

Д.В. БУТЕНКО,^{1,2} П.М. ТОМЧУК¹

¹ Інститут фізики НАН України

(Просп. Науки, 46, Київ 03680; e-mail: ptomchuk@iop.kiev.ua)

² Національний університет "Києво-Могилянська академія"

(Вул. Г. Сковороди, 2, Київ 04070; e-mail: danil.butenko@gmail.com)

ВПЛИВ МАГНІТНОЇ СКЛАДОВОЇ ПОЛІА НА РОЗСІЯННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОЇ ХВИЛІ МЕТАЛЕВИМ НАНОЕЛІПСОЇДОМ

УДК 538.9

У рамках кінетичного підходу досліджено вплив магнітного дипольного моменту асиметричної металевої наночастинки на розсіяння електромагнітного випромінювання. Для частинок сфероїдальної форми отримані аналітичні вирази для перерізу розсіяння та проаналізована їхня залежність від довжини хвилі падаючого випромінювання і ексцентриситету сфероїда. Показано, що в діапазоні частот, далеких від плазмових резонансів, внесок магнітного моменту в розсіяння одного порядку величини з електричним, причому відношення магнітного розсіяння до електричного стає максимальним, коли частинка має форму сфери. Крім того, всі розрахунки виконані для довільного співвідношення між розміром частинки і довжиною вільного пробігу електрона, що дає можливість порівняти результати з теорією Мі у випадку домінуючої ролі розсіяння електронів в об'ємі наночастинки.

Ключові слова: електромагнітне випромінювання, металева наночастинка, наноеліпсоїд.

1. Вступ

Оптичним властивостям наночастинок останніми роками була присвячена величезна кількість досліджень. Досить лише навести низку робіт, присвячених різним аспектам цієї проблеми, як-от: вплив поверхневих плазмонів на поглинання та розсіяння світла [1–3], нелінійні ефекти у динаміці швидких електронних процесів [4, 5], генерація сильного ультрафіолетового випромінювання металевими наноструктурами [6], оптичний розігрів плазмонних наночастинок [7], тощо. Детальний огляд як останніх результатів, так і теорій, які вже стали класичними, можна знайти, наприклад, в роботах [8, 9].

Якщо розмір металевої наночастинки менший за довжину електромагнітної хвилі, то оптичні властивості таких об'єктів починають суттєво зале-

жати від їхньої форми. Наприклад, відомо, що поглинання та розсіяння світла в МН визначаються в основному плазмовими резонансами. Кількість цих резонансів залежить від форми частинки; наприклад, якщо у сфери такий резонанс один, то у еліпсоподібної частинки їх уже три. Крім того, якщо розмір частинки стає меншим за довжину вільного пробігу електрона, то оптична провідність асиметричної частинки стає тензорною величиною [10, 11], і компоненти цього тензора визначають півширини плазмових резонансів. За таких розмірів наночастинок модель Друде–Зоммерфельда потребує корегування, оскільки вона не враховує тензорний характер оптичної провідності, а вплив форми частинки на плазмові резонанси закладений лише у факторах деполіаризації.

Цій тематичі автори присвятили низку робіт, в яких переважно враховувався лише вплив еле-

тричної складової на розсіяння та поглинання світла. Справа в тому, що на частотах плазмових резонансів впливом магнітної складової зовнішньої хвилі можна нехтувати в порівнянні з електричною. В роботі ж [10] показано, що в інфрачервоній області частот (а точніше на частотах, близьких до частоти CO₂-лазера) внесок магнітної складової в поглинання стає порівняним з електричною, а зі збільшенням розміру частинки стає навіть більшим.

Задача даної роботи полягає в тому, щоб врахувати вплив магнітної компоненти поля на розсіяння електромагнітної хвилі металевими наночастинками в діапазоні частот, далеких від плазмових резонансів. Крім того, враховується вплив тензорності оптичної провідності у випадку асиметричних наночастинок (еліпсоїдальна форма). В роботі будуть отримані аналітичні вирази для перерізу розсіяння світла з урахуванням магнітного внеску, досліджено залежність відношення магнітного розсіяння до електричного від частоти падаючої хвилі, розмірів наночастинок сфероїдальної форми та від співвідношення між осями цих наносфероїдів.

2. Постановка задачі

Почнемо розгляд задачі розсіяння світла на металевій наночастинці із загального випадку, коли частинка має форму еліпсоїда з трьома різними півосями (будемо позначати їх R_x, R_y, R_z). В подальшому, для того, щоб отримати аналітичні вирази, будемо обмежуватись випадком еліпсоїда обертання ($R_x = R_y \neq R_z$).

Отже, нехай металева наночастинка еліпсоїдальної форми перебуває у полі монохроматичної електромагнітної хвилі:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{E}^{(0)} \\ \mathbf{H}^{(0)} \end{pmatrix} e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)}, \quad (1)$$

де \mathbf{E}, \mathbf{H} – електрична та магнітна складові електромагнітної хвилі відповідно, ω, \mathbf{k} – її частота та хвильовий вектор, \mathbf{r} та t – відповідають просторовим координатам та часу.

Будемо вважати, що довжина електромагнітної хвилі $\lambda = 2\pi/|\mathbf{k}|$ значно більша за характерний розмір частинки. В цьому випадку можна вважати, що частинка перебуває в просторово однорідному, але змінному в часі полі. Це дозволяє врахувати

лише дипольні моди, нехтуючи мультипольними внесками вищих порядків. Електрична складова зовнішнього поля наводить всередині частинки локальне потенціальне електричне поле \mathbf{E}_{loc} , яке, в свою чергу, робить внесок у електричний струм, що з'являється у частинці (будемо позначати густину цього струму через \mathbf{j}_e). Магнітна складова хвилі індукуює всередині металеві частинки вихрове електричне поле \mathbf{E}_{ed} , яке теж дає внесок у струм (ми будемо позначати густину цього струму через \mathbf{j}_m).

Електричний та магнітний моменти металеві наночастинки, індуковані зовнішнім полем, будуть генерувати розсіяну хвилю. Ми будемо розглядати розсіяну хвилю на великій відстані від частинки (порівняно з довжиною самої хвилі), де розсіяну хвилю можна вважати поперечною. Електричну та магнітну складову розсіяної хвилі будемо позначати відповідно через \mathbf{E}' та \mathbf{H}' . Середня інтенсивність випромінювання, генерованого електричним та магнітним моментами, на відстані R_0 від частинки в тілесний кут $d\Omega$ дорівнює [12]:

$$dI_S = \frac{c}{8\pi} |\mathbf{E}' \times \mathbf{H}'|^2 R_0^2 d\Omega = \frac{c}{8\pi} |\mathbf{H}'|^2 R_0^2 d\Omega, \quad (2)$$

де c – швидкість світла. У формулі (2) враховано, що $|\mathbf{E}'| = |\mathbf{H}'|$.

