

А.І. ЛЕСЮК, М.Ф. ЛЕДНЕЙ, О.С. ТАРНАВСЬКИЙ

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
(Просп. Академіка Глушкова, 4, Київ 03127; e-mail: lesyuk.andrey@gmail.com,
ledney@univ.kiev.ua, smalko1@bigmir.net)

ОРІЄНТАЦІЙНА НЕСТІЙКІСТЬ ДИРЕКТОРА В ПЛАНАРНІЙ НЕМАТИЧНІЙ КОМІРНІ З КЕРОВАНИМИ МЕЖОВИМИ УМОВАМИ В ЕЛЕКТРИЧНОМУ ПОЛІ

УДК 532.783

Досліджується переорієнтація директора із одного планарного стану в інший планарний стан у комірни нематичного рідкого кристала під дією постійного електричного поля. Враховується проковзування осі легкого орієнтування директора в площині полімерної підкладки комірни, зумовлене взаємодією цієї осі з електричним полем. Внесок такої взаємодії в густину поверхневої вільної енергії комірни вважається лінійним по напруженості електричного поля, якщо еластичні частини молекул полімерної підкладки мають власні дипольні моменти. Якщо ж дипольні моменти еластичних частин молекул полімеру наводяться електричним полем, то аналогічний внесок вважається квадратичним по напруженості електричного поля. Показано, що в залежності від характеру взаємодії легкої осі з електричним полем орієнтаційна нестійкість директора може бути як пороговою, так і безпороговою. В обох випадках досліджена часова поведінка директора і легкої осі з моменту ввімкнення електричного поля з наступним виходом системи в стаціонарний стан та закінчуючи поверненням системи в вихідний однорідний стан після вимкнення поля.

Ключові слова: нематичний рідкий кристал, орієнтаційна нестійкість, проковзування легкої осі, часова поведінка директора, час ввімкнення/вимкнення, поріг переходу Фредерікса.

1. Вступ

Протягом останніх десятиліть рідкі кристали (РК) знайшли широке застосування в ролі елементної бази низки пристроїв відображення інформації завдяки своїм унікальним магніто- і електрооптичним властивостям. Останні тісно пов'язані з орієнтаційним впорядкуванням мезофази. Орієнтаційна впорядкованість РК в об'ємі комірни залежить від умов на її підкладках, а саме від величини енергії зчеплення, напряму осі легкого орієнтування директора тощо. В ролі підкладок рідкокристалічних комірок широке застосування знайшли полімерні плівки, в яких орієнтаційна анізотропія (вісь легкого орієнтування) наводиться шляхом опромінення поляризованим світлом (так звана фотоорієнтація) [1, 2]. Виявляється, що таким чином наведена на полімерній поверхні легка вісь директора може змінювати свою орієнтацію (про-

ковзувати) в зовнішньому світловому або постійному електричному/магнітному полі. Це впливатиме на рівноважну конфігурацію поля директора в комірни РК та відкриває можливості створення керованих зовнішніми полями умов для директора на орієнтуючій поверхні. Проковзування легкої осі в площині поверхні фотоорієнтованого полімеру експериментально спостерігалось в комірни нематичного рідкого кристала (НРК) у присутності електричного [3–5] і магнітного [5–7] поля. На думку авторів [3, 6], проковзування легкої осі можливе завдяки взаємодії молекул НРК з еластичними фрагментами молекул полімеру. За невеликої енергії зчеплення НРК з підкладкою поворот приповерхневого шару нематика під дією зовнішнього поля спричиняє переорієнтацію легкої осі. У [4, 5] пояснення переорієнтації легкої осі ґрунтується на адсорбції молекул НРК на поверхні полімерної підкладки. Механічний момент, зумовлений зовнішнім полем, передається з об'єму НРК адсорбованим на поверхні молекулам нематика, викликаючи

© А.І. ЛЕСЮК, М.Ф. ЛЕДНЕЙ,
О.С. ТАРНАВСЬКИЙ, 2017

тим самим зміщення легкої осі. Поля, в яких спостерігалось проковзування легкої осі, виявляються на 1-2 порядки величини сильнішими за наявності адсорбції молекул НРК на поверхні підкладки, ніж за відсутності. У роботі [7] розглядалися обидва згадані механізми повороту осі легкого орієнтування директора НРК на поверхні підкладки. Процеси переорієнтації директора НРК і легкої осі в площині полімерної підкладки в сильному змінному електричному полі та релаксація системи після вимкнення поля експериментально і теоретично вивчалися в [8]. Досліджена одночасна дія змінного електричного поля і поляризованого світла на часову поведінку директора НРК поблизу полімерної поверхні, попередньо опроміненої ультрафіолетом [9, 10]. У роботах [8–10] переорієнтація легкої осі пояснювалася механізмом, що базується на адсорбції молекул НРК на поверхні підкладки. Запропонована в цих роботах феноменологічна модель явища враховує вплив об'єму немастика на рух легкої осі, гальмівну дію полімеру та в'язкість руху легкої осі. Проте, використовуючи НРК 5СВ, у роботі [11] експериментально встановлена можливість наведення і постійним електричним полем орієнтаційної анізотропії на поверхні електрочутливого азополімеру. Причиною явища вважалася переорієнтація еластичних вуглеводневих ланцюгів молекул азополімеру, зумовлена взаємодією їх власних або наведених дипольних моментів із зовнішнім електричним полем [12].

У даній роботі досліджується орієнтаційна нестійкість директора в комірниці планарно орієтованого НРК у постійному електричному полі. Останнє орієтовано вздовж поверхні комірки перпендикулярно до вихідної однорідної орієнтації директора. Враховується можливість проковзування осі легкого орієнтування директора в площині однієї із полімерних підкладок комірки. Вважається, що рух легкої осі зумовлений її взаємодією з електричним полем. Внесок такої взаємодії в густину поверхневої вільної енергії комірки НРК вважається лінійним або квадратичним по величині напруженості електричного поля відповідно до того, дипольні моменти еластичних частин молекул полімерної підкладки є власними чи наводяться електричним полем. Встановлено, що орієнтаційна нестійкість НРК є безпороговою в першому випадку і пороговою в другому. Розраховано і проаналізовано часові залежності кутів відхилення директо-

ра і рухомої легкої осі починаючи з моменту ввімкнення електричного поля із наступним виходом системи в стаціонарний стан та закінчуючи її поверненням у вихідний однорідний стан після вимкнення поля.

