# В.Г. БАР'ЯХТАР,<sup>1</sup> О.Г. ДАНИЛЕВИЧ<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Інститут Магнетизму НАН України та МОН України

(Бульв. Акад. Вернадського, 36б, Kuïв 03142; e-mail: victor.baryakhtar@gmail.com)

 $^2$ Національний технічний університет України

"Київський Політехнічний Інститут імені Ігоря Сікорського" (Просп. Перемоги, 37, Київ 03056; e-mail: alek tony@ukr.net)

# МАГНІТОПРУЖНІ ХВИЛІ В ФЕРОМАГНЕТИКАХ В ОКОЛІ СТРУКТУРНИХ ФАЗОВИХ ПРЕХОДІВ В ҐРАТЦІ

Розраховані закони дисперсії зв'язаних магнітопружних хвиль для феромагнетиків кубічної та одноосної симетрії. Проведено аналіз особливостей отриманих законів дисперсії в околах спін-переорієнтаційних фазових переходів. Показано, що взаємодія між звуковими та спіновими хвилями залежить від напрямку магнітного моменту феромагнетика. Досліджено вплив магнітопружної взаємодії на закон дисперсії квазіспінових хвиль у виродженому основному стані одноосного феромагнетика "легка площина". Розрахунки показують, що магнітопружна взаємодія знімає виродження та призводить до появи магнітоакустичної щілини у спектрі. Проаналізовано поведінку спектрів зв'язаних магнітопружних хвиль в околі фазових переходів у ґратці, а саме в околі мартенситних фазових перетворень в матеріалах з ефектом пам'яті форми. Отримані результати використані для інтерпретації експериментальних даних для сплаву Ni-Mn-Ga. Теоретично пояснено явище різкого зменшення пружних модулів даного сплаву при наближенні до мартенситних фазових переходів. Показано, що при цьому основний вплив на пружні характеристики матеріалу відіграє неоднорідна магнітострикція. Побудована модель дисипативної функції, що описує релаксаційні процеси, зумовлені затуханням зв'язаних магнітопружних хвиль у феромагнетиках кубічної та одноосної симетрії. Отримана модель дисипативної функції базується на врахуванні симетрії магнетика та описує як обмінну, так і релятивістську взаємодію в кристалі.

*Ключові слова*: магнітопружна взаємодія, закон дисперсії, феромагнетик, пружний модуль.

# 1. Вступ

Магнітопружна взаємодія призводить до "зчеплення" спінових хвиль, що поширюються в магнітовпорядкованих кристалах зі звуковими (пружними) хвилями. Такі магнітопружні коливання досліджуються вже впродовж багатьох років [1, 2], і феноменологічна модель їх опису добре розвинена [3–5]. Але на сьогодні вивчення явища взаємодії магнітної та пружної підсистем набуває нової актуальності, що пов'язано з багаточисельними експериментами [6–9], які проводяться на магнітовпорядкованих системах, в котрих така взаємодія може бути досить великою.

Така взаємодія істотно проявляється тоді, коли частота спінової хвилі наближається до частоти звуку, і у випадку магнітоакустичного резо-

нансу спостерігається "відштовхування" квазіспінової і квазізвукової гілок хвильового спектра [3, 4]. Також добре відомо, що магнітопружна взаємодія збільшується з наближенням магнітовпорядкованих системи до спінпереорієнтаційних фазових перходів [4, 10]. Це відбувається тому, що енергетична щілина в спектрі спінових хвиль зменшується по мірі наближення до точки фазового переходу. Коли енергетична щілина стає порівнянною за величиною з "відштовхуванням" квазіспінової і квазізвукової гілок спектра, магнітопружна взаємодія призводить до істотного зниження швидкості квазізвукових хвиль. Така поведінка магнітовпорядкованих систем в околі спінпереорієнтаційних фазових перходів спонукала до проведення активних досліджень зв'язаних магнітопружних хвиль при фазових перетвореннях іншого типу.

