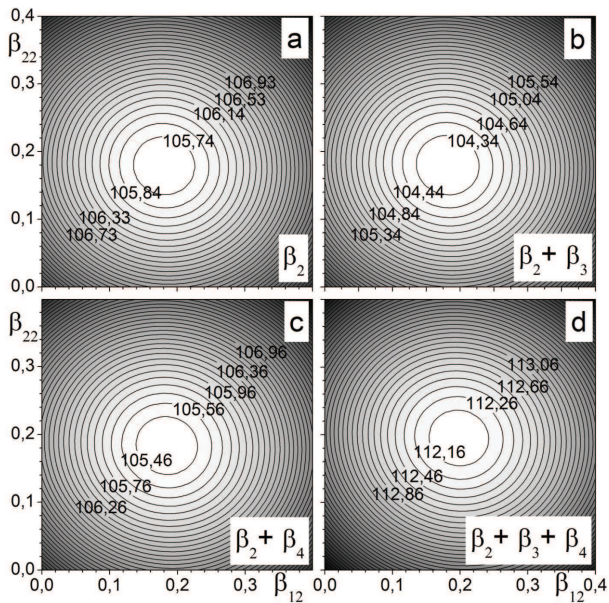


Рис. 5. Залежність бар'єра від квадрупольної деформації для несиметричної системи ядер  $^{58}\text{Fe} + ^{78}\text{Se}$ . Позначення аналогічні рис. 1

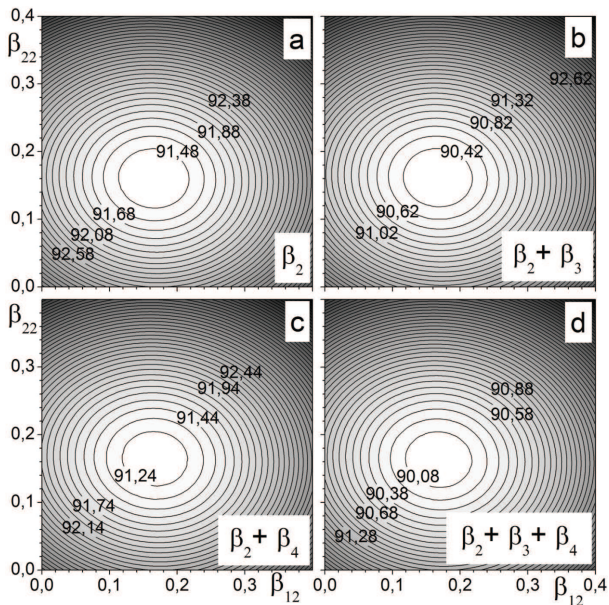


Рис. 6. Залежність бар'єра від квадрупольної деформації для несиметричної системи ядер  $^{40}\text{Ar} + ^{96}\text{Mo}$ . Позначення аналогічні рис. 1

цію та висоту мінімального бар'єра ядер порівняно із симетричною системою (дані значень параметрів деформацій обох систем та мінімальні значення бар'єрів взаємодії ядер наведено в табл. 1, 2).

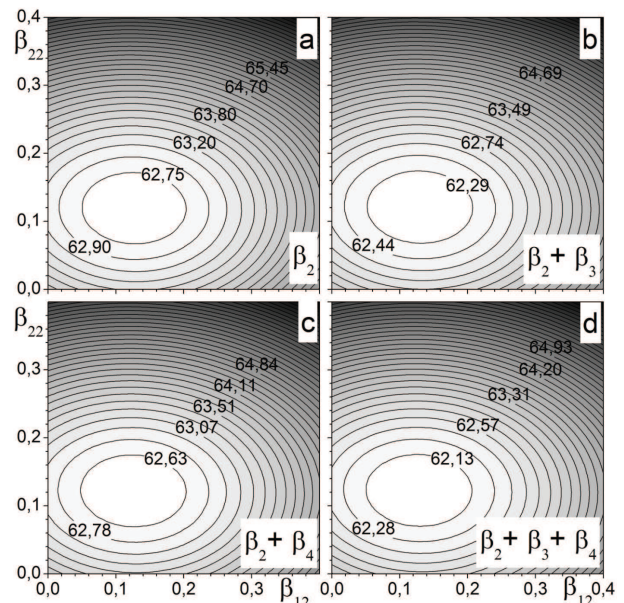


Рис. 7. Залежність бар'єра від квадрупольної деформації для системи ядер  $^{20}\text{Ne} + ^{116}\text{Sn}$ . Позначення аналогічні рис. 1

Більша висота бар'єра несиметричної системи порівняно з симетричною системою зумовлена зменшенням ядерного потенціалу у несиметричній системі. Тобто, кількість нейтронів у ядрах впливає на величину ядро-ядерної взаємодії і зі збільшенням асиметрії нейтронів у взаємодіючих ядрах зростає деформація ядер та висота мінімального бар'єра.