2. Вільна енергія НРК та рівняння для директора

Нехай маємо плоскопаралельну комірку НРК, обмежену площинами $z = 0$ і $z = L$, з початковою однорідною орієнтацією директора вздовж осі Ox . Комірка поміщена в зовнішнє постійне однорідне електричне поле з вектором напруженості вздовж осі Oy , $\mathbf{E} = (0, E, 0)$. Вважаємо, що вісь \mathbf{e} легкого орієнтування директора на верхній $z = L$ полімерній підкладці комірки взаємодіє з електричним полем \mathbf{E} . Наслідком такої взаємодії є проковзування легкої осі \mathbf{e} в площині підкладки. Зчеплення НРК з нижньою $z = 0$ підкладкою однорідне і нескінченно сильне.

Вільна енергія комірки НРК може бути записана в вигляді

$$F = F_{el} + F_E + F_S + F_{SE}, \quad (1)$$

$$F_{el} = \frac{1}{2} \int_V \left\{ K_1 (\operatorname{div} \mathbf{n})^2 + K_2 (\mathbf{n} \cdot \operatorname{rot} \mathbf{n})^2 + K_3 [\mathbf{n} \times \operatorname{rot} \mathbf{n}]^2 \right\} dV,$$

$$F_E = -\frac{1}{8\pi} \int_V \mathbf{E} \mathbf{D} dV,$$

$$F_S = -\frac{W}{2} \int_S (\mathbf{e} \mathbf{n})^2 dS,$$

$$F_{SE} = -\frac{\alpha}{m} \int_S (\mathbf{e} \mathbf{E})^m dS.$$

Тут F_{el} – пружна енергія НРК, F_E – анізотропний внесок у вільну енергію електричного поля, F_S – поверхнева вільна енергія, записана в формі потенціалу Рапіні, F_{SE} – внесок у поверхневу вільну енергію взаємодії рухомої осі легкого орієнтування директора на верхній $z = L$ полімерній підкладці з електричним полем, K_1, K_2, K_3 – пружні сталі НРК, \mathbf{n} – директор, $\mathbf{D} = \hat{\epsilon} \mathbf{E}$ – вектор електричної індукції, $\hat{\epsilon} = \epsilon_{\perp} \hat{\mathbf{1}} + \epsilon_a \mathbf{n} \otimes \mathbf{n}$, $\epsilon_a = \epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp} > 0$ – відповідно тензор та анізотропія статичної діелектричної проникності НРК, W – азимутальна енергія зчеплення НРК з верхньою $z = L$ підкладкою комірки, пов'язана з відхиленнями директора в площині xOy . Параметр m

приймається рівним 1 або 2 залежно від наявності у молекул полімерного орієнтанту власних або наведених дипольних моментів відповідно.

Унаслідок однорідності системи в площині xOy , директор \mathbf{n} в об'ємі та легку вісь \mathbf{e} на верхній підкладці комірки запишемо у вигляді

$$\begin{aligned}\mathbf{n} &= \mathbf{i} \cdot \cos \varphi(z, t) + \mathbf{j} \cdot \sin \varphi(z, t), \\ \mathbf{e} &= \mathbf{i} \cdot \cos \psi(t) + \mathbf{j} \cdot \sin \psi(t),\end{aligned}\quad (2)$$

де \mathbf{i}, \mathbf{j} – орти декартової системи координат.

Віднесена до одиниці площі поверхні комірки вільна енергія (1) матиме вигляд

$$\begin{aligned}F &= \frac{K_2}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 - \frac{E^2}{4\pi K_2} (\epsilon_{\perp} + \epsilon_a \sin^2 \varphi) \right] dz - \\ &- \frac{W}{2} \cos^2(\varphi_L - \psi) - \frac{\alpha}{m} (E \sin \psi)^m,\end{aligned}\quad (3)$$

де $\varphi_L = \varphi(z = L)$ – кут повороту директора на верхній підкладці комірки. Тут вираз для вільної енергії (3) враховує розв'язок рівнянь електростатики для електричного поля \mathbf{E} в об'ємі НРК.

Мінімізуючи вільну енергію (3) за кутами φ і ψ , отримуємо таке рівняння:

$$\varphi''_{zz} + \frac{\epsilon_a E^2}{4\pi K_2} \sin \varphi \cos \varphi = \eta_1 \varphi'_t \quad (4)$$

і межові умови до нього

$$\varphi|_{z=0} = 0, \quad (5)$$

$$K_2 \varphi'_z|_{z=L} + W \sin(\varphi_L - \psi) \cos(\varphi_L - \psi) = 0, \quad (6)$$

$$\begin{aligned}[W \sin(\varphi - \psi) \cos(\varphi - \psi) + \\ + \alpha E^m \cos \psi \sin^{m-1} \psi]_{z=L} = \eta_2 \psi'_t,\end{aligned}\quad (7)$$

де штрихи біля функцій φ і ψ позначають похідні по відповідних аргументах. Доданок у правій частині рівняння (4) враховує, як і в роботах [1, 13], дисипативні процеси в об'ємі НРК при повороті директора в нехтуванні його зв'язками з гідродинамічними рухами нематика, η_1 – коефіцієнт об'ємної в'язкості НРК. Проковзування легкої осі в площині $z = L$ верхньої підкладки комірки описується, як і в [8–10], членом у правій частині умови (7), η_2 – коефіцієнт в'язкості легкої осі. У загальному випадку розв'язок рівняння (4), що задовольняє межові умови (5)–(7), може бути знайдений тільки чисельно.