На великій відстані від частинки магнітна складова поля розсіяної хвилі визначається формулою [12]:

$$\mathbf{H}' = \frac{\omega^2}{c^2 R_0^2} \{[\mathbf{n} \times \mathbf{d}] + [\mathbf{n} \times [\mathbf{M} \times \mathbf{n}]]\}, \quad (3)$$

де орт \mathbf{n} вказує напрямок розсіяння, а вектори \mathbf{d} і \mathbf{M} – це дипольний електричний та магнітний моменти, що виникають у частинці.

Для того, щоб знайти диференціальний переріз розсіяння, треба середню інтенсивність розсіяного випромінювання поділити на густину потоку енергії у хвилі, що падає:

$$I_0 = \frac{c}{8\pi} |\mathbf{H}|^2 = \frac{c}{8\pi} |\mathbf{E}|^2. \quad (4)$$

Таким чином, для диференціального перерізу розсіяння отримуємо вираз

$$d\Sigma = \frac{dI_S}{I_0} = \frac{|\mathbf{H}'|^2}{|\mathbf{H}|^2} R_0^2 d\Omega. \quad (5)$$

З виразів (3) та (5) зрозуміло, що для знаходження диференціального перерізу розсіяння, треба мати вирази для дипольного та магнітного моментів, які, в свою чергу, пов'язані з полями, індукованими всередині частинки \mathbf{E}_{loc} та \mathbf{E}_{ed} . Отже, почнемо з визначення цих полів.

3. Локальні поля

Як відомо з літератури [12], просторово однорідне зовнішнє електричне поле $\mathbf{E}^{(0)}$ індукує всередині еліпсоїдальної частинки потенціальне локальне електричне поле \mathbf{E}_{loc} , яке не залежить від просторових координат. Локальне поле \mathbf{E}_{loc} може бути лінійно представлене через зовнішнє поле $\mathbf{E}^{(0)}$ шляхом введення тензора деполяризації L_{ij} . В головних осях тензора L_{ij} , які збігаються з головними осями еліпсоїда, зв'язок між зовнішнім і локальним електричним полями має вигляд [12]:

$$(E_{\text{loc}})_j = \frac{E_j^{(0)}}{1 + L_j(\varepsilon - 1)}, \quad (6)$$

де L_j – головні значення тензора деполяризації L_{ij} , а ε – діелектрична проникність металу, з якого виготовлено частинку.

У формулі (6) діелектрична проникність ε є скаляром. Як показано у роботі [10], для асиметричних частинок, менших за довжину вільного пробігу електрона, діелектрична проникність стає тензором ε_{ij} внаслідок того, що тензором стає високо-частотна провідність струму σ_{ij}^c . Ці величини пов'язані відомим співвідношенням [13]:

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}, \omega) = \delta_{ij} + \frac{4\pi i}{\omega} \sigma_{ij}^c(\mathbf{r}, \omega), \quad (7)$$

де δ_{ij} – символ Кронекера, σ_{ij}^c – тензор комплексної провідності.

З урахуванням тензорного характеру діелектричної проникності вираз (6) перепишеться у вигляді:

$$(E_{\text{loc}})_j = \frac{E_j^{(0)}}{1 + L_j(\varepsilon_{jj} - 1)}, \quad (8)$$

де ε_{jj} – діагональна компонента тензора діелектричної проникності у напрямку осі j .

Треба зазначити, що у виразах (6) та (8) металева наночастинка міститься в середовищі (матриці) з діелектричною проникністю $\varepsilon_m = 1$. Перехід до

випадку середовища з діелектричною проникністю ε_m , відмінною від 1, відбувається шляхом заміни $\varepsilon \rightarrow \varepsilon/\varepsilon_m$ (або $\varepsilon_{jj} \rightarrow \varepsilon_{jj}/\varepsilon_m$ у формулі (8)) [12]. Формула (6) при цьому набуде вигляду

$$(E_{\text{loc}})_j = \frac{\varepsilon_m E_j^{(0)}}{\varepsilon_m + L_j(\varepsilon - \varepsilon_m)}. \quad (9)$$

Крім того, треба зауважити, що в ансамблі багатьох частинок вектор поляризації в окремій частинці наводиться не тільки зовнішнім полем, а й дипольями, індукованими зовнішнім полем в інших частинках ансамблю [14]. Тут ми будемо нехтувати цим ефектом, але він може бути врахований в картині взаємодії [15].

Перейдемо до встановлення вигляду вихрового локального поля \mathbf{E}_{ed} . Це поле має задовільняти рівняння Максвелла:

$$\text{rot} \mathbf{E}_{\text{ed}} = \frac{i\omega}{c} \mathbf{H}^{(0)}, \quad (10)$$

$$\text{div} \mathbf{E}_{\text{ed}} = 0. \quad (11)$$

В правій частині рівняння (10) ми приймаємо зовнішнє магнітне поле, як поле всередині частинки. Таке наближення справедливе, якщо товщина скін-шару значно більша за характерний розмір частинки [12]:

$$\delta_H = \left(\frac{\omega}{c} \text{Im} \sqrt{\varepsilon} \right)^{-1} \gg R_{\text{max}}, \quad (12)$$

де δ_H – товщина скін-шару, R_{max} – найбільша з півосей еліпсоїда.

