Б.Є. ГРИНЮК, Д.В. П'ЯТНИЦЬКИЙ

Інститут теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України (Вул. Метрологічна, 14b, Київ 03143; e-mail: bgrinyuk@bitp.kiev.ua)

СТРУКТУРА ЯДРА ¹⁴N У П'ЯТИКЛАСТЕРНІЙ МОДЕЛІ

Досліджено просторову структуру ядра ¹⁴ N в рамках п'ятичастинкової моделі (три α -частинки і два нуклони). Розраховано енергію і хвильову функцію основного стану цієї п'ятичастинкової системи на основі варіаційного підходу з використанням гаусоїдних базисів. Виявлено дві просторові конфігурації у хвильової функції основного стану. Проаналізовано розподіли густини, парні кореляційні функції і імпульсні розподіли частинок в ядрі ¹⁴ N та порівняно із відповідними розподілами для дзеркальних ядер ¹⁴ C і ¹⁴ O.

Kлючові слова: кластерна структура ядра $^{14}{\rm N},$ зарядовий розподіл густини, парні кореляційні функції, імпульсні розподіли.

1. Вступ

УДК 530.143.5

У даній роботі ми досліджуємо структурні властивості ядра 14 N як системи трьох α -частинок і двох додаткових нуклонів (нейтрона і протона). Сталий інтерес до структури цього ядра можна пояснити, зокрема, його важливою роллю в ядерних реакціях синтезу у зірках.

Наш п'ятичастинковий підхід може мати досить непогану точність, як це було продемонстровано у розрахунках структурних функцій три- та чотирикластерних ядер [1–5], які складаються з α частинок і двох додаткових нуклонів. Подібна п'ятичастинкова модель [6] була використана для передбачення зарядового радіуса ядра ¹⁴O на основі близькості структури дзеркальних ядер ¹⁴C і ¹⁴O.

Як відомо, α -кластери настільки сильно зв'язані системи чотирьох нуклонів (з енергією зв'язку 28,3 МеВ у ядра ⁴Не) і мають настільки малу поляризовність, що вони можуть розглядатись як безструктурні частинки доки можна ігнорувати їх збудження ударами частинок з енергією більше ~20 МеВ. Хоча початковий гамільтоніан мі-

ISSN 2071-0194. Укр. фіз. журн. 2017. Т. 62, № 10

стить "точкові" α-частинки, після розрахунку ми враховуємо їхні розміри і власні розподіли густини в рамках наближення Хелма (див. нижче). У принципі нуклонну структуру α -частинок можна було б врахувати більш точно [1], якщо домножити хвильову функцію ядра, отриману в рамках α -частинкової моделі, на хвильові функції ядер ⁴Не, отримані незалежно в термінах їх нуклонних змінних, а потім антисиметризувати повну хвильову функцію відносно тотожних нуклонів. Для основного стану ядра і деяких низько розташованих енергетичних рівнів (для яких збудженням самих α -частинок можна нехтувати), наша п'ятичастинкова модель може бути не гіршою за точністю, ніж наближення типу [7], де необхідно мати справу з усіма нуклонними ступенями вільності, а значить розв'язувати значно більш складну задачу.

Для розв'язання п'ятичастинкової задачі ми застосовуємо варіаційний метод з гаусоїдними базисами [8, 9], який часто використовується для дослідження зв'язаних станів систем декількох частинок.

У наступному розділі ми наводимо потенціали взаємодії між частинками. У розділі 3 обговорю-

[©] Б.Є. ГРИНЮК, Д.В. П'ЯТНИЦЬКИЙ, 2017

ємо середньоквадратичні радіуси і розподіли густини частинок в ядрі ¹⁴N. Відносні відстані між частинками і парні кореляційні функції наведено в розділі 4. У розділі 5 обговорюються дві просторові конфігурації в основному стані ¹⁴N. В розділі 6 наведено імпульсні розподіли. Майже в усіх випадках ми порівнюємо структурні функції ядра ¹⁴N з відповідними функціями ¹⁴C та ¹⁴O в рамках подібної п'ятичастинкової моделі.

2. Постановка задачі

У нашій моделі п'ятичастинковий гамільтоніан ядра ¹⁴N, на додачу до кінетичної енергії, містить парні потенціали ядерної та кулонівської взаємодії між частинками:

$$\hat{H} = \frac{\mathbf{p}_1^2}{2m_p} + \frac{\mathbf{p}_2^2}{2m_n} + \sum_{i=3}^5 \frac{\mathbf{p}_i^2}{2m_\alpha} + U_{pn}(r_{12}) + \sum_{j>i=3}^5 \hat{U}_{\alpha\alpha}(r_{ij}) + \sum_{j=3}^5 \hat{U}_{p\alpha}(r_{1j}) + \sum_{j=3}^5 \hat{U}_{n\alpha}(r_{2j}) + \sum_{j>i=1}^5 \frac{Z_i Z_j e^2}{r_{ij}}.$$
 (1)