3. Лінійна взаємодія легкої осі з електричним полем

3.1. Часова поведінка директора і рухомої легкої осі

Нехай внесок у поверхневу вільну енергію НРК від взаємодії рухомої осі \mathbf{e} легкого орієнтування директора на верхній $z = L$ підкладці комірки з електричним полем \mathbf{E} лінійний по напруженості цього поля (у виразі F_{SE} (1) параметр $m = 1$). Вважатимемо напруженість E електричного поля малою у порівнянні з величиною порога $E_{th}^{\infty} = \frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{4\pi K_2}{\epsilon_a}}$ переходу Фредерікса при нескінченно сильному зчепленні НРК з підкладками комірки за відсутності проковзування легкої осі. Тоді, вважаючи кути φ і ψ малими, обмежимося лінеаризованими по φ і ψ рівнянням (4):

$$\varphi''_{\xi\xi} + e^2 \varphi = \varphi'_\tau \quad (8)$$

і межовими умовами (5)–(7)

$$\varphi|_{\xi=0} = 0, \quad (9)$$

$$\varphi'_\xi|_{\xi=1} + \varepsilon(\varphi_L - \psi) = 0, \quad (10)$$

$$\varepsilon(\varphi_L - \psi) + \tilde{\alpha}e = \gamma\psi'_\tau. \quad (11)$$

Тут використані безрозмірні координата $\xi = z/L$, час $\tau = tK_2/(\eta_1 L^2)$, коефіцієнт в'язкості $\gamma = \eta_2/(\eta_1 L)$, енергія зчеплення $\varepsilon = WL/K_2$, напруженість електричного поля $e = \pi E/E_{th}^{\infty}$ та параметр взаємодії $\tilde{\alpha} = \alpha\sqrt{4\pi/(\epsilon_a K_2)}$.

Враховуючи (11), межова умова (10) набуває вигляду $\varphi'_\xi|_{\xi=1} = \tilde{\alpha}e - \gamma\psi'_\tau$. Тоді побудуємо функцію

$$u(\xi, \tau) = \varphi(\xi, \tau) - \xi(\tilde{\alpha}e - \gamma\psi'_\tau), \quad (12)$$

яка, як випливає з (8)–(10), задовольняє рівняння

$$u''_{\xi\xi} + e^2 u = u'_\tau - \xi(\gamma\psi''_{\tau\tau} - \gamma e^2 \psi'_\tau + \tilde{\alpha}e^3) \quad (13)$$

та однорідні межові умови

$$u|_{\xi=0} = u'_\xi|_{\xi=1} = 0. \quad (14)$$

Розв'язок рівняння (13), що задовольняє межові умови (14), запишемо у вигляді розкладу

$$u(\xi, \tau) = \sum_{n=0}^{\infty} u_n(\tau) \sin[\pi(n + 1/2)\xi], \quad (15)$$

де u_n – невідомі коефіцієнти розкладу. Підставивши вираз (15) у рівняння (13) і скориставшись лінійною незалежністю функцій $\sin[\pi(n + 1/2)\xi]$ на відрізку $[0, 1]$, отримуємо рівняння для визначення коефіцієнтів u_n :

$$u'_n + (\pi^2(n + 1/2)^2 - e^2)u_n = \frac{2(-1)^n}{\pi^2(n + 1/2)^2} (\gamma\psi''_{\tau\tau} - \gamma e^2\psi'_\tau + \tilde{\alpha}e^3), \quad (16)$$

де $n = 0, 1, 2, \dots$

У невеликих порівняно з критичним E_{th}^∞ електричних полях у розкладі (15) нехтуємо вищими гармоніками, вважаючи їх малими. В ролі розв'язку рівняння (13) розглядаємо тільки перший член розкладу (15):

$$u(\xi, \tau) = u_0(\tau) \sin(\pi\xi/2). \quad (17)$$

Підстановка виразу (17) в межу умову (11), попередньо записану для функції $u(\xi, \tau)$, дає

$$u_0 = \psi + (1 + 1/\varepsilon)(\gamma\psi'_\tau - \tilde{\alpha}e). \quad (18)$$

Враховуючи в (16) при $n = 0$ значення u_0 (18), приходимо до рівняння відносно функції $\psi(\tau)$:

$$a\psi'' + b\psi' + c\psi = d, \quad (19)$$

де

$$\begin{aligned} a &= \gamma[1 + (1 - 8/\pi^2)\varepsilon], \\ b &= \gamma[8\varepsilon e^2/\pi^2 + \varepsilon/\gamma + (\varepsilon + 1)(\pi^2/4 - e^2)], \\ c &= \varepsilon(\pi^2/4 - e^2), \\ d &= \tilde{\alpha}e[8\varepsilon e^2/\pi^2 + (\varepsilon + 1)(\pi^2/4 - e^2)]. \end{aligned}$$

Розв'язок рівняння (19) дає часову залежність кута повороту рухомої легкої осі на поверхні $z = L$ комірки у вигляді

$$\psi(\tau) = \frac{k_2 d/c - \tilde{\alpha}e/\gamma}{k_1 - k_2} e^{-k_1\tau} - \frac{k_1 d/c - \tilde{\alpha}e/\gamma}{k_1 - k_2} e^{-k_2\tau} + \frac{d}{c}, \quad (20)$$

де $k_{1,2} = (b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})/(2a) > 0$. Коефіцієнти біля $e^{-k_{1,2}\tau}$ у (20) отримуються із початкових умов $\psi(\tau = 0) = 0$ і $\psi'_\tau(\tau = 0) = \tilde{\alpha}e/\gamma$. Остання впливає з (11) як наслідок $\varphi(\xi, \tau = 0) = 0$. Підстановка залежності $\psi(\tau)$ (20) у рівняння (18) дає значення

$u_0(\tau)$ і відповідно функцію $u(\xi, \tau)$ (17). Враховуючи останню і значення $\psi(\tau)$ (20) із співвідношення (12) отримуємо значення кута $\varphi(\xi, \tau)$ повороту директора в об'ємі НРК. Вираз для $\varphi(\xi, \tau)$ тут не приводиться через його громіздкість.