Потенціали взаємодії для несиметричних систем  $^{62}\text{Zn} + ^{74}\text{Zn}$ ,  $^{58}\text{Fe} + ^{78}\text{Se}$ ,  $^{40}\text{Ar} + ^{96}\text{Mo}$  та  $^{20}\text{Ne} + ^{116}\text{Sn}$  при різних динамічних деформаціях поверхонь ядер наведено на рис. 4–7. Крім того, для порівняння, в табл. 2 наводяться дані мінімальних значень бар'єра та значень параметрів квадрупольних, октупольних та гексадекапольних деформацій поверхонь кожного ядра, що відповідають цим бар'єрам. Ядра, що взаємодіють, мають різну кількість нуклонів, кожна із систем складається з легшого та важчого ядра і є результатом поділу ядра  $^{136}\text{Nd}$ , яке може формуватися, наприклад, при злитті  $^{40}\text{Ca} + ^{96}\text{Zr}$ .

Потенціали взаємодії ядер з впливом лише квадрупольної деформації для кожної несиметричної системи зображені на рис. 4, а–7, а відповідно. Для кращої оцінки впливу октупольної деформації на рис. 4, б–7, б наведено графіки зале-

жності потенціалу взаємодії ядер лише від квадрупольної та октупольної деформації для кожної з несиметричних систем. При цьому, для кожного із значень квадрупольної деформації бралися такі значення октупольної деформації, що призводять до появи мінімальної висоти бар'єра. Залежності мінімальної висоти бар'єра від квадрупольної деформації з урахуванням гексадекапольної деформації поверхонь ядер зображені відповідно на рис. 4, *c*–7, *c*. Мінімальне значення висоти бар'єра (див. рис. 4, *d*–7, *d* та табл. 2) є найменшим при одночасному врахуванні квадрупольної, октупольної та гексадекапольної деформацій. При цьому, значення  $\beta_3$  та  $\beta_4$  на рис. 4, *d*–7, *d* бралися такими, що відповідали мінімальній висоті бар'єра для фіксованого значення  $\beta_2$ .

З аналізу рис. 4–7 та результатів у табл. 2 видно, що врахування параметрів деформації є важливим під час визначення потенціалу взаємодії симетричних та несиметричних систем ядер. Для всіх досліджуваних симетричних та несиметричних систем мінімальна висота бар'єра спостерігається при динамічних деформаціях ядер. Отримані величини цих деформацій наведено на рис. 1–7 та табл. 1, 2. Для симетричних та несиметричних систем ядер, різниця між висотою бар'єра для сферичних та деформованих ядер зростає зі збільшенням маси та заряду ядер (див. рис. 1–7 та в табл. 1, 2).

Показано, що для всіх досліджуваних систем, найбільший вплив на величину мінімального значення висоти бар'єра має квадрупольна деформація поверхні, октупольна деформація дає менший внесок. Гексадекапольна деформація впливає незначно. Вплив октупольної та гексадекапольної деформацій поверхонь ядер зменшується з ростом маси та заряду ядер при мінімальному значенні потенціалу, що зумовлює збільшення жорсткості  $\chi_{il}$  від  $l$  та  $A$ , див. (18).

Відзначимо, що значення параметрів квадрупольної деформації ядер, які відповідають мінімальному значенню висоти бар'єра, несильно залежать від врахування деформацій вищих мультипольностей для симетричної та несиметричної систем. Параметри квадрупольної деформації, що відповідають мінімальному значенню висоти бар'єра для деформованих ядер, зростають з ростом маси та заряду взаємодіючих ядер. Для несиметричних систем ядер значення квадрупольної деформації важчого ядра системи перевищує значення квадрупольної деформації легшого ядра (див. табл. 1, 2).

Значення параметрів октупольної та гексадекапольної деформацій, що відповідають мінімальним значенням висоти бар'єра для деформованих ядер, також зростають з ростом маси та заряду взаємодіючих ядер. Для несиметричних систем ядер значення параметрів октупольної та гексадекапольної деформацій важчого ядра перевищує відповідні величини деформацій у легкому ядрі (див. табл. 1, 2).

Кількість нейтронів у ядрах з однаковою кількістю протонів впливає на величину параметрів деформації поверхонь ядер та величину мінімального бар'єра. Найменша висота мінімального бар'єра спостерігається для симетричної системи.