Індекси p, n і α в (1) позначають, відповідно, протон, нейтрон і α-частинку. У кулонівському доданку величини Z_i – заряди частинок в одиницях елементарного заряду e: Z₁ = 1 для додаткового протона, $Z_2 = 0$ для додаткового нейтрона і $Z_3 = Z_4 = Z_5 = 2$ для α -частинок. Ядерний потенціал $U_{pn}(r_{12})$ взаємодії між додатковими нуклонами в триплетному стані взято у формі локального потенціалу, запропонованого в роботі [10], з двома доданками у вигляді гаусоїд – притягування (з інтенсивністю –146,046 MeB і радіусом 1,271 Фм) і відштовхування (з інтенсивністю 840,545 МеВ і радіусом 0,44 Фм). Цей простий потенціал відтворює правильні експериментальні значення енергії зв'язку $\varepsilon_{\rm d} = 2,224576~{\rm MeB}$ і зарядового радіуса $R_{\rm d} = 2,140 \, \Phi_{\rm M}$ дейтрона, а також експериментальної триплетної довжини np-розсіяння $a_{np,t} =$ 5,424 Фм і дає непоганий опис фази *пр*-розсіяння в триплетному стані (до ~300 MeB). Цей потенціал був успішно застосований [10–12] для дослідження структурних функцій ядра ⁶Li і їх асимптотик.

Потенціали $U_{n\alpha}$ і $U_{p\alpha}$, а також потенціал взаємодії між α -частинками $U_{\alpha\alpha}$ – узагальненого типу, з локальними і нелокальними (сепарабельними)

доданками. Потенціали такого типу були вперше запропоновані в роботах [13, 14] для врахування ефектів обміну між частинками взаємодіючих кластерів і були успішно застосовані, зокрема, у розрахунках [1,3,5,6] ядер з декількох кластерів. Параметри потенціалів $\hat{U}_{p\alpha}$ і $\hat{U}_{n\alpha}$, які містять локальне притягування і сепарабельне відштовхування, наведено в [6], де ці потенціали були використані для дослідження структури дзеркальних ядер ¹⁴С і ¹⁴О. Що стосується потенціалу $\hat{U}_{\alpha\alpha}$ між α частинками, то його параметри трохи відрізняються від тих, що використані в [6]. Ця невелика зміна була необхідна для відтворення з гарною точністю експериментальної енергії і зарядового радіуса ядра ¹⁴N. В локальній частині цього потенціалу, що складається з двох гаусоїдних доданків, ми використовуємо ті самі інтенсиності локального притягування -43,5 MeB і відштовхування 240,0 MeB, але трохи більші радіуси: 2,746 Фм і 1,530 Фм, відповідно. Сепарабельне відштовхування у потенціалі $\hat{U}_{\alpha\alpha}$ [6] не змінювалося.

Енергія основного стану і хвильова функція розраховувалися з використанням варіаційного методу у гаусоїдному представленні [8, 9], який довів свою високу точність у розрахунках систем декількох частинок. Для основного стану п'ятичастинкової системи (яка складається з трьох α -частинок та двох додаткових нуклонів), хвильова функція може бути записана у вигляді

$$\Phi = \hat{S} \sum_{k=1}^{K} C_k \varphi_k \equiv$$
$$\equiv \hat{S} \sum_{k=1}^{K} C_k \exp\left(-\sum_{j>i=1}^{5} a_{k,ij} \left(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j\right)^2\right), \quad (2)$$

де \hat{S} – оператор симетризації по координатам тотожних α -частинок, а лінійні коефіцієнти C_k і нелінійні параметри $a_{k,ij}$ – варіаційні параметри. Чим вища розмірність K базиса, тим більш точний можна отримати результат. Зауважимо, що для всякого K пробна хвильова функція точно інваріантна відносно трансляцій у просторі, і отже розрахована кінетична енергія центра мас системи, як відомо, буде точно дорівнювати нулю. Лінійні коефіцієнти C_k можна знайти на основі метода Гальоркіна із системи лінійних рівнянь для визначе-

ння енергії системи:

$$\sum_{m=1}^{K} C_m \left\langle \hat{S}\varphi_k \left| \hat{H} - E \right| \hat{S}\varphi_m \right\rangle = 0, \quad k = 0, 1, ..., K.$$
(3)

Матричні елементи в (3) обчислюються в явному вигляді для таких потенціалів, як кулонівський, або таких, що є суперпозицією гаусоїд. Наші потенціали між частинками якраз мають вигляд суми декількох гаусоїд, в тому числі це стосується гаусових формфакторів у відштовхувальних сепарабельних доданках. В результаті система (3) стає системою алгебраїчних рівнянь. Ми досягали необхідної високої точності розрахунку, використовуючи до K = 600 функцій гаусоїдного базису. Для фіксації нелінійних варіаційних параметрів $a_{k,ij}$, ми використовували як стохастичний підхід [8, 9], так і регулярні методи. Це дозволяє отримувати найкращу точність при розумних значеннях розмірності К. Зауважимо, що фактично ми розв'язували п'ятичастинкову задачу велику кількість разів, підбираючи параметри потенціалів, щоб отримати експериментальну енергію зв'язку ядра ¹⁴N (19,772 MeB без урахування власної енергії зв'язку α -частинок) та його зарядовий радіус (2,558 Фм [15]).