Проте, в наближенні $\gamma \gg 1$ ($\eta_2 \gg \eta_1 L$) [8], обмежившись величинами першого порядку малості по $1/\gamma$, часові залежності кутів відхилення директора і легкої осі запишуться у вигляді:

$$\varphi(\xi, \tau) \approx \tilde{\alpha}e \left(\frac{32e^2}{\pi^4} \sin \frac{\pi\xi}{2} + \xi \right) \times \left[1 - \exp \left(-\frac{\varepsilon\tau}{\gamma(1 + \varepsilon)} \right) \right], \quad (21)$$

$$\psi(\tau) \approx \tilde{\alpha}e \frac{1 + \varepsilon}{\varepsilon} \left[1 - \exp \left(-\frac{\varepsilon\tau}{\gamma(1 + \varepsilon)} \right) \right].$$

Як видно з (21), у як завгодно слабкому електричному полі мають місце деформації поля директора і відхилення рухомої легкої осі від вихідного напрямку. Тому, орієнтаційна нестійкість НРК в електричному полі є безпороговою. Характерний час ввімкнення системи рівний

$$t_{on} = \frac{\eta_2 L(1 + \varepsilon)}{\varepsilon K_2}. \quad (22)$$

Зі збільшенням величини енергії зчеплення ε час t_{on} зменшується, наближаючись до значення $\eta_2 L/K_2$ у випадку нескінченно сильного зчеплення НРК з верхньою $z = L$ підкладкою комірки. Від значень параметра взаємодії α і коефіцієнта η_1 об'ємної в'язкості НРК час t_{on} не залежить.

У цілому, характер часової поведінки директора \mathbf{n} і рухомої легкої осі \mathbf{e} після ввімкнення електричного поля і до виходу системи в стаціонарний стан визначається напруженістю E поля і значеннями параметрів комірки НРК. На рис. 1 наведені часові залежності кутів відхилення φ_L директора і ψ легкої осі на поверхні $z = L$ комірки для декількох значень напруженості E електричного поля. Приведені залежності $\varphi_L(t)$ і $\psi(t)$, отримані в результаті числового розв'язку рівняння (4) з межовими умовами (5)–(7) для нематика 5СВ товщини $L = 10$ мкм. Коефіцієнти об'ємної в'язкості НРК і в'язкості легкої осі бралися рівними $\eta_1 = 0,5$ П [14], $\eta_2 = 0,01$ П · см [11, 12] відповідно.

Нехай величина напруженості E електричного поля не перевищує значення порога $0,5E_{th}^\infty$ переходу Фредерікса за відсутності зчеплення НРК з

верхньою $z = L$ підкладкою комірки ($\varepsilon = 0$). Тоді, з моменту ввімкнення електричного поля і до виходу системи в стаціонарний стан швидше відхилятиметься рухома легка вісь завдяки її взаємодії з електричним полем. Директор в об'ємі НРК повертатиметься за легкою віссю, так що $\varphi_L \leq \psi$ (див. рис. 1). Найбільші деформації поля директора матимуть місце на поверхні $z = L$ з рухомою легкою віссю, $\varphi(z, t) \leq \varphi_L(t)$. На відміну від випадку фіксованого положення легкої осі на обох підкладках комірки, коли найбільше відхилення директора досягається тільки в об'ємі НРК.

Під час виходу системи в стаціонарний стан в електричному полі $E > 0,5E_{th}^\infty$, у цілому, директор відхиляючись повертає за собою рухому легку вісь, так, що $\varphi_L \geq \psi$ (див. рис. 1). Максимальне відхилення директора тепер досягається в об'ємі НРК. По мірі наближення системи до стаціонарного стану найбільші деформації поля директора зміщуються з об'єму НРК у бік поверхні з рухомою легкою віссю. Так, значення кута відхилення директора по товщині комірки, розраховані в різні моменти часу до виходу системи в стаціонарний стан, наведені на рис. 2. У стаціонарному стані завжди $\psi \geq \varphi_L$ незалежно від величини напруженості електричного поля. Підкреслимо, що при збільшенні об'ємної в'язкості НРК і в'язкості легкої осі часові залежності $\varphi(z, t)$ і $\psi(t)$ повільніше виходять на насичення.

У стаціонарному стані ($\varphi'_t = \psi'_t = 0$) згідно з межовими умовами (6) і (7), на верхній поверхні комірки $\varphi'_z|_{z=L} > 0$. Очевидно в об'ємі НРК також $\varphi'_z > 0$. Тому максимальне відхилення директора досягається на поверхні $z = L$. Проінтегрувавши двічі по z рівняння (4) та беручи до уваги межові умови (5)–(7), отримуємо рівняння

$$\frac{K_2}{E} \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{\left[\frac{\varepsilon_a K_2}{4\pi} (\sin^2 \varphi_L - \sin^2 \varphi) + \alpha^2 \cos^2 \psi \right]^{1/2}} = z. \quad (23)$$

Враховуючи умову (7), із рівняння (23) при $z = L$ знаходимо кути відхилення φ_L директора і ψ легкої осі на поверхні комірки. Підставивши знайдені значення φ_L і ψ у рівняння (23), отримуємо кут φ повороту директора по товщині комірки при заданій напруженості E електричного поля.