Якщо рівняння (11) проінтегрувати по об'єму частинки і скористатись теоремою Остроградського-Гаусса, то отримаємо умову для вихрового локального поля на поверхні металевої частинки:

$$\mathbf{E}_{\text{ed}} \cdot \mathbf{n}_S = 0, \quad (13)$$

де \mathbf{n}_S – одиничний вектор, нормальний до поверхні частинки. Рівняння (10), (11) та (13) повністю визначають поле \mathbf{E}_{ed} . З огляду на нерівність (12), вираз в правій частині рівняння (10) є константою. Тому поле \mathbf{E}_{ed} має бути лінійною функцією координат. В загальній формі це можна виразити таким чином:

$$(E_{\text{ed}})_j = \sum_{k=1}^3 \alpha_{jk} x_k. \quad (14)$$

Застосовуючи рівняння (11) та межові умови (13), можна отримати аналітичні вирази для коефіцієнтів α_{jk} :

$$\begin{aligned}\alpha_{xy} &= -\frac{i\omega}{c} \frac{R_x^2}{R_x^2 + R_y^2} H_z^{(0)}, & \alpha_{yx} &= \frac{i\omega}{c} \frac{R_y^2}{R_y^2 + R_x^2} H_z^{(0)}, \\ \alpha_{yz} &= -\frac{i\omega}{c} \frac{R_y^2}{R_y^2 + R_z^2} H_x^{(0)}, & \alpha_{zy} &= \frac{i\omega}{c} \frac{R_z^2}{R_z^2 + R_y^2} H_x^{(0)}, \\ \alpha_{zx} &= -\frac{i\omega}{c} \frac{R_z^2}{R_z^2 + R_x^2} H_y^{(0)}, & \alpha_{xz} &= \frac{i\omega}{c} \frac{R_x^2}{R_x^2 + R_z^2} H_y^{(0)},\end{aligned}\quad (15)$$

де R_x , R_y та R_z – півосі еліпсоїда, спрямовані вздовж осей x , y та z відповідно.

Система формул (15) та вираз (14) повністю визначають вихрове електричне поле всередині частинки в явному аналітичному вигляді. Легко переконатися, що у сферичному випадку отримуємо вираз

$$\mathbf{E}_{\text{ed}} = \frac{\omega}{2ic} [\mathbf{r} \times \mathbf{H}^{(0)}]. \quad (16)$$

Як бачимо з останнього співвідношення, вихрове локальне поле буде перпендикулярним до зовнішнього магнітного поля у випадку частинок сферичної форми.

Визначивши формулами (6), (8) та (14), (15) локальні поля, які виникають всередині металевої наночастинки при прикладанні до неї зовнішнього електромагнітного поля, можна розрахувати електричний та магнітний моменти, індуковані в частинці.

4. Електричний та магнітний моменти

Електричний дипольний та магнітний моменти, що виникають під дією зовнішнього електромагнітного поля, пов'язані з густиною струму $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$ таким співвідношенням [12]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{d}(t) = \int_V d^3r' \mathbf{j}(\mathbf{r}', t), \quad (17)$$

$$\mathbf{M}(t) = \frac{1}{2c} \int_V d^3r' [\mathbf{r}' \times \mathbf{j}], \quad (18)$$

де $\mathbf{d}(t)$ та $\mathbf{M}(t)$ – електричний та магнітний моменти відповідно, а інтеграли беруться по об'єму наночастинки V .

Густина струму $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$, в свою чергу, можна знайти, знаючи розподіл електронів за швидкостями в наночастинці. Точніше, треба знайти нерівноважний доданок до функції Фермі, зумовлений дією локальних полів \mathbf{E}_{loc} та \mathbf{E}_{ed} всередині частинки. В лінійному наближенні функцію розподілу електронів за швидкостями можна написати у вигляді:

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = f_0(\varepsilon) + f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})e^{-i\omega t}, \quad (19)$$

де $f_0(\varepsilon)$ – функція розподілу Фермі, а $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ – нерівноважний доданок в лінійному наближенні.

Кінетичне рівняння Больцмана в цьому випадку набуває вигляду

$$(\nu - i\omega)f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}) + \mathbf{v} \frac{\partial f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})}{\partial \mathbf{r}} + e(\mathbf{E}_{\text{loc}} + \mathbf{E}_{\text{ed}})\mathbf{v} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} = 0, \quad (20)$$

тут інтеграл зіткнень розрахований у наближенні часу релаксації

$$\left(\frac{\partial f_1}{\partial t}\right)_{\text{col}} = -\frac{f_1}{\tau}, \quad \tau = \frac{1}{\nu}. \quad (21)$$

Рівняння (20) має бути доповнено межовими умовами на поверхні наночастинки. В літературі розглядаються як дифузійні, так і дзеркальні межові умови (див., наприклад, [16]). Для неплоских меж (в нашому випадку межа задається рівнянням еліпсоїда) можна обмежитись дифузійними умовами на поверхні частинки:

$$f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})|_S = 0, \quad v_n < 0, \quad (22)$$

де v_n – компонента швидкості, нормальна до поверхні частинки.

Ми не будемо тут детально зупинятись на розв'язанні рівняння (20) з межовими умовами (22), навівши тільки остаточний вираз для функції $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})$. Подробиці можна знайти, наприклад, в роботі [17]. Зазначимо лише, що розв'язок зручно шукати, перейшовши до нової системи координат:

$$x'_i = \gamma_i x_i, \quad v'_i = \gamma_i v_i, \quad \gamma_i = \frac{R}{R_i}, \quad R = (R_x R_y R_z)^{1/3}. \quad (23)$$

Отже, розв'язок рівняння (20) з межовими умовами (22) має вигляд:

$$f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = -e \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \left\{ \mathbf{v} \mathbf{E}_{\text{loc}} + \right.$$

$$+ \sum_{i,j=1}^3 \alpha_{ij} v_i \left(\frac{x'_j}{\gamma_j} + v_j \frac{\partial}{\partial \tilde{v}} \right) \left\{ \frac{1 - e^{-\tilde{v}t'}}{\tilde{v}} \right\}, \quad (24)$$

де введено позначення $\tilde{v} = v - i\omega$, а t' – це характеристика рівняння (20), яка має вигляд

$$t'(\mathbf{r}', \mathbf{v}') = \frac{1}{v'^2} \left[\mathbf{r}' \mathbf{v}' + \sqrt{(\mathbf{R}^2 - \mathbf{r}'^2) \mathbf{v}'^2 + (\mathbf{r}' \mathbf{v}')^2} \right]. \quad (25)$$

Знаючи функцію розподілу (24), можна обчислити густину електричного струму, яка дається виразом:

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, \omega) = 2e \left(\frac{m}{2\pi\hbar} \right)^3 \iiint \mathbf{v} f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}) d^3v, \quad (26)$$

де e та m – заряд та маса електрона відповідно, \hbar – стала Планка.