В результаті розрахунків маємо хвильову функцію основного стану ядра ¹⁴N у п'ятичастинковій моделі. Це дозволяє нам аналізувати структурні функції цього ядра. В наступному розділі обговорюються розподіли густини частинок і зарядовий розподіл густини ядра ¹⁴N.

3. Розподіли густини і середньоквадратичні радіуси ядра ¹⁴N

Розподіл густини ймовірності $n_i(r)$ частинки з номером i в системі частинок із хвильовою функцією $|\Phi\rangle$, як відомо,

$$n_{i}(r) = \langle \Phi | \delta \left(\mathbf{r} - (\mathbf{r}_{i} - \mathbf{R}_{\text{c.m.}}) \right) | \Phi \rangle, \qquad (4)$$

де $\mathbf{R}_{\text{с.m.}}$ – центр мас системи. Розподіли густини ймовірності нормовані на одиницю, $\int n_i(r) d\mathbf{r} = 1$.

На рис. 1 показано $r^2 n_p(r)$, $r^2 n_n(r)$ і $r^2 n_\alpha(r) -$ розподіли густини (домножені на r^2) додаткового протона, додаткового нейтрона і α -частинок, відповідно, в ядрі ¹⁴N. Зауважимо, що подібні залежності були отримані нами [6] для ядер ¹⁴C і ¹⁴O, і

ISSN 2071-0194. Укр. фіз. журн. 2017. Т. 62, № 10



Рис. 1. Розподіли густини ймовірності, домножені на r^2 , для додаткового протона (суцільна крива 1) і α -частинок (суцільна крива 2) в ядрі ¹⁴N. Пунктирна крива 3 – така сама величина для додаткового нейтрона

це означає, що ядро ¹⁴N може мати майже таку саму просторову структуру. Видно, що додаткові нуклони в таких п'ятичастинкових ядрах рухаються, головним чином, всередині кластера ¹²С, сформованого а-частинками. Невеликий другий максимум кривої 1 при $r \approx 3.4$ Фм свідчить про те, що додатковий протон (як і додатковий нейтрон) в ядрі ¹⁴N можна знайти за межами кластера ¹²C, але з досить невеликою ймовірністю. Зауважимо, що додатковий протон з'являється за межами кластера ¹²С трохи частіше, ніж додатковий нейтрон, головним чином завдяки його кулонівському відштовхуванню від α-частинок. Нижче показано, що два максимуми кривої 1 (і пунктирної кривої 3) є наслідком наявності двох просторових конфігурацій, які явно присутні в ядрі ¹⁴N.

Для знаходження середньоквадратичного зарядового радіуса ядра ¹⁴N ми використовуємо відоме наближення Хелма [16, 17], яке дозволяє простим чином врахувати той факт, що частинки не є "точковими". В рамках цього наближення зарядовий розподіл густини для ядра ¹⁴N:

$$n_{\rm ch}\left(r\right) = \frac{6}{7} \int n_{\alpha} \left(\left|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\right|\right) n_{\rm ch,^{4}He}\left(r'\right) d\mathbf{r}' + \frac{1}{7} \int n_{p} \left(\left|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\right|\right) n_{\rm ch,p}\left(r'\right) d\mathbf{r}',$$
(5)

є сумою двох згорток, перша з яких є згорткою розподіл
у n_{α} густини ймовірності знайти α



Рис. 2. Зарядовий розподіл густини в ядрі ¹⁴N (нормований як $\int n_{\rm ch}(r) d\mathbf{r} = 1$) – крива 1. Пунктирна крива 2 – розподіл густини ймовірності "точкових" α -частинок в ядрі ¹⁴N. Пунктирна крива 3 – розподіл густини $n_p(r)$ (домножений на 10^{-1}) для "точкового" додаткового протона

частинку в ядрі ¹⁴N із розподілом зарядової густини $n_{ch,^{4}He}$ самої α -частинки, тоді як другий доданок – згортка подібних розподілів для додаткового протона. Коефіцієнти перед інтегралами пропорційні заряду всіх α -кластерів (6/7) і додаткового протона (1/7). Величини n_{α} і n_{p} розраховуються в рамках нашої п'ятичастинкової моделі відповідно до (4), тоді як $n_{ch,^{4}He}$ і $n_{ch,p}$ отримуються із експериментальних формфакторів [18] та [19], відповідно. У співвідношенні (5) нехтуємо невеличким внеском додаткового нейтрона. Нормування зарядового розподілу густини $\int n_{ch}(r) d\mathbf{r} = 1$, тобто необхідно домножати його на Ze для отримання відповідної розмірності.