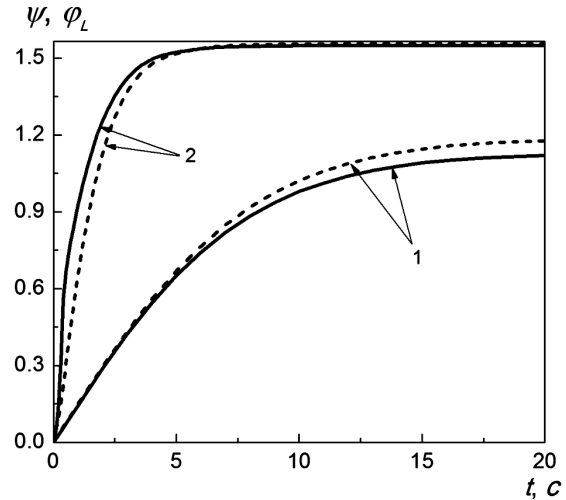


Рис. 1. Часові залежності кутів φ_L директора (суцільні лінії) і ψ рухомої легкої осі (штрихові) на поверхні комірки у випадку лінійної взаємодії легкої осі з електричним полем. $\varepsilon = 10$, $\bar{\alpha} = 1$. $E = 0,5E_{th}^\infty$ (1), $1,5E_{th}^\infty$ (2)

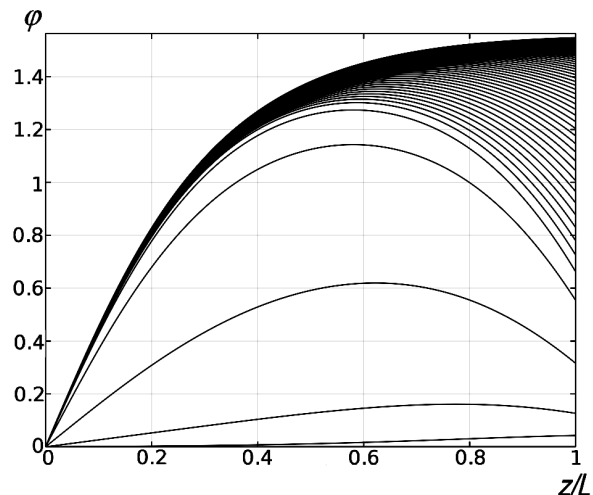


Рис. 2. Часова динаміка кута відхилення директора по товщині комірки з моменту ввімкнення електричного поля ($t = 0$ с) до виходу системи в стаціонарний стан ($t = 10$ с) з інтервалом 0,1 с у випадку лінійної взаємодії легкої осі з електричним полем. $\varepsilon = 10$, $\bar{\alpha} = 1$, $E = 1,5E_{th}^\infty$

Розрахункові залежності $\varphi(z)$ для різних значень напруженості E і параметра взаємодії α наведені на рис. 3. Зі збільшенням величини енергії зчеплення ε і параметра α деформації поля директора НРК зростають і досягають найбільшого значення на поверхні $z = L$. При збільшенні напруженості E кути відхилення φ_L директора і ψ легкої осі

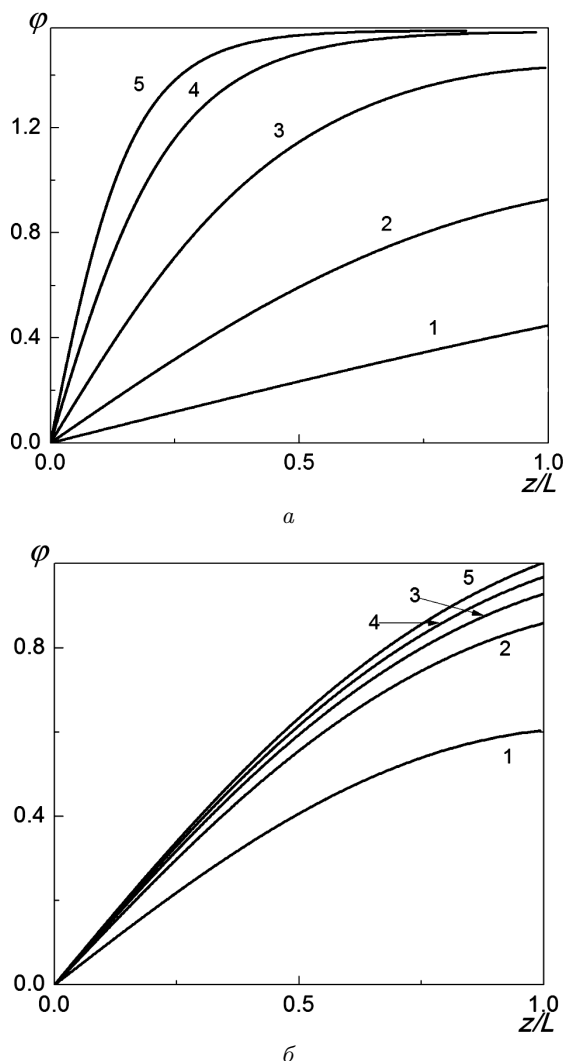


Рис. 3. Залежності кута φ відхилення директора від координати z при $\varepsilon = 1$: $a - \tilde{\alpha} = 1, E/E_{th}^\infty = 0,2$ (1), $0,5$ (2), 1 (3), 2 (4), 3 (5); $b - E/E_{th}^\infty = 0,5, \tilde{\alpha} = 0,1$ (1), $0,5$ (2), 1 (3), 2 (4), 10 (5)

монотонно зростають, так що $\varphi_L \leq \psi$, і досягають найбільшого можливого значення рівного $\pi/2$ вже при $E \gtrsim 2E_{th}^\infty$.

Розглянемо релаксацію системи із стаціонарного стану в вихідний однорідний стан після вимкнення електричного поля, $E = 0$. Лінеаризуючи φ і ψ отримуємо рівняння

$$\varphi''_{\xi\xi} = \varphi'_\tau \quad (24)$$

і межові умови до нього

$$\varphi|_{\xi=0} = 0, \quad (25)$$

$$\varphi'_\xi|_{\xi=1} + \varepsilon(\varphi_L - \psi) = 0, \quad (26)$$

$$\varepsilon(\varphi_L - \psi) = \gamma\psi'_\tau. \quad (27)$$

Розв'язуючи (24)–(27) і враховуючи обмеженість розв'язку при $\tau \rightarrow +\infty$ знайдемо величини кутів відхилення директора і рухомої легкої осі відповідно

$$\varphi(\xi, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\varkappa_n^2 \tau} \sin(\varkappa_n \xi), \quad (28)$$

$$\psi(\tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{\gamma \varkappa_n} e^{-\varkappa_n^2 \tau} \cos \varkappa_n, \quad (29)$$