Таким чином, вирази (17), (18), (24)–(26) повністю визначають електричний та магнітний моменти, що виникають в металевій наночастинці під дією зовнішнього електромагнітного поля. Тим не менш, подальші розрахунки зручно проводити, ввівши тензори поляризованості κ_{ij} та магнітної сприйнятливості χ_{ij} за допомогою таких співвідношень:

$$d_i(\omega) = \sum_{i,j=1}^3 \kappa_{ij}(\omega) E_j^{(0)}, \quad (27)$$

$$M_i(\omega) = \sum_{i,j=1}^3 \chi_{ij}(\omega) H_j^{(0)}. \quad (28)$$

Аналогічні вирази для введених вище тензорів можна знайти, зробивши перетворення Фур'є в (17) та (18), та порівнюючи їх з виразами (27) і (28). Вигляд тензора поляризованості κ_{ij} був встановлений в попередніх роботах (див. [10]), тому ми не будемо повторювати всі викладки, навівши лише остаточні вирази, необхідні для подальших обчислень:

$$\kappa_{ii} = iV \frac{\langle \sigma_{ii}^c \rangle}{\omega + i4\pi L_{ii} \langle \sigma_{ii}^c \rangle}, \quad (29)$$

де V – об'єм металеві наночастинки, а $\langle \sigma_{ii}^c \rangle$ – усереднені по об'єму частинки діагональні компоненти тензора комплексної провідності. Вигляд цього

тензора можна знайти із закону Ома у диференціальній формі:

$$j_i(\mathbf{r}, \omega) = \sum_{i,j=1}^3 \langle \sigma_{ij}^c(\omega) \rangle (E_{\text{loc}})_j \quad (30)$$

з використанням співвідношень (24)–(26).

Опускаючи деталі розрахунків, які можна знайти, наприклад, в роботах [10, 11], наведемо вираз для $\langle \sigma_{ij}^c(\omega) \rangle$:

$$\langle \sigma_{ij}^c(\omega) \rangle = \left(\frac{m}{2\pi\hbar} \right)^3 \frac{2e^2}{\tilde{v}} \int \frac{d^3r'}{V} \int d^3v v_i v_j \times \\ \times \delta(\varepsilon - \varepsilon_F) (1 - e^{-\tilde{v}t'}), \quad (31)$$

де ε_F – енергія Фермі.

Неважко побачити, що, коли $i \neq j$, інтегрування по всьому простору швидкостей дає нуль. Отже, тензор комплексної провідності $\langle \sigma_{ij}^c(\omega) \rangle$, а як наслідок, і тензор поляризованості $\kappa_{ij}(\omega)$ будуть мати діагональний вигляд.

Для знаходження тензора магнітної сприйнятливості $\chi_{ij}(\omega)$ підставимо вираз для густини струму (26) у формулу (18) і скористаємось виразом для функції розподілу $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})$:

$$M_i = \frac{e^2}{c} \left(\frac{m}{2\pi\hbar} \right)^3 \frac{1}{\tilde{v}} \int d^3v \delta(\varepsilon - \varepsilon_F) \int d^3r' (1 - e^{-\tilde{v}t'}) \times \\ \times \sum_{j,k,l,m} \varepsilon_{ijk} \alpha_{lm} \frac{x'_j x'_m v'_k v'_l}{\gamma_j \gamma_k \gamma_l \gamma_m}. \quad (32)$$

Треба зауважити, що у виразі (24) для функції розподілу f_1 фігурувало ще два доданки, яких немає у (32). Але легко бачити, що один з них (з $\mathbf{v} \mathbf{E}_{\text{loc}}$) зникає при інтегруванні по просторових координатах, а інший (з $\alpha_{ij} v_i v_j \frac{\partial}{\partial \tilde{v}}$) – при інтегруванні по всьому простору швидкостей.

Враховуючи вирази (11А), (13А) та (7А) (див. додаток) і роблячи відповідні перепозначення, з (32) отримуємо

$$M_i = \frac{\pi R^5 e^2}{2\tilde{v}c} \left(\frac{m}{2\pi\hbar} \right)^3 \int d^3v \delta(\varepsilon - \varepsilon_F) \times \\ \times \sum_{j,k,l,m} \left[\frac{\varepsilon_{ijk} \alpha_{lj} v'_k v'_l}{\gamma_j^2 \gamma_k \gamma_l} \Psi_1(q) + \frac{\varepsilon_{ijk} \alpha_{lm} v'_j v'_k v'_l v'_m}{\gamma_j \gamma_k \gamma_l \gamma_m} \Psi_2(q) \right], \quad (33)$$

де введено такі позначення:

$$\Psi_1(q) = \frac{8}{15} - \frac{1}{q} + \frac{4}{q^3} - \frac{24}{q^5} + \frac{8}{q^2} \left(1 + \frac{3}{q^2} + \frac{3}{q^3}\right) e^{-q}, \quad (34)$$

$$\Psi_2(q) = -\frac{1}{q} + \frac{32}{3q^2} - \frac{36}{q^3} + \frac{200}{q^5} - \frac{8}{q^2} \left(1 + \frac{8}{q} + \frac{25}{q^2} + \frac{25}{q^3}\right) e^{-q}, \quad (35)$$

$$q = \frac{2\tilde{\nu}R}{v'}. \quad (36)$$

Очевидно, що другий доданок в (33) зникає при підсумовуванні по j, k . В першому ж доданку при інтегруванні по всьому простору швидкостей виживуть лише члени з $k = l$, тому для компонент магнітного моменту, з урахуванням коефіцієнтів α_{ij} , отримуємо

$$\mathbf{M} = \frac{\pi R^3 e^2}{2c^2} \frac{i\omega}{\tilde{\nu}} \left(\frac{m}{2\pi\hbar}\right)^3 \int d^3v \delta(\varepsilon - \varepsilon_F) \Psi_1(q) \times \begin{bmatrix} \frac{R_y^2 R_z^2}{R_y^2 + R_z^2} (v_y^2 + v_z^2) H_x^{(0)} \\ \frac{R_z^2 R_x^2}{R_z^2 + R_x^2} (v_z^2 + v_x^2) H_y^{(0)} \\ \frac{R_x^2 R_y^2}{R_x^2 + R_y^2} (v_x^2 + v_y^2) H_z^{(0)} \end{bmatrix}, \quad (37)$$

Інтегрування по швидкостях в (37) може бути здійснено аналітично лише у випадку, коли частинка має форму кулі. Тоді з (37) отримуємо

$$\mathbf{M} = \frac{2\pi^2 R^5 e^2 v_F^3}{3mc^2} \frac{i\omega}{\tilde{\nu}} \left(\frac{m}{2\pi\hbar}\right)^3 \Psi_1\left(\frac{2\tilde{\nu}R}{v_F}\right) \mathbf{H}^{(0)}. \quad (38)$$

Остання формула збігається з результатом, отриманим у роботі [18].