Таким чином, деформація ядер суттєво зменшує висоту бар'єра між ядрами порівняно з бар'єром між сферичними ядрами. Це приводить до значного підсилення підбар'єрного злиття, яке експериментально спостерігається [2, 4–6, 12, 14]. Таким чином, під час дослідження процесу злиття різних диядерних систем та аналізу різноманітних навколобар'єрних бінарних реакцій, врахування динамічних деформацій ядер є обов'язковим.

1. H. Feshbach, *Theoretical Nuclear Physics: Nuclear Reactions* (Wiley, New York, 1992).

2. В.Ю. Денисов, В.А. Плюйко, *Проблеми фізики атомного ядра і ядерних реакцій* (Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", Київ, 2013).

3. A. Iwamoto, P. Moller, J.R. Nix, and H. Sagawa, *Nucl. Phys. A* **596**, 329 (1996).

4. K. Hagino and N. Takigawa, *Prog. Theor. Phys.* **128**, 1061 (2012).

5. M. Dasgupta, D.J. Hinde, N. Rowley, and A.M. Stefanini, *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* **48**, 401 (1998).

6. N. Rowley, G.R. Satchler, and P.H. Stelson, *Phys. Lett. B* **254**, 25 (1991).

7. Long Zhu, Jun Su, Wen-Jie Xie, and Feng-Shou Zhang, *Nucl. Phys. A* **915**, 90 (2013).

8. K.P. Santhosh, J.V. Bobby, J. Antony, and K.M. Varier, *Nucl. Phys. A* **817**, 35 (2009).

9. V.Yu. Denisov and H. Ikezoe, *Phys. Rev. C* **72**, 064613 (2005).

10. V.Yu. Denisov and N.A. Pilipenko, *Phys. Rev. C* **76**, 014602 (2007).

11. В.Ю. Денисов, М.О. Пилипенко, УФЖ **53**, 846 (2008).
12. C.Y. Wong, Phys. Rev. Lett. **31**, 766 (1973).
13. H. Hofmann and G. Munzenberg, Rev. Mod. Phys. **72**, 733 (2000); P. Armbruster, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **50**, 411 (2000).
14. В.Ю. Денисов, Н.А. Пилипенко, Ядерная физика **73**, 1191 (2010).
15. P. Armbruster, CR Acad. Sci. B Phys. **4**, 571 (2003).
16. P. Armbruster, Eur. Phys. J. A **37**, 159 (2008).
17. W.D. Myers and W.J. Swiatecki, Phys. Rev. C **62**, 044610 (2000).
18. M. Ismail, W.M. Seif, and M.M. Botros, Nucl. Phys. A **828**, 333 (2009).
19. В.Ю. Денисов, Т.О. Маргітч, Яд. Фіз. та Енерг. **15**, 119 (2014).
20. Д.А. Варшалович, А.Н. Москалев, В.К. Херсонский, *Квантовая теория углового момента* (Наука, Москва, 1975).
21. J. Blocki, J. Randrup, W. J. Swiatecki, and C.F. Tsang, Ann. Phys. **105**, 427 (1977).
22. V.Yu. Denisov, Phys. Lett. B **526**, 315 (2002).
23. О. Бор, Б. Мотгелсон, *Структура атомного ядра* (Мир, Москва, 1977).
24. P. Moller, J.R. Nix, W.D. Myers, and W.J. Swiatecki, At. Data Nucl. Data Tabl. **59**, 185 (1995).

Одержано 23.03.15

*V. Yu. Denisov, T. O. Margitich*

МИНИМАЛЬНАЯ ВЫСОТА  
БАРЬЕРОВ ДЛЯ СИММЕТРИЧЕСКИХ  
И НЕСИММЕТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ ЯДЕР

Р е з ю м е

Исследован потенциал взаимодействия симметрических и несимметрических систем двух ядер с учетом параметров квадрупольной, октупольной и гексадекапольной динамических деформаций ядер. Рассмотрено влияние динамических деформаций поверхности ядра с различной мультипольностью на высоту барьера и энергию взаимодействия двух ядер, а также найдены значения параметров этих деформаций для барьеров с наименьшей высотой.

*V. Yu. Denisov, T. O. Margitich*

MINIMUM BARRIER  
HEIGHT FOR SYMMETRIC  
AND ASYMMETRIC NUCLEAR SYSTEMS

S u m m a r y

The interaction potential in symmetric and asymmetric systems composed of two nuclei has been studied with regard for the quadrupole, octupole, and hexadecapole deformations of nuclei. The influence of dynamic multipole deformations of the nuclear surface on the barrier height and the interaction energy between two nuclei is considered. The deformation parameters corresponding to the minimum values of barrier height are evaluated.