де A_n – сталі, \varkappa_n – додатні корені рівняння

$$\text{tg } \varkappa = \frac{1}{\gamma \varkappa} - \frac{\varkappa}{\varepsilon}. \quad (30)$$

Зазначимо, що вираз (29) для кута $\psi(\tau)$ отримується з умови $\varphi'_\xi|_{\xi=1} + \gamma\psi'_\tau = 0$, яка є наслідком сумісного розгляду межових умов (26) і (27). Як випливає із (28) і (29), характерний час релаксації системи визначається найбільш повільно затухаючою модою, а, саме, з $n = 1$ і є рівним

$$t_{\text{off}} = \frac{\eta_1 L^2}{\varkappa_1^2 K_2}. \quad (31)$$

Можливість проковзування легкої осі на підкладці $z = L$ комірки приводить до збільшення часу релаксації t_{off} системи в порівнянні з випадком відсутності такого проковзування. Зокрема, при нескінченно сильному зчепленні НРК з обома підкладками комірки $t_{\text{off}} = 4t_{\text{off}}^\infty$, де $t_{\text{off}}^\infty = \frac{\eta_1 L^2}{\pi^2 K_2}$ – час релаксації системи за відсутності проковзування легкої осі при $W = \infty$. Проте, від величини параметра взаємодії α час t_{off} не залежить. Збільшення значень енергії зчеплення ε приводить до зменшення часу t_{off} , що пояснюється посиленням взаємодії директора і легкої осі. На рис. 4 наведені значення кута повороту директора по товщині комірки, розраховані в різні моменти часу після вимкнення електричного поля в системі, яка поперечно знаходилася в стаціонарному стані. Як видно, найбільші деформації поля директора досягаються на поверхні з рухомою легкою віссю. Характерно, що залежність $\varphi(z, t)$ стає практично лінійною по z досить швидко у порівнянні із загальним часом повної релаксації системи у вихідний однорідний стан. Після вимкнення електричного поля швидше повертається у вихідний однорідний стан директор, повертаючи за собою легку вісь, так, що $\varphi_L \leq \psi$.

4. Квадратична взаємодія легкої осі з електричним полем

Нехай внесок у поверхневу вільну енергію НРК від взаємодії осі легкого орієнтування директора на підкладці $z = L$ комірки з електричним полем квадратичний по напруженості E останнього ($m = 2$ у виразі F_{SE} (1)). Мінімізація вільної енергії (3) за кутами φ і ψ приводить до рівняння (4) і межових умов (5)–(7) з $m = 2$. У наближенні малих кутів φ і ψ поведінка системи описується лінеаризованими рівняннями (8) з межовими умовами (9), (10) та умовою

$$\varepsilon(\varphi_L - \psi) + \tilde{\alpha}e^2\psi = \gamma\psi', \quad (32)$$

де $\tilde{\alpha} = 4\pi\alpha/(\epsilon_a L)$.

Як результат розгляду лінеаризованої задачі маємо кути відхилення директора і легкої осі відповідно

$$\varphi(\xi, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n e^{\lambda_n^2 \tau} \sin(\sqrt{e^2 - \lambda_n^2} \xi), \quad (33)$$

$$\psi(\tau) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n e^{\lambda_n^2 \tau} \left(\frac{1}{\varepsilon} \sqrt{e^2 - \lambda_n^2} \cos \sqrt{e^2 - \lambda_n^2} + \sin \sqrt{e^2 - \lambda_n^2} \right), \quad (34)$$

де B_n – сталі, λ_n – додатні корені рівняння

$$\operatorname{tg} \sqrt{e^2 - \lambda^2} = \sqrt{e^2 - \lambda^2} \left(\frac{1}{\tilde{\alpha}e^2 - \gamma\lambda^2} - \frac{1}{\varepsilon} \right). \quad (35)$$

Як видно із (33) і (34), за умови $\lambda_n \geq 0$ у системі експоненціально наростає просторове збурення поля директора типу $\sin(\sqrt{e^2 - \lambda_n^2} \xi)$. При цьому, перша гармоніка виявляється найсильнішою. Таким чином, орієнтаційна нестійкість НРК в електричному полі є пороговою. Величина порога переходу Фредерікса дається найменшим додатним коренем рівняння

$$\left(\frac{1}{\tilde{\alpha}e^2} - \frac{1}{\varepsilon} \right) e = \operatorname{tg} e, \quad (36)$$

яке отримується із (35) за умови $\lambda = 0$.

На рис. 5 наведена, знайдена з рівняння (36), залежність порога E_{th} переходу Фредерікса від величини параметра взаємодії α для декількох значень енергії зчеплення ε . Зі збільшенням значень параметра α та зі зменшенням енергії зчеплення ε

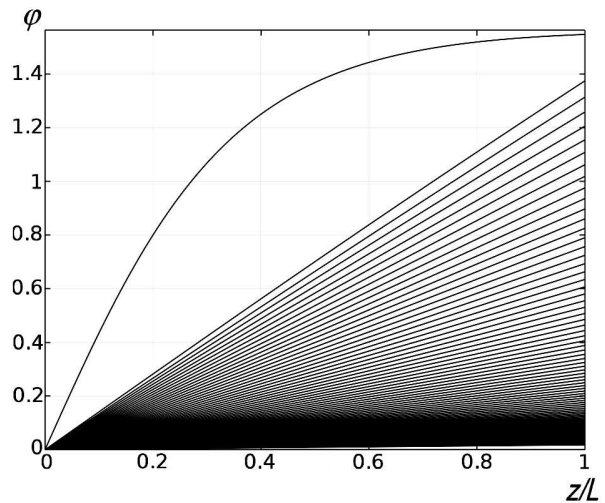


Рис. 4. Часова динаміка кута відхилення директора по товщині комірки після вимкнення електричного поля ($t = 0$ с) до повернення системи у вихідний однорідний стан ($t = 50$ с) з інтервалом 0,5 с. $\varepsilon = 10$, $\tilde{\alpha} = 1$