<sup>©</sup> В.Г. БАР'ЯХТАР, О.Г. ДАНИЛЕВИЧ, 2018

ISSN 2071-0194. Укр. фіз. журн. Огляди. 2018. Т. 13, № 1

В останній час, структурні фазові переходи є об'єктами інтенсивних досліджень через їх визначальну роль у таких ефектах, як надпружність та пам'ять форми. Особливий інтерес викликають так звані "мартенситні претворення" – структурні фазові переходи прешого роду з високосиметричної структури у низькосиметричну спотворену структуру, що існує при низьких температурах [6–9]. Для матеріалів, в яких мають місце такі фазові переходи, було відкрито явище гигантської магнітострікції, що зумовлене різким зниженням пружної енергії в околі мартенситних перетворень [11]. Такі системи отримали назву "феромагнітні сплави з ефектом пам'яті форми". Мартенситне перетворення у сплавах з ефектом пам'яті форми супроводжується спонтанною деформацією кристалічної ґратки і вираженим пом'якшенням (зменьшенням) пружного модуля зсуву [7, 8, 12, 13]. Зокрема, на сьогодні інтенсивно вивчаються сплави NiMnGa, в яких має місце мартенситне перетворення з кубічної у тетрагональну фазу. Найбільш цікавою особливістю цих матеріалів є гігантська (>5%) магнітоіндукована деформація. Вона викликана трансформацією двійнікової структури монокристала зразка сплаву під дією зовнішнього магнітного поля [14-16].

Експериментально встановлені явища збільшення магнітострикції та пом'якшення пружного модуля зсуву у монокристалі сплаву NiMnGa в околі температури мартенситного перетворення, наводять на думку про сильний вплив магнітопружної взаємодії на спектри колективних коливань в таких матеріалах. Однак, в класичних роботах [3–5, 10] не розглядались особливості магнітопружної взаємодії в околі фазових переходів такого типу, а саме фазових переходів в ґратці.

В роботі [17] вже було розраховано вплив такої взаємодії на один з пружних модулів кубічного феромагнетика з ефектом пам'яті форми. Але експериментальні дані [6, 8] свідчать про те, що відповідні теоретичні розрахунки є вкрай необхідними і для інших пружних модулів, оскільки вони також зазнають помітних змін при мартенситних фазових переходах. Отже, основною метою, що була поставлена авторами роботи, є оцінка впливу магнітопружної взаємодії для всіх можливих звукових мод та для основних магнітних фаз феромагнетиків кубічної та одноосної симетрії. Також, варто зауважити, що повний опис колективних магнітопружних коливань не можливий без врахування їх затухання. Теорія опису дисипації пружних хвиль на сьогодні добре розвинена і заснована на загальних принципах, що викладені у роботах Ландау [18, 19] та Гільберта [20]. Але подальші дослідження показали, що такі класичні моделі опису затухання коливань намагніченності мають дуже суттєві недоліки [21–23]. Тому в даній роботі також присвячено увагу побудові моделі опису дисипації зв'язаних магнітопружних хвиль та показано механізм побудови загальної дисипативної функції для таких коливань.

# 2. Зв'язані магнітопружні хвилі в ферромагнетику кубічної симетрії 2.1. Спектри зв'язаних магнітопружних хвиль в кубічному феромагнетику

Розглянемо феромагнетик кубічної симетрії в зовнішньому магнітному полі. Для опису взаємодії спінових та пружних хвиль густину повної енергії кубічного кристала представимо у вигляді:

$$F = F_m + F_e + F_{me}. (2.1)$$

Перший доданок у виразі (2.1) являє собою магнітну частину густини енергії, що у випадку кубічної симетрії має вигляд [3]:

0 0

$$F_{m} = \frac{\alpha}{2} \frac{\partial \mu}{\partial x_{i}} \frac{\partial \mu}{\partial x_{k}} + K_{1} \left( \mu_{x}^{2} \mu_{y}^{2} + \mu_{x}^{2} \mu_{z}^{2} + \mu_{y}^{2} \mu_{z}^{2} \right) + K_{2} \mu_{x}^{2} \mu_{y}^{2} \mu_{z}^{2} - \mathbf{M}\mathbf{H},$$
(2.2)

де  $\alpha$  – константа неоднорідної обмінної взаємодії,  $K_1, K_2$  – константи магнітної анізотропії кубічного феромагнетика **M** та **H** – вектори намагніченості та зовнішнього магнітного поля,  $\mu = \frac{\mathbf{M}}{M_0}$  – нормований вектор намагніченності (оскільки константи у виразі (2.2) мають розмірність енергії),  $M_0$  – намагніченість насичення. Енергією розмагнічуючих полів у (2.2) знехтуємо, оскільки ми не розглядаємо конкретної форми феромагнітного зразка.