На рис. 2 показано зарядовий розподіл густини (5) ядра ¹⁴N (суцільна крива 1). Незважаючи на те, що розподіл густини "точкових" α -частинок має "провал" на малих відстанях (див. пунктирну криву 2), інтегрування разом із $n_{\rm ch, ^4He}$ в (5) згладжує цей ефект повністю. Розподіл густини додаткового протона (пунктирна крива 3 зображує $0,1n_p$) слабо впливає на загальний результат зав-

Розраховані середньоквадратичні відносні відстані і радіуси (Φ м) для ядра ¹⁴N

r_{pn}	$r_{p\alpha}$	$r_{n\alpha}$	$r_{lpha lpha}$	R_p	R_n	R_{α}	R_m	$R_{\rm ch}$
2,237	2,692	2,683	3,559	1,598	1,585	2,064	2,556	2,558

дяки множнику 1/7, але протон також дає внесок на малих відстанях і згладжує загальний зарядовий розподіл густини ядра. Аналогічна згладжена поведінка зарядового розподілу густини в наближенні Хелма отримана для ядра ¹⁴С з двома додатковими нейтронами, і, звичайно, для ¹⁴О з двома додатковими протонами [6]. Важливо зауважити, що наближення Хелма [16, 17], яке використовується в нашій моделі, не враховує ефекти обміну між тотожними нуклонами, присутніми в розглядуваних ядрах, і тому це наближення досить непогане лише, коли кластери не перекриваються. Для покращення наближення і отримання майже точної хвильової функції ядра (як відзначалося в [1]) необхідно домножити отриману п'ятикластерну функцію на хвильові функції α -частинок (записані через нуклонні ступені вільності), а потім антисиметризувати отриману чотирнадцятинуклонну хвильову функцію відносно тотожних нуклонів. Це виходить за рамки даного дослідження, тому ми опускаємо порівняння результатів, отриманих у рамках наближення Хелма для зарядових розподілів густини (і відповідних формфакторів) з експериментальними даними.

Як відомо, середньоквадратичний радіус R_i розподілу густини ймовірності $n_i(r)$ визначається як $R_i = \left(\int r^2 n_i(r) d\mathbf{r}\right)^{1/2}$. Маючи хвильову функцію в явному вигляді як суму гаусоїд, ми безпосередньо отримуємо середньоквадратичні радіуси для ядра ¹⁴N в рамках п'ятичастинкової моделі. В таблиці наведено середньоквадратичні радіуси, отримані для "точкового" додаткового протона R_p , нейтрона R_n і α -частинок R_α в ядрі ¹⁴N. Ми також наводимо розраховані середньоквадратичні радіуси – масовий R_m і зарядовий R_{ch} . Для зручності, ми наводимо також середньоквадратичні відносні відстані r_{ij} між частинками (див. наступний розділ, де дається визначення r_{ij} і вказується їх зв'язок із середньоквадратичними радіусами R_i).

4. Парні кореляційні функції і відносні відстані

Більше інформації щодо структури ядра можна отримати з аналізу парних кореляційних функцій. Парна кореляційна функція $g_{ij}(r)$ для пари частинок i i j визначається як

$$g_{ij}(r) = \langle \Phi | \,\delta\left(\mathbf{r} - (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)\right) | \Phi \rangle, \tag{6}$$

і вона є густиною ймовірності знайти частинки *i* та *j* на деякій відстані *r* між ними. Ці функції нормовані як $\int g_{ij}(r) d\mathbf{r} = 1$. Квадрати середньоквадратичних відносних відстаней $\langle r_{ij}^2 \rangle$ безпосередньо виражаються через парні кореляційні функції g_{ij} :

$$\left\langle r_{ij}^{2}\right\rangle = \int r^{2}g_{ij}\left(r\right)d\mathbf{r}.$$
(7)

Розраховані середньоквадратичні відстані $r_{ij} \equiv \langle r_{ij}^2 \rangle^{1/2}$ між частинками в ядрі ¹⁴N наведено в таблиці. Відзначимо, що середньоквадратичні радіуси R_i пов'язані із середньоквадратичними відносними відстанями r_{jk} :

$$R_{i}^{2} = \frac{1}{M^{2}} \left((M - m_{i}) \sum_{j \neq i} m_{j} r_{ij}^{2} - \sum_{\substack{j < k \\ (j \neq i, k \neq i)}} m_{j} m_{k} r_{jk}^{2} \right)$$
(8)

де M – повна маса системи частинок. Отже, середньоквадратичні радіуси R_i можна було б рахувати не лише безпосередньо через розподіли густини, а також (що еквівалентно) за допомогою парних кореляційних функцій і співвідношень (7) і (8). Зауважимо, що відносні відстані між частинками виявляються порядку (або навіть трохи більше) за суму їх власних розмірів. Цей факт є одним з обґрунтувань справедливості нашої кластерної моделі.