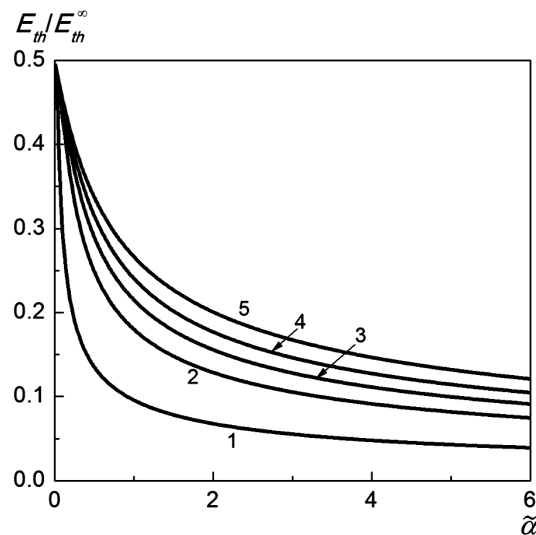


Рис. 5. Залежності величини порога E_{th} від значень параметра взаємодії α : $\varepsilon = 0,1$ (1), 0,5 (2), 1 (3), 2 (4), 10 (5)

величина порога E_{th} спадає. Зазначимо, що незалежно від величини енергії зчеплення ε в граничному випадку $\alpha \rightarrow 0$ поріг переходу Фредерікса наближається до його значення $0,5E_{th}^{\infty}$ за відсутності зчеплення НРК з верхньою $z = L$ підкладкою комірки.

При невеликому перевищенні напруженістю E електричного поля порога E_{th} кути φ і ψ можна вважати малими. Оскільки першими збуджуються

найнижчі гармоніки, у розкладах (33) і (34) вищими гармоніками знехтуємо. Тоді значення кутів φ та ψ будуть даватися членами з $n = 1$ виразів (33) і (34) відповідно. Звідси маємо характерний час ввімкнення системи у вигляді

$$t_{\text{он}} = \frac{\eta_1 L^2}{(1 - \sigma)(e^2 - e_{\text{th}}^2)K_2}, \quad (37)$$

де

$$\sigma = \frac{2(\gamma - \tilde{\alpha})}{\tilde{\alpha}^2 e_{\text{th}} (e_{\text{th}} \cos^{-2} e_{\text{th}} - \text{tg } e_{\text{th}}) + 2\gamma}, \quad e_{\text{th}} = \frac{\pi E_{\text{th}}}{E_{\text{th}}^\infty}.$$

На відміну від випадку лінійної взаємодії легкої осі з електричним полем, час ввімкнення $t_{\text{он}}$ зменшується зі зменшенням енергії зчеплення ε , коефіцієнта η_1 об'ємної в'язкості нематика та зі збільшенням величини параметра взаємодії α . Проте, як і в випадку лінійної взаємодії легкої осі з електричним полем, зі зменшенням в'язкості η_2 легкої осі час $t_{\text{он}}$ зменшується.

Як показують розрахунки, часова поведінка директора і рухомої легкої осі якісно аналогічна поведінці у випадку лінійної взаємодії легкої осі з електричним полем при $E > 0,5E_{\text{th}}^\infty$.

Процес повернення системи із стаціонарного у вихідний однорідний стан після вимкнення електричного поля очевидно не залежить від характеру взаємодії легкої осі з електричним полем. Характерний час релаксації $t_{\text{оф}}$, як і у випадку лінійної взаємодії легкої осі з електричним полем, дається виразом (31).

5. Висновки

Досліджено переорієнтацію директора із одного планарного стану в інший планарний стан у комірці НРК під дією постійного електричного поля. Електричне поле напрямлене вздовж поверхні комірки перпендикулярно до вихідної однорідної орієнтації директора. Враховується проковзування осі легкого орієнтування директора в площині однієї з полімерних підкладок комірки, зумовлене взаємодією цієї осі з електричним полем. Внесок такої взаємодії в густину поверхневої вільної енергії НРК вважається лінійним або квадратичним по напруженості електричного поля у відповідності до того, дипольні моменти еластичних частин молекул матеріалу полімерної підкладки є власними чи наводяться електричним полем.

Встановлено, що характер часової поведінки директора і рухомої легкої осі визначається величинами напруженості E електричного поля, параметра α взаємодії легкої осі з електричним полем, енергії ε зчеплення НРК з підкладкою із рухомою легкою віссю, коефіцієнтів об'ємної в'язкості НРК та в'язкості легкої осі. Отримано аналітичні часові залежності кутів відхилення директора і легкої осі після ввімкнення/вимкнення електричного поля як розв'язки лінеаризованих варіаційних рівняння та межових умов.

У випадку лінійної по напруженості E взаємодії легкої осі з електричним полем орієнтаційна нестійкість НРК є безпороговою. Так, з моменту ввімкнення електричного поля напруженості $E \leq 0,5E_{\text{th}}^\infty$ (E_{th}^∞ – поріг переходу Фредерікса при нескінченно сильному зчепленні НРК з підкладками комірки за відсутності проковзування легкої осі) і до виходу системи в стаціонарний стан швидше відхилятиметься легка вісь, повертаючи за собою директора. При цьому найбільші деформації поля директора досягаються на поверхні з рухомою легкою віссю. Під час виходу системи в стаціонарний стан в електричному полі з напруженістю $E > 0,5E_{\text{th}}^\infty$, навпаки, в цілому швидше відхилятиметься директор, повертаючи за собою легку вісь. Найбільші деформації поля директора досягаються в об'ємі НРК і зміщуються в бік поверхні з рухомою легкою віссю по мірі наближення системи до стаціонарного стану. Характерний час $t_{\text{он}}$ ввімкнення системи виявляється незалежним від об'ємної в'язкості НРК і параметра взаємодії α та зменшується при збільшенні значень енергії зчеплення ε .