Густина енергії пружних деформацій має вигляд [24]:

$$F_e = \frac{3}{2}(C_{11} + 2C_{12})u_1^2 + \frac{1}{6}C'(u_2^2 + u_3^2) + 2C_{44}(u_4^2 + u_5^2 + u_6^2).$$
(2.3)

Величини  $C_{11}$ ,  $C_{12}$ ,  $C_{44}$  и  $C' = (C_{11} - C_{12})/2$  – пружні модулі другого порядку кристала кубічної симетрії [18]. Змінні  $u_1 = \frac{1}{3} (E_{xx} + E_{yy} + E_{zz})$ ,

 $u_2 = \sqrt{3} (E_{xx} - E_{yy}), u_3 = (2E_{zz} - E_{xx} - E_{yy}), u_4 = \frac{1}{2} (E_{yz} + E_{zy}), u_5 = \frac{1}{2} (E_{xz} + E_{zx}), u_6 = \frac{1}{2} (E_{xy} + E_{yx}),$  являють собою лінійні комбінації компонент тензора деформацій, що перетворюються за одновимірним  $(u_1)$ , двовимірним  $(u_2, u_3)$  та тривимірним  $(u_4, u_5, u_6)$  незвідним представленням групи симметрії кристала.

Третій доданок в (2.1) представляє густину енергії взаємодії магнітної та пружної підсистем [24]:

$$F_{me} = -\delta_0 u_1(\mu_x^2 + \mu_y^2 + \mu_z^2) - \delta_1 \{\sqrt{3}u_2(\mu_x^2 - \mu_y^2) + u_3(2\mu_z^2 - \mu_x^2 - \mu_y^2)\} - \delta_2(u_4\mu_y\mu_z + u_5\mu_x\mu_z + u_6\mu_x\mu_y),$$
(2.4)

де константи  $\delta_0, \, \delta_1, \, \delta_2$  – описують магнітопружню взаємодію.

З умови мінімізації магнітної частини енергії легко показати, що в кубічному феромагнетику у відсутності зовнішнього магнітного поля ( $\mathbf{H} = 0$ ) існує три основні стани для вектора намагніченості:

• вздовж осі четвертого порядку М  $\parallel \langle 001 \rangle$  – "фаза 1";

• вздовж діагоналі однієї з граней куба М || (101) – "фаза 2";

• вздовж просторової діагоналі куб<br/>а ${\bf M} \parallel \langle 111 \rangle$ – "фаза 3";

(всі інші можливі напрямки магнітного момента є еквівалентними одному з зазначених). В реальних експериментах [6–9] по дослідженню пружних та магнітних властивостей матеріалів напрямок зовнішнього магнітного поля збігається з одним із даних напрямків магнітного моменту, а величина **H** є достатньо великою (~1000 E), отже можна вважати, що рівноважне значення **M** буде направлене вздовж одного з зазначених напрямків.

Ми будемо розглядати малі адіабатичні коливання густини магнітного момента  $\mu$  феромагнетика [3]. Відповідно до цього можна записати, що:

$$\boldsymbol{\mu}(\mathbf{r},t) = \boldsymbol{\mu}_0 + \mathbf{m}(\mathbf{r},t), \qquad (2.5)$$

де  $\mathbf{m}(\mathbf{r},t)$  – малі відхилення від рівноважного значення  $\mu_0$  внаслідок флуктуацій, а рівноважне значення вектора намагніченності буде відповідно мати компоненти:  $\boldsymbol{\mu}_0 = (0,0,1)$  – "фаза 1";  $\boldsymbol{\mu}_0 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$  – "фаза 2";  $\boldsymbol{\mu}_0 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$  – "фаза 3".