Необхідно зауважити, що вирази (37) та (38) мають загальний характер в тому сенсі, що вони застосовані як у випадку, коли розмір частинки більший за довжину вільного пробігу електрона, так і в протилежному випадку. Легко показати, що, коли розмір частинки більший за довжину вільного пробігу електрона, вирази для магнітного моменту спрощуються. Для цього треба зазначити, що безрозмірна величина q , а разом з ним і вектор магнітного моменту \mathbf{M} буде залежати від співвідношення частот ν, ν_s та ω , де

$$\nu_s = \frac{v_F}{2R} \quad (39)$$

має зміст частоти зіткнень електрона зі стінками частинки на відміну від частоти ν , яка є величиною, оберненою до часу релаксації, і має сенс

об'ємної частоти зіткнень електрона. Якщо $\nu \gg \nu_s$, то буде домінувати розсіяння електрона в об'ємі частинки, в зворотному випадку $\nu \ll \nu_s$ буде відігравати головну роль розсіяння електрона в результаті зіткнень з поверхнею. В граничному випадку об'ємного розсіяння вираз (38) переходить у відомий результат [12]:

$$\mathbf{M} = \frac{(kR)^2}{30} R^3 \mathbf{H}^{(0)}. \quad (40)$$

Вигляд тензора магнітної сприйнятливості χ_{ij} можна встановити з виразів (28) та (37), а поляризованості κ_{ij} – зі співвідношень (29) та (31). Зауважимо, що у формулі (31) можна виконати інтегрування по просторових координатах так само, як ми це зробили у випадку магнітного моменту. В результаті для тензора провідності отримуємо

$$\langle \sigma_{ij}^c(\omega) \rangle = \frac{3e^2}{2\tilde{\nu}} \left(\frac{m}{2\pi\hbar}\right)^3 \int d^3v \delta(\varepsilon - \varepsilon_F) v_i v_j \Psi(q), \quad (41)$$

де

$$\Psi(q) = \frac{4}{3} - \frac{2}{q} + \frac{4}{q^3} - \frac{4}{q^2} \left(1 + \frac{1}{q}\right) e^{-q}. \quad (42)$$

В сферичному випадку обчислення інтегралу в (41) дає:

$$\langle \sigma_{ij}^c(\omega) \rangle_0 = \frac{3}{16\pi} \frac{\omega_{pl}^2}{\tilde{\nu}} \Psi(q)|_{v=v_F} \delta_{ij}, \quad (43)$$

де ми ввели позначення для плазмової частоти:

$$\omega_{pl} = \sqrt{\frac{4\pi n e^2}{m}} \quad (44)$$

та концентрації вільних носіїв заряду:

$$n = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{m}{2\pi\hbar}\right)^3. \quad (45)$$

Легко бачити, що при $q \gg 1$ з (43) отримуємо відомий з теорії Друде вираз для височастотної оптичної провідності:

$$\langle \sigma_{ij}^c(\omega) \rangle = \frac{1}{4\pi} \frac{\omega_{pl}^2}{\nu - i\omega} \delta_{ij}. \quad (46)$$

Вираз (46) застосований у випадку, коли об'ємне розсіяння електронів домінує над поверхневим, тобто, коли $\nu \gg \nu_s$.

5. Переріз розсіяння

Як вже було зазначено вище, диференціальний переріз розсіяння визначається відношенням середньої (за період) інтенсивності розсіяної хвилі на відстані R_0 від наночастинки в тілесний кут $d\Omega$ до густини енергії падаючого потоку, тобто:

$$d\Sigma = \frac{\omega^4}{c^4} \frac{1}{|\mathbf{H}^{(0)}|^2} \left\{ |[\mathbf{n} \times \mathbf{d}]|^2 + |[\mathbf{n} \times [\mathbf{M} \times \mathbf{n}]]|^2 + 2\text{Re}([\mathbf{n} \times \mathbf{d}] \cdot [\mathbf{n} \times [\mathbf{M} \times \mathbf{n}]]) \right\} d\Omega. \quad (47)$$

Вираз (47) визначає переріз розсіяння світла окремою металевою наночастинкою. Хоча на сьогодні вже існують експерименти, в яких досліджують взаємодію світла з поодиноким наночастинкою, все ж таки значно зручніше працювати з ансамблем частинок. Тому будемо вважати, що ми маємо ансамбль металевих наночастинок однакового об'єму та форми. Крім того, відстань між частинками в ансамблі має бути значно більшою за їхній розмір; в цьому випадку можна нехтувати взаємодією між частинками. Всі отримані до цього вирази застосовні до загального випадку тривісного еліпсоїда. Надалі, для спрощення обчислень, виберемо в

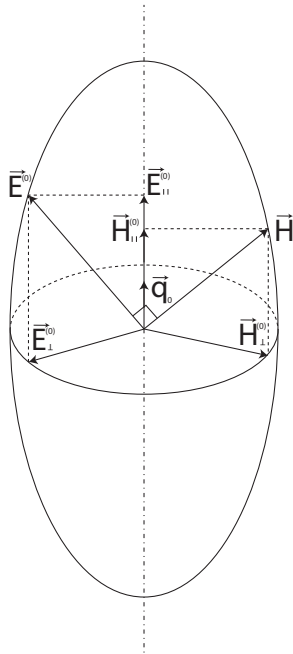


Рис. 1. Розклад векторів $\mathbf{E}^{(0)}$ та $\mathbf{H}^{(0)}$ з урахуванням симетрії задачі

ролі форми частинки еліпсоїд обертання (сфероїд), тобто покладемо $R_x = R_y = R_\perp$, $R_z = R_\parallel$.

Введемо орт \mathbf{q}_0 вздовж осі обертання сфероїда. Вектори $\mathbf{E}^{(0)}$ та $\mathbf{H}^{(0)}$ зовнішньої електромагнітної хвилі можна розкласти на складові, паралельні та перпендикулярні осі обертання, як показано на рис. 1:

$$\mathbf{E}^{(0)} = \mathbf{E}_\parallel^{(0)} + \mathbf{E}_\perp^{(0)} = (\mathbf{E}^{(0)} \cdot \mathbf{q}_0)\mathbf{q}_0 + \mathbf{E}_\perp^{(0)}, \quad (48)$$

$$\mathbf{H}^{(0)} = \mathbf{H}_\parallel^{(0)} + \mathbf{H}_\perp^{(0)} = (\mathbf{H}^{(0)} \cdot \mathbf{q}_0)\mathbf{q}_0 + \mathbf{H}_\perp^{(0)}. \quad (49)$$

Вирази (27), (28) дають нам розклади електричного та магнітного моментів по полю падаючої хвилі в сфероїдальному випадку:

$$\mathbf{d} = \kappa_\parallel \mathbf{E}_\parallel^{(0)} + \kappa_\perp \mathbf{E}_\perp^{(0)}, \quad (50)$$

$$\mathbf{M} = \chi_\parallel \mathbf{H}_\parallel^{(0)} + \chi_\perp \mathbf{H}_\perp^{(0)}. \quad (51)$$

Тут κ_\parallel , κ_\perp та χ_\parallel , χ_\perp – компоненти тензорів поляризованості та магнітної сприйнятливості вздовж осі обертання сфероїда та перпендикулярно до неї відповідно.