Оскільки середнє від парного локального потенціалу $V_{ij}(r)$ виражається безпосередньо через парну кореляційну функцію $g_{ij}(r)$:

$$\langle \Phi | V_{ij} | \Phi \rangle = \int V_{ij} (r) g_{ij} (r) d\mathbf{r}, \qquad (9)$$

то, внаслідок варіаційного принципу, функція $g_{ij}(r)$ буде такою, що вона має максимум, де потенціал притягувальний, і мінімум в області відштовхування (якщо роль кінетичної енергії не є вирішальною). Маса α -частинок приблизно в чотири рази більша за масу кожного з додаткових нуклонів, і головним чином тому їх кінетична енергія суттєво менша, ніж у додаткових нуклонів (див. нижче). В результаті форма парної кореляційної функції $g_{\alpha\alpha}(r)$ визначається, в основному, потенціалом $\hat{U}_{\alpha\alpha}$ і має яскраво виражений максимум (крива 1 на рис. 3) біля мінімуму притягу-

ISSN 2071-0194. Укр. фіз. журн. 2017. Т. 62, № 10



Рис. 3. Парні кореляційні функції для ядра ¹⁴N. Суцільною кривою 1 показано $g_{\alpha\alpha}(r)$, суцільна крива $2 - g_{p\alpha}(r)$, а пунктирна крива 3 відповідає $g_{n\alpha}(r)$. Крива 4 – парна кореляційна функція (домножена на 0,1) для додаткових нуклонів, $0,1g_{pn}(r)$, а пунктирна крива 5 – квадрат хвильової функції дейтрона (домножена на 0,1)

вального потенціалу. З другого боку, завдяки присутності локального відштовхування в тому ж потенціалі на малих відстанях, функція $g_{\alpha\alpha}(r)$ має провал в області малих відстаней. Отже, форма $g_{\alpha\alpha}(r)$ свідчить про те, що α -частинки головним чином знаходяться на деякій відстані $r_{\alpha\alpha}$ одна від одної (див. таблицю), яка приблизно рівна подвоєному радіусу α -частинки, і вони формують трикутник кластера ¹²С. Такий самий кластер присутній в ядрах ¹⁴С і ¹⁴О, як видно з рис. 4, де показано парні кореляційні функції для ядра ¹⁴С (ми не наводимо майже ідентичні відповідні функції для ядра ¹⁴О). Але оскільки $\alpha\alpha$ -потенціал, який використовується в даній роботі, має дещо більший радіус, ніж прийнятий в [6], природно отримати $r_{\alpha\alpha} \cong 3,6~ \Phi$ м для ядра ¹⁴N замість $r_{\alpha\alpha} \cong 3,2~ \Phi$ м для ядер ¹⁴С і ¹⁴О [6].

Дейтронний кластер в ядрі ¹⁴N, сформований двома додатковими нуклонами, має (в середньому, з якісної точки зору) майже ту саму форму, що і вільний дейтрон, як видно з рис. 3, де можна порівняти функцію $g_{pn}(r)$, показану для ядра ¹⁴N (суцільна крива 4), із $g_{pn}(r) \equiv |\psi_d(r)|^2$ для вільного дейтрона (пунктирна крива 5). Але дейтронний кластер в ядрі ¹⁴N сильніше зв'язаний, ніж дейтрон у вільному стані. Тому асимптотика функції $g_{pn}(r)$ вільного дейтрона йде вище від функції



Рис. 4. Парні кореляційні функції для ядра ¹⁴С: $g_{\alpha\alpha}(r)$ – крива 1, $g_{nn}(r)$ – крива 2 і $g_{n\alpha}(r)$ – крива 3

 $g_{pn}(r)$ для ядра ¹⁴N, в той час, як на малих відстанях – навпаки (завдяки умові нормування). Парна кореляційна функція двох додаткових нуклонів $g_{nn}(r)$ для ¹⁴C, як і $g_{pp}(r)$ для ¹⁴O, також мають мінімум на малих відстанях (див. рис. 4, крива 2) завдяки присутності короткодіючого відштовхування у нашому синглетному нуклон-нуклонному потенціалі [3, 5, 6].

Функції $g_{p\alpha}(r)$ і $g_{n\alpha}(r)$ для ядра ¹⁴N мають невеличке пониження на малих відстанях (див. рис. 3), тоді як відповідні функції $g_{n\alpha}(r)$ для ¹⁴C і $g_{p\alpha}(r)$ для ¹⁴O не мають явно вираженого пониження взагалі (див. рис. 4 для ¹⁴C). Майже така сама залежність виявилась у $g_{p\alpha}(r)$ для ¹⁴O. Той факт, що зазначені кореляційні функції не зникають на малих відстанях, можна пояснити відсутністю короткодіючого локального відштовхування в нашій моделі узагальненого потенціалу взаємодії між нуклоном і α -частинкою. Цей потенціал містить локальне чисте притягування плюс нелокальне (сепарабельне) відштовхування більшого радіуса [6].