ISSN 2071-0194. Укр. фіз. журн. Огляди. 2018. Т. 13, № 1

З умови  $\partial F/\partial E_{ik} = 0$  можна отримати рівноважні значення  $E^0_{ik}$  компонент тензора деформацій для основних станів кубічного феромагнетика, приведемо їх нижче для кожного основного стану кубічного феромагнетика. Отже, компоненти тензора деформацій також можуть бути записані у вигляді суми однорідної частини та малих відхилень від неї:

$$\mathbf{E}_{ik} = \mathbf{E}_{ik}^0 + \varepsilon_{ik}.\tag{2.6}$$

Неоднорідна частина тензора пружних деформацій може бути виражена через вектор зміщень частинок **U** за формулою [4]:

$$\varepsilon_{ik} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \right). \tag{2.7}$$

Для того, щоб знайти закони дисперсії зв'язаних магнітопружних хвиль для всіх основних станів кубічного феромагнетика скористаємось рівняннями динаміки для вектора намагніченості  $\mu$  (рівняння Ландау–Ліфшица) та вектора зміщень частинок U [3, 4]:

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} = -\gamma \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{H}_{\text{eff}},$$
(2.8)

$$\partial \ddot{\mathbf{U}} = -\frac{\delta T}{\delta \mathbf{U}},\tag{2.9}$$

де  $\mathbf{H}_{\text{eff}} = -\frac{\delta F}{\delta \mathbf{m}}$  – ефективне магнітне поле,  $\gamma$  – гіромагнітне співвідношення,  $\rho$  – густина.

З рівняння (2.9) легко отримати закони дисперсії для вільних звукових хвиль, враховуючи тільки пружню енергію [18]. З них випливає, що в кристалі кубічної симетрії поширюються такі пружні хвилі: поздовжні хвилі  $s_{l1}^2 = C_{11}/\rho$ ,  $s_{l2}^2 =$  $= (C_{11} + C_{12} + 2C_{44})/2\rho$ ,  $s_{l3}^2 = (C_{11} + 2C_{12} +$  $+ 4C_{44})/3\rho$  – відповідно, перший, другий та третій поздовжний звук; поперечні хвилі  $s_{t1}^2 = C_{44}/\rho$ ,  $s_{t2}^2 = C'/\rho$ ,  $s_{t3}^2 = (C_{11} - C_{12} + C_{44})/3\rho$  – відповідно, перший, другий та третій поперечний звук [18]. У випадку наявності магнітопружної взаємодії зазначені пружні хвилі вже не можуть розглядатись окремо, кожна з них, при певних умовах, буде взаємодіяти з коливаннями магнітного моменту кристала.

Для проведення подальших розрахунків розкладемо густину повної енергії (2.1) за степенями малих відхилень  $m_i$  і  $\varepsilon_{ik}$  та підставивши їх у динамічні рівняння (2.8) та (2.9) проведемо їх лінеаризацію. Перейдемо у цих рівняннях до компонент Фур'є по часу t та координатах **r** для малих відхилень **m** = **m**<sub>0</sub> ехр { $i(\mathbf{kr} - \omega t)$ }, **U** = **U**<sub>0</sub> ×

 $\mathbf{5}$ 

×  $\exp{\{i(\mathbf{kr} - \omega t)\}}$ , де  $\omega$  – частота, а  $\mathbf{k}$  – хвильовий вектор колективних хвиль. Тоді рівняння (2.8) та (2.9) приводять до системи з 6-ти рівнянь для компонент векторів  $\mathbf{m}_0$  та  $\mathbf{U}_0$ . Отримані системи рівнянь для кожного основного стану кубічного феромагнетика наведено у Додатку 1.

З умови рівності нулю визначника системи динамічних рівнянь отримаємо закони дисперсії зв'язаних магнітопружних хвиль, для основних станів кубічного феромагнетика. При цьому розглянемо три напрямки хвильового вектора пружних хвиль, що дозволяє описати всі можливі пружні хвилі, які можуть поширюватись у феромагнетику кубічної симетрії.