Вище ми визначили всі вирази, необхідні для знаходження диференціального перерізу розсіяння (47). Нас цікавить випадок, коли хвиля розсіюється не на окремій частинці, а на ансамблі хаотично орієнтованих металевих наночастинок сфероїдальної форми. В цьому ансамблі кожен сфероїд має свій вектор \mathbf{q}_0 вздовж осі обертання, тому для того, щоб знайти переріз розсіяння на такому ансамблі, треба вираз (47) усереднити по всіх можливих напрямках вектора \mathbf{q}_0 . В результаті усереднення по напрямках орієнтації наносфероїдів отримуємо вираз для диференціального перерізу розсіяння:

$$\langle d\Sigma \rangle_{\mathbf{q}_0} = \frac{\omega^4}{15c^4} \frac{1}{|\mathbf{H}^{(0)}|^2} \left\{ 2|\mathbf{E}^{(0)}|^2 |\kappa_\perp - \kappa_\parallel|^2 + \frac{1}{2} |[\mathbf{n} \times \mathbf{E}^{(0)}]|^2 (3|2\kappa_\perp + \kappa_\parallel|^2 + 2|\kappa_\perp|^2 + |\kappa_\parallel|^2) + 2|\mathbf{H}^{(0)}|^2 |\chi_\perp - \chi_\parallel|^2 + \frac{1}{2} |[\mathbf{n} \times \mathbf{H}^{(0)}]|^2 (3|2\chi_\perp + \chi_\parallel|^2 + 2|\chi_\perp|^2 + |\chi_\parallel|^2) + 2\text{Re}(5\mathbf{E}^{(0)}[\mathbf{H}^{(0)} \times \mathbf{n}] (\kappa_\parallel \chi_\perp^* + \kappa_\perp \chi_\parallel^*)) + 7[\mathbf{n} \times \mathbf{E}^{(0)}] \cdot [\mathbf{n} \times \mathbf{H}^{(0)}] \kappa_\perp \chi_\perp^* \right\} d\Omega. \quad (52)$$

Аналіз останнього виразу ускладнюється тим, що кут між вектором напрямку спостереження \mathbf{n} та електричною складовою падаючої хвилі $\mathbf{E}^{(0)}$ і кут між \mathbf{n} та $\mathbf{H}^{(0)}$ не пов'язані між собою. Тому, щоб не робити аналіз залежності диференціального перерізу розсіяння від цих кутів, проінтегруємо вираз (52) по всіх напрямках розсіяння. Іншими словами, знайдемо повний переріз розсіяння. Результат набуває такого вигляду:

$$\begin{aligned} \langle \Sigma \rangle_{\mathbf{q}_0} = & \frac{2\pi\omega^4}{15c^4} \left\{ 4|\kappa_{\perp} - \kappa_{\parallel}|^2 + \frac{1}{3}(3|2\kappa_{\perp} + \kappa_{\parallel}|^2 + \right. \\ & + 2|\kappa_{\perp}|^2 + |\kappa_{\parallel}|^2) + 4|\chi_{\perp} - \chi_{\parallel}|^2 + \frac{1}{3}(3|2\chi_{\perp} + \chi_{\parallel}|^2 + \\ & \left. + 2|\chi_{\perp}|^2 + |\chi_{\parallel}|^2) \right\}. \end{aligned} \quad (53)$$

Стосовно отриманого результату (53) потрібно зробити два коментарі: 1) при інтегруванні по координатах вектора \mathbf{n} перехресний доданок, в який входить добуток полів $\mathbf{E}^{(0)}$ і $\mathbf{H}^{(0)}$ обертається на нуль; 2) хоча у виразі для повного перерізу розсіяння $\langle \Sigma \rangle_{\mathbf{q}_0}$ аналітичні залежності від $\kappa_{\perp, \parallel}(\omega)$ та $\chi_{\perp, \parallel}(\omega)$ ідентичні, частотна залежність електричного та магнітного відгуків буде різною, оскільки $\kappa_{\perp, \parallel}(\omega)$ та $\chi_{\perp, \parallel}(\omega)$ по-різному залежать від частоти.

Наша задача полягає в тому, щоб порівняти внески електричної та магнітної складової у переріз розсіяння на частотах, далеких від частот плазмових резонансів. Для цього чисельно розрахуємо відношення цих двох компонент:

$$\frac{\langle \Sigma_m \rangle}{\langle \Sigma_e \rangle} = \frac{4|\chi_{\perp} - \chi_{\parallel}|^2 + \frac{1}{3}(3|2\chi_{\perp} + \chi_{\parallel}|^2 + 2|\chi_{\perp}|^2 + |\chi_{\parallel}|^2)}{4|\kappa_{\perp} - \kappa_{\parallel}|^2 + \frac{1}{3}(3|2\kappa_{\perp} + \kappa_{\parallel}|^2 + 2|\kappa_{\perp}|^2 + |\kappa_{\parallel}|^2)}. \quad (54)$$

На рис. 2 зображена залежність виразу (54) від довжини падаючої хвилі, поділеної на величину найдовшої з осей сфероїда. Таке нормування довжини хвилі зумовлене тим, що розвинута теорія працює лише в тому випадку, коли розмір частинки значно менший за довжину хвилі, а, отже, менші довжини хвилі ми не можемо розглядати. З рис. 2 ми бачимо, що на довжинах хвилі, далеких від плазмових резонансів, магнітна складова в розсіянні того самого порядку, що і електрична, і, відповідно, не може бути знехтувана.