Якщо взаємодія легкої осі з електричним полем квадратична по напруженості E останнього, орієнтаційна нестійкість НРК має пороговий характер. Поріг орієнтаційної нестійкості знижується зі збільшенням параметра взаємодії α та зі зменшенням енергії зчеплення ε . У граничному випадку відсутності взаємодії легкої осі з електричним полем поріг наближається до його значення $0,5E_{\text{th}}^\infty$ за відсутності зчеплення НРК з підкладкою із рухомою легкою віссю. При перевищенні напруженістю E порогового значення часові залежності кутів відхилення директора і легкої осі якісно аналогічні відповідним залежностям у випадку лінійної взаємодії легкої осі з електричним полем $E > 0,5E_{\text{th}}^\infty$. Час ввімкнення $t_{\text{он}}$ зменшує-

ться зі зменшенням значень енергії зчеплення ε та зі збільшенням параметра взаємодії α . Незалежно від характеру взаємодії легкої осі з електричним полем зменшення коефіцієнта в'язкості легкої осі приводить до зменшення часу ввімкнення t_{on} .

У стаціонарному стані найбільші деформації поля директора зосереджені на поверхні з рухомою легкою віссю, незалежно від характеру взаємодії цієї осі з електричним полем. Збільшення значень енергії зчеплення ε і параметра взаємодії α приводить до зростання деформацій директора.

Після вимкнення електричного поля в системі, що попередньо знаходилася в стаціонарному стані, незалежно від характеру взаємодії легкої осі з електричним полем швидше повертається у вихідний однорідний стан директор, повертаючи за собою легку вісь. При цьому найбільше відхилення директора зберігається на поверхні з рухомою легкою віссю. Зазначимо, що під час релаксації встановлюється практично лінійна залежність кута відхилення директора від координати по товщині комірки. В обох випадках взаємодії легкої осі з електричним полем характерний час t_{off} релаксації системи виявляється однаковим. Зі збільшенням значень енергії зчеплення та зі зменшенням коефіцієнтів об'ємної в'язкості НРК і в'язкості легкої осі час t_{off} зменшується.

Автори висловлюють подяку І.П. Пінкевичу та В.Ю. Решетняку за корисні зауваження при обговоренні результатів роботи.

1. Deng-Ke Yang, Shin-Tson Wu. *Fundamentals of Liquid Crystal Devices* (John Wiley and Sons, 2015).
2. O. Yaroshchuk, Yu. Reznikov, Photoalignment of liquid crystals: basics and current trends. *J. Mater. Chem.* **22**, 286 (2012).
3. Yu. Kurioz, V. Reshetniak, Yu. Reznikov. Orientation of a liquid crystal on a soft photoaligning surface. *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **375**, 535 (2002).
4. P. Vetter, Y. Ohmura, T. Uchida. Study of memory alignment of nematic liquid crystals on polyvinyl alcohol coatings. *Jpn. J. Appl. Phys.* **32**, L1239 (1993).
5. S. Faetti, M. Nobili, I. Raggi. Surface reorientation dynamics of nematic liquid crystals. *Eur. Phys. J. B* **11**, 445 (1999).
6. I. Janossy, T.I. Kosa. Gliding of liquid crystals on soft polymer surfaces. *Phys. Rev. E* **70**, 052701 (2004).
7. O. Buluy, Y. Reznikov, K. Slyusarenko *et al.* Formation and dynamics of easy orientation axis in magnetic field on PVCN-F surface. *Opto-Elect. Rev.* **14**, 293 (2006).

8. S.V. Pasechnik, V.G. Chigrinov, D.V. Shmeliova *et al.* Slow relaxation processes in nematic liquid crystals at weak surface anchoring. *Liq. Cryst.* **33**, 175 (2006).
9. S.V. Pasechnik, A.V. Dubtsov, D.V. Shmeliova *et al.* Effect of combined action of electric field and light on gliding of the easy axis in nematic liquid crystals. *Liq. Cryst.* **35**, 569 (2008).
10. S.V. Pasechnik, A.V. Dubtsov, D.V. Shmeliova *et al.* Modeling reorientation dynamics of electrically assisted light-induced gliding of nematic liquid-crystal easy axis. *Adv. Condens. Matter Phys.* **2013**, 363157 (2013).
11. D. Kasyanyuk, N. Davidenko, Y. Kurioz *et al.* Electro- and photosensitive azopolymer for alignment of liquid crystals. *Opt. Express* **23**, 26660 (2015).
12. N.A. Davidenko, I.I. Davidenko, I.A. Savchenko *et al.* Electro-optical effect in films of azobenzene polycomplexes with cobalt. *J. Appl. Phys.* **103**, 094323 (2008).
13. Б.Я. Зельдович, Н.В. Табирян. Ориентационная оптическая нелинейность жидких кристаллов. *УФН* **147**, вып. 4. 633 (1985).
14. P.A. Breddels, J.C.H. Mulken. The determination of the Frank elastic constant for twist deformation of 4'-n-pentyl-4-cyanobiphenyl(5CB) using a conoscope. *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **147**, 107 (1987).

Одержано 10.01.17

A.I. Lesiuk, M.F. Ledney, O.S. Tarnavskyy

INSTABILITY OF DIRECTOR ORIENTATION IN A PLANAR NEMATIC CELL UNDER TUNABLE BOUNDARY CONDITIONS IN THE ELECTRIC FIELD

S u m m a r y

The planar-planar director reorientation in a nematic liquid crystal (NLC) cell by an external static electric field has been studied. The gliding of the NLC director easy axis over the polymer substrate due to the interaction between the easy axis and the electric field is taken into account. The contribution of this interaction to the surface free energy of the system is assumed to be linear in the electric field, if the elastic fragments of substrate polymer molecules possess their own dipole moments. If the dipole moments of the elastic fragments of polymer molecules are induced by the electric field, the corresponding contribution is taken to be quadratic in the electric field. Depending on the character of the interaction between the easy axis and the electric field, the orientation instability of the director is shown to either have a threshold or not. In both cases, the dynamics of the director and the easy axis has been analyzed, by starting from the field switching-on time moment, during the transition of the system to a stationary state, and until the field is switched-off and the system returns to the initial homogeneous state.