# $Фаза 1: H \parallel m \parallel \langle 001 \rangle$

Рівноважні значення компонент тензора деформацій в цьому основному стані мають вигляд:

$$E_{xx}^{0} = E_{yy}^{0} = \frac{\delta_{0}}{3(C_{11} + 2C_{12})} - \frac{2\delta_{1}}{C_{11} - C_{12}},$$

$$E_{zz}^{0} = \frac{\delta_{0}}{3(C_{11} + 2C_{12})} + \frac{4\delta_{1}}{C_{11} - C_{12}},$$

$$E_{xz}^{0} = E_{zx}^{0} = E_{yz}^{0} = E_{zy}^{0} = E_{xy}^{0} = E_{yx}^{0} = 0.$$
Випадок:  $\mathbf{k} \parallel \langle 100 \rangle$   
 $(\omega^{2} - s_{t1}^{2}k^{2})(\omega^{2} - s_{t1}^{2}k^{2}) \left[ (\omega^{2} - s_{t1}^{2}k^{2})(\omega^{2} - \gamma^{2}M_{0}^{2}\omega_{m1}^{2}) - \delta_{2}^{2} \left\{ \frac{\omega_{m1}\gamma^{2}k^{2}}{4\rho} \right\} \right] = 0.$ 
(2.10)

Випадок: <br/>  $\mathbf{k}\parallel\langle 110\rangle$ 

$$(\omega^{2} - s_{t2}^{2}k^{2})(\omega^{2} - s_{l2}^{2}k^{2})\left[(\omega^{2} - s_{t1}^{2}k^{2})(\omega^{2} - \gamma^{2}M_{0}^{2}\omega_{m1}^{2}) - \delta_{2}^{2}\left\{\frac{\omega_{m1}\gamma^{2}k^{2}}{4\rho}\right\}\right] = 0.$$
(2.11)

Випадок:  $\mathbf{k} \parallel \langle 111 \rangle$ 

$$(\omega^{2} - s_{t3}^{2}k^{2}) \left[ (\omega^{2} - s_{t3}^{2}k^{2})(\omega^{2} - s_{l3}^{2}k^{2})(\omega^{2} - \gamma^{2}M_{0}^{2}\omega_{m1}^{2}) - \delta_{2}^{2} \left\{ \frac{\omega_{m1}\gamma^{2}k^{2}}{3\rho} (\omega^{2} - (s_{l3}^{2} + 2s_{t3}^{2})k^{2}/3) \right\} \right] = 0. \quad (2.12)$$

У виразах (2.10)–(2.12) введені такі позначення:  $\omega_{m1} = \frac{\alpha k^2}{M_0^2} + \frac{H}{M_0} + \frac{2K_1}{M_0^2} + \frac{72\delta_1^2}{M_0^2(C_{11} - C_{12})}.$  (2.13)

# $Фаза 2: H \parallel m \parallel \langle 101 \rangle$

Рівноважні значення компонент тензора деформацій в цьому основному стані мають вигляд:

$$E_{xx}^{0} = E_{zz}^{0} = \frac{\delta_{0}}{3(C_{11} + 2C_{12})} + \frac{\delta_{1}}{C_{11} - C_{12}},$$

$$E_{yy}^{0} = \frac{\delta_{0}}{3(C_{11} + 2C_{12})} - \frac{2\delta_{1}}{C_{11} - C_{12}},$$

$$E_{xz}^{0} = E_{zx}^{0} = \frac{\delta_{2}}{8C_{44}}, \quad E_{yz}^{0} = E_{zy}^{0} = E_{xy}^{0} = E_{yx}^{0} = 0.$$