5. Дві конфігурації в ядрах ¹⁴N, ¹⁴C і ¹⁴O

Щоб структура основного стану ядра ¹⁴N (а також ядер ¹⁴C і ¹⁴O) стала більш зрозумілою, розглянемо величину $P(r, \rho, \theta)$, пропорційну густині ймовірності знайти додаткові нуклони на певній відстані r між собою і знайти їх центр мас на відстані

 ρ від центра мас кластера $^{12}\mathrm{C}:$

$$P(r, \rho, \theta) =$$

= $r^2 \rho^2 \langle \Phi | \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{NN}) \delta(\rho - \rho_{(NN),(3\alpha)}) | \Phi \rangle,$ (10)

де θ – це кут між векторами **r** і ρ . Вважаємо, що $\theta = 0^{\circ}$ відповідає просторовій конфігурації, в якій додаткові протон та нейтрон, а також центр мас кластера ¹²C знаходяться на одній лінії, при цьому протон розташований далі від ¹²C, ніж нейтрон. Кут $\theta = 180^{\circ}$ відповідає майже такій самій конфігурації, але нейтрон тепер розташований далі від центра мас кластера ¹²C. Якщо розглядати ядра ¹⁴C і ¹⁴O, то конфігурації із $\theta = 0^{\circ}$ і $\theta = 180^{\circ}$ будуть тотожними завдяки ідентичності додаткових нуклонів. Хоча ці два кути не еквівалентні для ядра ¹⁴N, конфігурації із θ і 180° – θ дуже схожі (приблизно однакові), оскільки роль кулонівської взаємодії не є вирішальною. Тому на графіках ми не наводимо $P(r, \rho, \theta)$ для $\theta > 90^{\circ}$.

Величина $P(r, \rho, \theta)$, знайдена для ядра ¹⁴N, показана на рис. 5 для θ = 0°, θ = 30°, θ = 45° i $\theta = 90^{\circ}$ як функція r і ρ . На поверхні $P(r, \rho, \theta)$ спостерігаються два піки при $\theta = 0^{\circ}$ (так само, як і при $\theta = 180^{\circ}$, що не показано на рисунку) і лише один пік при $\theta = 90^{\circ}$. Решта кутів дають проміжні результати (див. рис. 5 для $\theta = 30^{\circ}$ і $\theta = 45^{\circ}$). Якби не множник $r^2 \rho^2$ в (10), то основний пік, присутній при всіх кутах θ , знаходився б якраз при $\rho = 0$, тобто центр мас кластера ¹²С і центр мас дейтрона збігалися б. Порівняно менший (ніж вільний дейтрон, див. рис. 3) дейтронний кластер рухається головним чином всередині кластера ¹²С. Другий пік проявляється, в основному, при $\theta = 0^{\circ}$ і відповідає конфігурації, в якій додатковий нейтрон розташований всередині кластера ¹²С, тоді як додатковий протон знаходиться на деякій відстані від центра ядра (зовні кластера 12 C). При $\theta = 180^{\circ}$ спостерігається майже така сама конфігурація (не показано на рисунку). Але в цьому випадку додатковий протон знаходиться всередині кластера ¹²С. Саме такі конфігурації дають внесок у другий максимум у розподілі густини ймовірності кожного з додаткових нуклонів (див. рис. 1). В такій конфігурації центр мас підсистеми додаткових нуклонів не збігається з центром мас кластера 12 C. Майже такі самі (з якісної точки зору) дві конфігурації спостерігаються в основному стані ядра ¹⁴С



Рис. 5. Дві конфігурації в основному стані ядра ¹⁴N, які по-різному проявляються у функції $P(r, \rho, \theta)$ при різних кутах θ

(див. рис. 6) або ядра ¹⁴О (не показано для економії місця, оскільки відповідні картинки майже збігаються із тими, що зображені на рис. 6). Зауважимо, що конфігурація з одним нуклоном поза кластером ¹²С більш виразна у випадку дзеркальних ядер ¹⁴C і ¹⁴O, ніж у ядра ¹⁴N, оскільки потенціал взаємодії між додатковими нуклонами в синглетному стані менш сильний, ніж потенціал взаємодії у триплетному стані, який примушує нейтрон і протон бути зв'язаними в системі п'яти частинок із більшою ймовірністю. Ми також зауважимо, що невелика різниця в аа-взаємодіях, які використовувалися у розрахунках основних станів ядер ¹⁴N і $^{14}{\rm C},$ майже ніяк не впливає на ефект двох конфігурацій. Ми виконали низку тестових розрахунків із $\alpha\alpha$ -потенціалами, які дають різні значення енергії

ISSN 2071-0194. Укр. фіз. журн. 2017. Т. 62, № 10

зв'язку ядра 12 C. При цьому результати для основних станів ядер 14 N and 14 C подібні до показаних на рис. 5 і рис. 6.

Подібна ситуація з двома конфігураціями в основному стані виявлена у ядрах ⁶He, ⁶Li [1–3,12], а також ¹⁰Be і ¹⁰C [4,5], де центр мас дінуклонної підсистеми збігається (одна конфігурація) або не збігається (інша конфігурація) з центром мас підсистеми α -частинок.