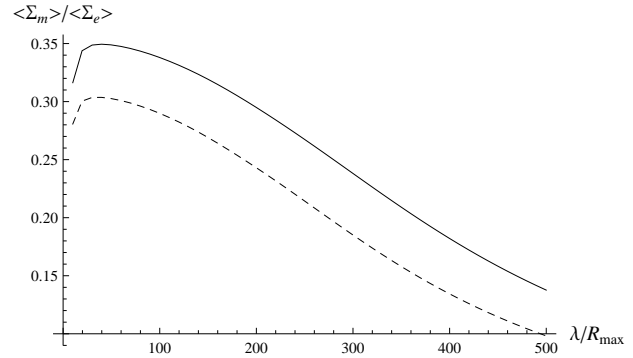


Рис. 2. Залежність відношення магнітного розсіяння до електричного $\langle \Sigma_m \rangle / \langle \Sigma_e \rangle$ від довжини падаючої хвилі λ , нормованої на довжину більшої півосі сфероїда R_{\max} , для мідної наночастинки з $R = 20$ нм. Суцільна крива – $R_{\perp} / R_{\parallel} = 1,5$, пунктирна крива – $R_{\perp} / R_{\parallel} = 0,67$

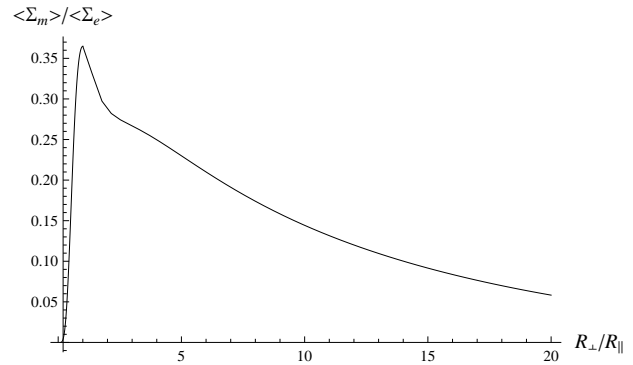


Рис. 3. Залежність відношення магнітного розсіяння до електричного $\langle \Sigma_m \rangle / \langle \Sigma_e \rangle$ від співвідношення між півсями сфероїда $R_{\perp} / R_{\parallel}$, для мідної наночастинки з $R = 20$ нм на частоті $\omega = 2 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$ ($\lambda \approx 942,5$ нм)

На рис. 3 показана залежність виразу (54) від співвідношення між осями сфероїда $R_{\perp} / R_{\parallel}$. Як бачимо, пік припадає на точку, в якій $R_{\perp} = R_{\parallel}$, тобто внесок магнітної компоненти найбільший, якщо частинка має форму сфери.

6. Висновки

У роботі досліджено внесок магнітного дипольного розсіяння в переріз розсіяння електромагнітної хвилі ансамблем хаотично орієнтованих металевих наночастинок сфероїдальної форми при довільному співвідношенні між розмірами частинок і довжиною вільного пробігу електронів.

Показано, що на частотах, далеких від частот плазмових резонансів, магнітне і електричне роз-

сіяння – величини одного порядку, на відміну від діапазону частот, близьких до плазмових резонансів, де магнітною складовою можна нехтувати порівняно з електричною.

Крім того, проаналізовано вплив форми наночастинки на співвідношення між електричним і магнітним розсіяннями і показано, що внесок магнітного розсіяння максимальний, якщо наночастинка має форму сфери.

В рамках кінетичного підходу вперше отриманий вираз для магнітного моменту металевого наелепсоїда, який переходить у класичний результат для сфери, якщо довжина вільного пробігу електрона значно менша, ніж розмір частинки.

ДОДАТОК

Обчислимо магнітний момент металеві наночастинки, який задається формулою:

$$M_i = \frac{e^2}{c} \left(\frac{m}{2\pi\hbar} \right)^3 \frac{1}{\tilde{\nu}} \int d^3v \delta(\varepsilon - \varepsilon_F) \int d^3r' (1 - e^{-\tilde{\nu}t'}) \times \sum_{j,k,l,m} \varepsilon_{ijk} \alpha_{lm} \frac{x'_j x'_m v'_k v'_l}{\gamma_j \gamma_k \gamma_l \gamma_m}. \quad (1A)$$

У виразі (1A) виконаємо спочатку інтегрування по просторових координатах \mathbf{r}' . Для цього спрямуємо вісь z' у напрямку вектора \mathbf{v} , тоді характеристика не буде залежати від кута φ' і ми зможемо взяти такий інтеграл:

$$\int_0^{2\pi} d\varphi' x'_j x'_m = \int_0^{2\pi} d\varphi' (\mathbf{e}_j \cdot \mathbf{r}') (\mathbf{e}_m \cdot \mathbf{r}'). \quad (2A)$$

Тут ми ввели орти в системі координат, пов'язаній із півсями еліпсоїда:

$$\mathbf{e}_j = (\sin \psi_j \cos \varphi_j, \sin \psi_j \sin \varphi_j, \cos \psi_j), \quad (3A)$$

де ψ_j – кут між векторами \mathbf{e}_j та \mathbf{v}' , а φ_j – полярний кут у площині, перпендикулярній до вектора \mathbf{v}' . Вводячи крім того кут θ' між векторами \mathbf{r}' та \mathbf{v} і, відповідно, кут φ' , можемо розписати вираз (2A) таким чином:

$$\int_0^{2\pi} d\varphi' x'_j x'_m = 2\pi r'^2 \left\{ \cos \psi_j \cos \psi_m + \sin^2 \theta' \times \left[\frac{1}{2} \sin \psi_j \sin \psi_m \cos(\varphi_j - \varphi_m) - \cos \psi_j \cos \psi_m \right] \right\}. \quad (4A)$$

Враховуючи співвідношення

$$\sin \psi_j \sin \psi_m \cos(\varphi_j - \varphi_m) + \cos \psi_j \cos \psi_m = \mathbf{e}_j \cdot \mathbf{e}_m = \delta_{jm}, \quad (5A)$$

$$\cos \psi_j = \frac{\mathbf{e}_j \cdot \mathbf{v}'}{v'^2}, \quad \cos \psi_m = \frac{\mathbf{e}_m \cdot \mathbf{v}'}{v'^2}, \quad (6A)$$

остаточно з (4A) отримуємо

$$\int_0^{2\pi} d\varphi' x'_j x'_m = 2\pi r'^2 \left\{ \frac{v'_j v'_m}{v'^2} + \frac{1}{2} \sin^2 \theta' \left[\delta_{jm} - 3 \frac{v'_j v'_m}{v'^2} \right] \right\}. \quad (7A)$$