Випадок:  $\mathbf{k} \parallel \langle 100 \rangle$ 

$$\begin{split} &(\omega^2 - s_{t1}^2 k^2) \bigg[ (\omega^2 - s_{t1}^2 k^2) (\omega^2 - s_{l1}^2 k^2) \times \\ &\times (\omega^2 - \gamma^2 M_0^2 \omega_{m2} \omega_{m3}) - \delta_1^2 \bigg\{ \frac{36 \omega_{m2} \gamma^2 k^2}{\rho} \times \\ &\times (\omega^2 - s_{t1}^2 k^2) \bigg\} - \delta_2^2 \bigg\{ \frac{\omega_{m3} \gamma^2 k^2}{8\rho} (\omega^2 - s_{l1}^2 k^2) \bigg\} \bigg] = 0. \end{split}$$

$$(2.14)$$

Випадок:  $\mathbf{k} || \langle 110 \rangle$ 

Випадок: <br/>  $\mathbf{k}\parallel\langle 111\rangle$ 

$$(\omega^{2} - s_{t3}^{2}k^{2}) \left[ (\omega^{2} - s_{t3}^{2}k^{2})(\omega^{2} - s_{l3}^{2}k^{2}) \times (\omega^{2} - \gamma^{2}M_{0}^{2}\omega_{m2}\omega_{m3}) - \delta_{1}^{2} \left\{ \frac{24\omega_{m2}\gamma^{2}k^{2}}{\rho}(\omega^{2} - s_{l3}^{2}k^{2}) \right\} - \delta_{2}^{2} \left\{ \frac{\omega_{m3}\gamma^{2}k^{2}}{4\rho}(\omega^{2} - (s_{l3}^{2} + 8s_{t3}^{2})k^{2}/9) \right\} \right] = 0.$$
 (2.16)

У виразах (2.14)–(2.16) введені позначення:

$$\omega_{m2} = \frac{\alpha k^2}{M_0^2} + \frac{H}{M_0} + \frac{K_1}{M_0^2} + \frac{K_2}{2M_0^2} + \frac{36\delta_1^2}{M_0^2(C_{11} - C_{12})} + \frac{\delta_2^2}{8M_0^2C_{44}},$$

$$\omega_{m3} = \frac{\alpha k^2}{M_0^2} + \frac{H}{M_0} - \frac{2K_1}{M_0^2} + \frac{\delta_2^2}{4M_0^2C_{44}}.$$
(2.17)

# 

Рівноважні значення компонент тензора деформацій у цьому основному стані мають вигляд:

$$E_{xx}^{0} = E_{yy}^{0} = E_{zz}^{0} = \frac{\delta_{0}}{3(C_{11} + 2C_{12})},$$
  

$$E_{xz}^{0} = E_{zx}^{0} = E_{yz}^{0} = E_{zy}^{0} = E_{xy}^{0} = E_{yx}^{0} = \frac{\delta_{2}}{12C_{44}}.$$

Випадок:  $\mathbf{k} \parallel \langle 100 \rangle$ 

$$\begin{aligned} & (\omega^2 - s_{t1}^2 k^2) \left[ (\omega^2 - s_{t1}^2 k^2) (\omega^2 - s_{l1}^2 k^2) \times \right. \\ & \times (\omega^2 - \gamma^2 M_0^2 \omega_{m4}^2) - \delta_1^2 \left\{ \frac{32\omega_{m4}\gamma^2 k^2}{\rho} (\omega^2 - s_{t1}^2 k^2) \right\} - \\ & \left. - \delta_2^2 \left\{ \frac{\omega_{m4}\gamma^2 k^2}{9\rho} (\omega^2 - s_{l1}^2 k^2) \right\} \right] = 0. \end{aligned}$$

Випадок:  $\mathbf{k} \parallel \langle 110 \rangle$ 

$$\begin{aligned} &(\omega^2 - s_{t1}^2 k^2)(\omega^2 - s_{t2}^2 k^2) \times \\ &\times (\omega^2 - s_{l2}^2 k^2)(\omega^2 - \gamma^2 M_0^2 \omega_{m4}^2) - \delta_1^2 \bigg\{ \frac{32\omega_{m4}\gamma^2 k^2}{\rho} \times \\ &\times (\omega^2 - s_{t1}^2 k^2) \bigg( \omega^2 - \frac{(3s_{l2}^2 + s_{t2}^2)}{4} k^2 \bigg) \bigg\} - \\ &- \delta_2^2 \bigg\{ \frac{\omega_{m4}\gamma^2 k^2}{12\rho} (\omega^2 - s_{t2}^2 k^2) \bigg( \omega^2 - \frac{(s_{l2}^2 + 2s_{t1}^2)}{3} k^2 \bigg) \bigg\} - \\ &- \delta_1 \delta_2 \bigg\{ \frac{4\omega_{m4}\gamma^2 k^2}{3\rho} (\omega^2 - s_{t1}^2 k^2) (\omega^2 - s_{t2}^2 k^2) \bigg\} = 0. \end{aligned}$$