6. Імпульсні розподіли

На завершення дослідження структурних функцій ядра 14 N, наведемо імпульсні розподіли α частинок і додаткових нуклонів у цій системі, отримані в рамках п'ятичастинкової моделі. Ім-



Puc.6. Дві конфігурації в основному стані ядра $^{14}{\rm C}$ (функція $P\left(r,\rho,\theta\right)$ для різних кутів $\theta)$



Рис. 7. Імпульсні розподіли
 α -частинки (крива 1) і додаткового протона (крива 2) в ядр
і $^{14}{\rm N}$



 $\pmb{Puc. 8.}$ Імпульсні розподіл
и α -частинки (крива 1) і додаткового нейтрона (крив
а2)в ядрі $^{14}{\rm C}$

836

пульсний розподіл $n_i(k)$ для частинки з номером *i*, як відомо, є густиною ймовірності знайти цю частинку з певним імпульсом *k*:

$$n_{i}\left(k\right) = \left\langle \tilde{\Phi} \right| \delta\left(\mathbf{k} - \left(\mathbf{k}_{i} - \mathbf{K}_{c.m.}\right)\right) \left| \tilde{\Phi} \right\rangle, \tag{11}$$

де $\tilde{\Phi}$ – хвильова функція системи в імпульсному представленні. Імпульсний розподіл нормований на одиницю, $\int n_i(k) d\mathbf{k} = 1$. Імпульсний розподіл $n_i(k)$ дозволяє, зокрема, знаходити середню кінетичну енергію *i*-ї частинки:

$$\langle E_{i,\mathrm{kin}} \rangle = \int \frac{k^2}{2m_i} n_i\left(k\right) d\mathbf{k}.$$
 (12)

Головним чином завдяки відношенню мас нуклона і а-частинки, додаткові нуклони рухаються значно швидше за α-частинки. Зокрема, середня кінетична енергія додаткового протона в ядрі ¹⁴N становить близько 33,52 MeB, середня кінетична енергія нейтрона – блиько 33,53 MeB, тоді як кожна з повільніших *α*-частинок має кінетичну енергію близько 5,79 MeB. Подібні величини характерні і для ядер ¹⁴С та ¹⁴О. Розрахована кінетична енергія кожного з додаткових нейтронів у ядрі ¹⁴С становить близько 32,66 MeB, тоді як аналогічна величина для α -частинки дорівнює приблизно 6,83 MeB. Для ядра ¹⁴О ми маємо 31,77 MeB для додаткового протона і 6,62 MeB для а-частинки. Відповідне відношення швидкостей становить близько 4,8 для ядра ¹⁴N і приблизно 4,4 для ядер ¹⁴С і ¹⁴О. Це означає, що додаткові нуклони розглядуваних ядер рухаються суттєво швидше, ніж більш важкі α -частинки.

Імпульсні розподіли α -частинок, а також додаткових нуклонів, дуже схожі в усіх розглянутих ядрах. Особливо вони близькі для ядер ¹⁴C і ¹⁴O. З цієї причини ми наводимо імпульсні розподіли лише для ¹⁴N (рис. 7) і для ¹⁴C (рис. 8). На рис. 7 крива 1 відповідає імпульсному розподілу $n_{\alpha}(k)$ α -частинки, а крива 2 зображує $n_p(k)$ додаткового протона. Імпульсний розподіл додаткового нейтрона $n_n(k)$ не показаний, оскільки відповідна крива майже збігається з кривою 2. Дуже подібні (з якісної точки зору) імпульсні розподіли отримано для ядер ¹⁴C і ¹⁴O (див. рис. 8 для ¹⁴C; майже такі самі залежності можна було б показати для ядра ¹⁴O).

Імпульсний розподіл α -частинок $n_{\alpha}(k)$ виглядає як монотонно спадна функція, тоді як $n_{p}(k)$ і

ISSN 2071-0194. Укр. фіз. журн. 2017. Т. 62, № 10

 $n_n(k)$ мають два максимуми: при нульових імпульсах і при $k^2 \simeq 1 \ \Phi M^{-2}$. Ці два максимуми відповідають згаданим вище конфігураціям в основному стані ядра. В конфігурації, в якій додатковий нуклон знаходиться відносно далеко від центра мас ядра, він рухається відносно повільно і дає внесок у пік при малих k^2 . Якщо ж він всередині кластера ¹²С (а це може бути в обох просторових конфігураціях), його імпульси дещо більші, і вони дають внесок у другий максимум при $k^2 \simeq 1 \ \Phi M^{-2}$. В той самий час більш важкі *а*-частинки у кластері ¹²С майже не відчувають особливостей руху додаткових нуклонів. Таким чином, вплив двох різних просторових конфігурацій додаткових нуклонів на імпульсний розподіл α-частинок є незначним, як за рахунок відношення мас, так і завдяки відносно великій енергії зв'язку кластера ¹²С.

7. Висновки

Підсумовуючи, зауважимо, що досліджена в роботі в рамках п'ятичастинкової моделі просторова структура ядра ¹⁴N виявилась дуже подібною до структури дзеркальних ядер ¹⁴C і ¹⁴O. В хвильовій функції основного стану цих ядер виявлено дві конфігурації, де кластер ¹²C і дінуклонна підсистема мають спільний центр мас (перша конфігурація, з дінуклоном всередині кластера ¹²C) – або мають рознесені центри мас (друга конфігурація, з одним нуклоном зовні кластера ¹²C). Ці конфігурації проявляють себе, зокрема, в розподілах густини і імпульсних розподілах. Подібна ситуація з двома конфігураціями в основному стані системи властива і іншим легким ядрам [1–5] з двома додатковими нуклонами.