Якщо тепер підставити результат інтегрування (7A) у (1A), отримаємо два доданки, які треба проінтегрувати по θ' та r' , а саме:

$$I_1 = \int_0^\pi d\theta' \sin \theta' \int_0^R dr' r'^4 (1 - e^{-\tilde{\nu}t'}), \quad (8A)$$

$$I_2 = \int_0^\pi d\theta' \sin^3 \theta' \int_0^R dr' r'^4 (1 - e^{-\tilde{\nu}t'}). \quad (9A)$$

Інтеграли I_1 та I_2 можна обчислити, ввівши заміну:

$$\eta = \frac{r'}{R}, \quad \xi = \frac{v't'}{R}. \quad (10A)$$

Тоді з (8A) і (9A) отримуємо

$$I_1 = R^5 \int_0^1 d\eta \eta^4 \int_{1-\eta}^{1+\eta} d\xi \frac{\xi^2 - \eta^2 + 1}{2\xi^2 \eta} \left[1 - \exp\left(-\frac{\tilde{\nu}R}{v'} \xi\right) \right] = \frac{1}{2} R^5 \int_0^2 \frac{d\xi}{\xi^2} \left[1 - \exp\left(-\frac{\tilde{\nu}R}{v'} \xi\right) \right] \int_{|\xi-1|}^1 d\eta \eta^3 (\xi^2 - \eta^2 + 1) = R^5 \left[\frac{2}{5} - \frac{1}{q} + \frac{8}{3q^2} - \frac{6}{q^3} + \frac{32}{q^5} - \frac{2}{q^2} \left(1 + \frac{5}{q} + \frac{16}{q^2} + \frac{16}{q^3} \right) e^{-q} \right], \quad (11A)$$

де введено позначення:

$$q = \frac{2\tilde{\nu}R}{v'}. \quad (12A)$$

Аналогічним чином для I_2 отримуємо

$$I_2 = R^5 \left[\frac{4}{15} - \frac{1}{2q} + \frac{2}{q^3} - \frac{12}{q^5} + \frac{4}{q^2} \left(\frac{1}{q} + \frac{3}{q^2} + \frac{3}{q^3} \right) e^{-q} \right]. \quad (13A)$$

1. B. Hourahine and F. Papoff, *Opt. Express* **21**, 17 (2013).
2. Y.H. Fu, A.I. Kuznetsov, A.E. Miroshnichenko, Y.F. Yu, and B. Luk'yanchuk, *Nature Comm.* **4**, 1527 (2013).
3. P. Liu, J. Liu, J. Liu, X. Zhao, J. Xie, and Y. Wang, *Optics Comm.* **284**, 1076 (2011).
4. R. Sato, M. Ohnuma, K. Oyoshi, and Y. Takeda, *Phys. Rev. B* **90**, 125417 (2014).
5. H. Baida, D. Mongin, D. Christofilos, G. Bachelier, A. Crut, P. Maioli, N. Del Fatti, and F. Valleré, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 057402 (2011).
6. M. Sivis, M. Duwe, B. Abel, and C. Ropers, *Nature Phys.* **9**, 304 (2013).
7. P. Berto, M. S. A. Mohamed, H. Rigneault, and G. Baffou, *Phys. Rev. B* **90**, 035439 (2014).

8. G.V. Hartland, Chem. Rev. **111**, 3858 (2011).
9. В.В. Климов, *Наноплазмоника* (Физматлит, Москва, 2010).
10. P.M. Tomchuk and N.I. Grigorichuk, Phys. Rev. **73**, 155423 (2006).
11. N.I. Grigorichuk and P.M. Tomchuk, Phys. Rev. **84**, 085448 (2011).
12. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред* (Наука, Москва, 1982).
13. А.Ф. Александров, Л.С. Богданкевич, А.А. Рухадзе, *Основы электродинамики плазмы* (Высшая школа, Москва, 1978).
14. H.J. Trodahl, Phys. Rev. B **19**, 1316 (1979).
15. Е.Д. Белоцкий, С.П. Лукьянец, П.М. Томчук, ЖЭТФ **101**, 163 (1992).
16. С.В.Березкина, И.А.Кузнецова, А.А.Юшканов, ЖТФ **74**, 67 (2004).
17. А.Г. Лесскис, В.Е. Пастернак, А.А. Юшканов, ЖЭТФ **83**, 310 (1982).
18. И.А. Кузнецова, М.Е. Лебедев, А.А. Юшканов, Письма в ЖТФ, **40**, 8 (2014).

Одержано 07.06.15

Д.В. Бутенко, П.М. Томчук

ВЛИЯНИЕ МАГНИТНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ПОЛЯ НА РАССЕЙАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ МЕТАЛЛИЧЕСКИМ НАНОЭЛЛИПСОИДОМ

Резюме

В рамках кинетического подхода исследовано влияние магнитного дипольного момента асимметричной металлической наночастицы на рассеяние электромагнитного излучения. Для частиц сферической формы получены аналитические выражения для сечения рассеивания и проанализирована их зависимость от длины волны падающего излу-

чения и эксцентриситета сфероида. Показано, что в диапазоне частот, далеких от плазменных резонансов, вклад магнитного момента в рассеяние одного порядка величины с электрическим, причем отношение магнитного рассеяния к электрическому становится максимальным, когда частица имеет форму сферы. Кроме того, все расчеты выполнены для произвольного соотношения между размером частицы и длиной свободного пробега электрона, что дает возможность сравнивать результаты с теорией Ми в случае доминирующей роли рассеяния электронов в объеме наночастицы.

D. V. Butenko, P. M. Tomchuk

INFLUENCE OF THE MAGNETIC DIPOLE MOMENT OF A METAL NANOELLIPSOID ON THE SCATTERING OF ELECTROMAGNETIC WAVES

Резюме

The influence of the magnetic dipole moment of a non-spherical metal nanoparticle on the scattering of electromagnetic radiation by the particle has been studied in the framework of the kinetic approach. Analytical expressions for the scattering cross-section of spheroidal particles are obtained, and their dependence on the incident radiation wavelength and the nanoparticle eccentricity is analyzed. The contribution of a magnetic moment to the scattering at frequencies far from the plasmon resonance is shown to be comparable with that of the electric moment, with the ratio between the magnetic and electric moment contributions being maximum for spherical nanoparticles. The calculations are performed for an arbitrary ratio between the particle size and the free electron path, which enables our results to be compared with the Mie theory in the case where the electron scattering in the particle bulk dominates.