Випадок:  $\mathbf{k} \parallel \langle 111 \rangle$ 

$$(\omega^{2} - s_{t3}^{2}k^{2})(\omega^{2} - s_{l3}^{2}k^{2}) \left[ (\omega^{2} - s_{t3}^{2}k^{2}) \times (\omega^{2} - \gamma^{2}M_{0}^{2}\omega_{m4}^{2}) - \delta_{1}^{2} \left\{ \frac{32\omega_{m4}\gamma^{2}k^{2}}{\rho} \right\} - \delta_{1}^{2} \left\{ \frac{\omega_{m4}\gamma^{2}k^{2}}{18\rho} \right\} - \delta_{1}\delta_{2} \left\{ \frac{8\omega_{m4}\gamma^{2}k^{2}}{3\rho} \right\} = 0.$$
(2.20)

В виразах (2.18)–(2.20) введені позначення:

$$\omega_{m4} = \frac{\alpha k^2}{M_0^2} + \frac{H}{M_0} - \frac{4K_1}{3M_0^2} - \frac{4K_2}{9M_0^2} + \frac{\delta_2^2}{4M_0^2 C_{44}}.$$
 (2.21)

Отже, вирази (2.10)–(2.20) являють собою закони дисперсії зв'язаних магнітопружних хвиль для феромагнетика кубічної симетрії в загальному вигляді. За структурою ці дисперсійні рівняння мають стандартний вигляд [3, 4], а при нехтуванні магнітопружною взаємодією ( $\delta_i \rightarrow 0$ ) розпадаються на класичні закони дисперсії для спінових хвиль [3] та пружних хвиль в кубічних кристалах [18].

Розраховані закони дисперсії зв'язаних магнітопружних хвиль для феромагнетика кубічної симетрії (2.10)–(2.20) дають можливість оцінити вплив магнітної підсистеми на пружні властивості кристала, а саме на відповідні пружні модулі. Наприклад, з отриманих законів дисперсії кубічного феромагнетика легко бачити, що магнітопружна взаємодія з першим та третім поперечним звуком має місце для всіх рівноважних напрямків магнітного моменту в кубічному феромагнетику, на відміну від інших звукових мод. Для більшої наглядності представимо таблицю, в якій відображено наявність магнітопружної взаємодії для кожної звукової моди в залежності від напрямку магнітного моменту феромагнетика. Важливо зауважити, що використання форми запису (2.4) магнітопружної енергії дає можливість чітко визначити частину цієї енергії (тобто константу  $\delta_i$ ), що відповідає за взаємодію з певною звуковою модою (на відміну від класичної форми запису, що використовувалась, наприклад, у [4]), це також зручно відобразити у приведеній нижче табл. 2.1. Отже, у випадку наявності магнітопружної взаємодії для відповідної звукової моди, в таблиці будемо вказувати магнітопружню константу, що характеризує цю взаємодію.

Аналіз законів дисперсії (2.10)–(2.20) показує, що в них ніяким чином не входить константа  $\delta_0$ , а отже не враховується вплив рівноважної частини магнітопружної енергії. Дійсно при розгляді динамічних явищ (наприклад, магнітопружний резонанс) вплив цього доданка не може бути врахований. Теоретична модель врахування впливу рівноважної частини магнітопружної енергії подана в роботі [25]. Константа  $\delta_1$ , характеризує вплив магнітної підсистеми на другий поперечний звук і відповідно на пружний модуль С'. З отриманих законів дисперсії легко бачити, що як і було показано раніше [17], взаємодія з цією звуковою модою не може бути описана у фазі 1. Константа  $\delta_2$ , в свою чергу, характеризує вплив магнітної підсистеми на перший поперечний звук та модуль  $C_{44}$ .