Дана робота частково підтримана в рамках Програми фундаментальних досліджень Відділення фізики і астрономії НАН України (тема 0117U000240).

- V.I. Kukulin, V.N. Pomerantsev, Kh.D. Razikov, V.T. Voronchev, G.G. Ryzhikh. Detailed study of the cluster structure of light nuclei in a three-body model (IV). Large space calculation for A = 6 nuclei with realistic nuclear forces. Nucl. Phys. A 586, 151 (1995).
- M.V. Zhukov, B.V. Danilin, D.V. Fedorov, J.M. Bang, I.J. Thompson, J.S. Vaagen. Bound state properties of Borromean halo nuclei: ⁶He and ¹¹Li. *Phys. Reports* 231, 151 (1993).

- B.E. Grinyuk, I.V. Simenog. Structure of the ⁶He nucleus in the three-particle model. *Physics of Atomic Nuclei* **72**, 6 (2009).
- Y. Ogawa, K. Arai, Y. Suzuki, K. Varga. Microscopic fourcluster description of ¹⁰Be and ¹⁰C with the stochastic variational method. *Nucl. Phys. A* 673, 122 (2000).
- B.E. Grinyuk, I.V. Simenog. Structural properties of the ¹⁰Be and ¹⁰C four-cluster nuclei. *Physics of Atomic Nuclei* **77**, 415 (2014).
- B.E. Grinyuk, D.V. Piatnytskyi. Structure of ¹⁴C and ¹⁴O nuclei calculated in the variational approach. Ukr. J. Phys. 61, 674 (2016).
- A.V. Nesterov, F. Arickx, J. Broeckhove, V.S. Vasilevsky. Three-cluster description of properties of light neutronand proton-rich nuclei in the framework of the algebraic version of the resonating group method. *Phys. Part. Nucl.* 41, 716 (2010).
- V.I. Kukulin, V.M. Krasnopol'sky. A stochastic variational method for few-body systems. J. Phys. G: Nucl. Phys. 3, 795 (1977).
- Y. Suzuki, K. Varga. Stochastic Variational Approach to Quantum-Mechanical Few-Body Problems (Springer, 1998) [ISBN: 978-3-540-65152-9].
- B.E. Grinyuk, I.V. Simenog. Three-particle structure of the halo nucleus ⁶Li. Nuclear Physics and Atomic Energy 10, 9 (2009).
- B.E. Grinyuk, I.V. Simenog. Structure peculiarities of three- and four-cluster nuclei ⁶He, ⁶Li, and ¹⁰Be, ¹⁰C. *Nuclear Physics and Atomic Energy* **12**, 7 (2011).
- B.E. Grinyuk, I.V. Simenog. Asymptotic features of density distributions and form factors for ⁶Li and ⁶He nuclei in the three-particle model. Ukr. J. Phys. 55, 369 (2010).
- V.G. Neudatchin, V.I. Kukulin, V.L. Korotkikh, V.P. Korennoy. A microscopically substantiated local optical potential for α-α-scattering. *Phys. Lett. B* 34, 581 (1971).

- V.I. Kukulin, V.G. Neudatchin, Yu.F. Smirnov. Composite particle interaction relevant to the Pauli principle. *Fiz. Élem. Chastits At. Yadra* 10, 1236 (1979) (*Sov. J. Part. Nucl.* 10, 492 (1979)).
- I. Angeli, K.P. Marinova. Table of experimental nuclear ground state charge radii: An update. *Atomic Data and Nuclear Data Tables* **99**, 69 (2013).
- R.H. Helm. Inelastic and elastic scattering of 187-Mev electrons from selected even-even nuclei. *Phys. Rev.* 104, 1466 (1956).
- A.I. Akhiezer, V.B. Berestetskii. *Quantum Electrodynamics* (Interscience, 1965) [ISBN: 0470018488].
- R.F. Frosch, J.S. McCarthy, R.E. Rand, M.R. Yearian. Structure of the He⁴ nucleus from elastic electron scattering. *Phys. Rev.* 160, 874 (1967).
- 19. P.E. Bosted *et al.* Measurements of the electric and magnetic form factors of the proton from $\bar{Q}^2 = 1.75$ to 8.83 (GeV/c)². *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3841 (1992).

Одержано 30.08.17

B.E. Grinyuk, D.V. Piatnytskyi

STRUCTURE OF ¹⁴N NUCLEUS WITHIN A FIVE-CLUSTER MODEL

Резюме

The spatial structure of ¹⁴N nucleus is studied within a fiveparticle model (three α -particles plus two nucleons). Using the variational approach with Gaussian bases, the ground-state energy and wave function are calculated for this five-particle system. Two spatial configurations in the ground-state wave function are revealed. The density distributions, pair correlation functions, and the momentum distributions of particles are analyzed and compared with those of the mirror nuclei ¹⁴C and ¹⁴O.