# 2.2. Магнітопружна взаємодія з першим поперечним звуком у сплаві з ефектом пам'яті форми

Як показано в табл. 2.1, описати перший поперечний звук можливо при двох напрямках хвильового вектора пружних коливань: вздовж осі че-



*Рис. 2.1.* Закон дисперсії магнітопружних хвиль: a – в основному стані  $\mathbf{H} \parallel \mathbf{M} \parallel \langle 001 \rangle$  для двох значень модуля  $C_{44}$ , b – в основних станах  $\mathbf{H} \parallel \mathbf{M} \parallel \langle 001 \rangle$  та  $\mathbf{H} \parallel \mathbf{M} \parallel \langle 111 \rangle$  для  $C_{44} = 40$  ГПа

твертого порядку та вздовж діагоналі грані куба. Отже, надалі розглянемо напрямки  $\mathbf{k} \parallel \langle 100 \rangle$  та  $\mathbf{k} \parallel \langle 110 \rangle$ . Вплив магнітної підсистеми на перший поперечний звук і відповідно на пружний модуль  $C_{44}$  можна описати розглядаючи магнітоакустичний резонанс на частоті  $\omega_{\rm ph} = (C_{44}/\rho)^{1/2}k$ . При цьому розраховані вище закони дисперсії переходять у таке дисперсійне рівняння, що має загаль-

Таблиця 2.1. Взаємодія звукових мод зі спіновими хвилями в феромагнетику кубічної симетрії

Звукова мода та напрямок хвильового вектора	$\Phi$ аза 1: $\mathbf{H} \  \mathbf{M} \  \langle 001 \rangle$	$\Phi$ аза 2: $\mathbf{H} \  \mathbf{M} \  \langle 101 \rangle$	$\Phi$ аза 3: $\mathbf{H} \  \mathbf{M} \  \langle 111 \rangle$
$\begin{array}{c} s_{l1} \\ \mathbf{k} \parallel \langle 100 \rangle \end{array}$	Не взаємодіє	$\delta_1$	$\delta_1$
$\begin{array}{c} s_{t1} \\ \mathbf{k} \parallel \langle 100 \rangle \end{array}$	$\delta_2$	$\delta_2$	$\delta_2$
$\frac{s_{t1}}{\mathbf{k}\langle 110\rangle}$	$\delta_2$	$\delta_2$	$\delta_2$
$\begin{array}{c}s_{l2}\\\mathbf{k}\parallel\langle110\rangle\end{array}$	Не взаємодіє	$\delta_1,\delta_2$	$\delta_1, \delta_2$
$\begin{array}{c} s_{t2} \\ \mathbf{k} \parallel \langle 110 \rangle \end{array}$	Не взаємодіє	$\delta_1$	$\delta_1$
$egin{array}{c} s_{l3} \ \mathbf{k} \parallel \langle 111  angle \end{array}$	$\delta_2$	$\delta_2$	Не взаємодіє
$\begin{vmatrix} s_{t3} \\ \mathbf{k} \parallel \langle 111 \rangle \end{vmatrix}$	$\delta_2$	$\delta_1,\delta_2$	$\delta_1, \delta_2$

ний вигляд для всіх напрямків магнітного моменту кристала:

$$(\omega^2 - \omega_{\rm ph}^2)(\omega^2 - \omega_{\rm sw}^2) - \delta_2^2 \xi = 0,$$
 (2.22)

де  $\omega_{\rm sw}$  – частота незв'язаних спінових хвиль,  $\xi$  – коефіцієнт магнітопружної взаємодії. Значення цих величин залежать від напрямку магнітного моменту феромагнетика та напрямку хвильового вектора колективних хвиль і наведені в табл. 2.2.

Розв'язок рівняння (2.22) має такий вигляд:

$$\omega_{\pm}^{2} = \frac{1}{2} \left\{ \omega_{\rm ph}^{2} + \omega_{\rm sw}^{2} \pm \left[ 4\xi \delta_{2}^{2} + (\omega_{\rm ph}^{2} - \omega_{\rm sw}^{2})^{2} \right]^{1/2} \right\}.$$
(2.23)

Цей закон дисперсії складається з двох гілок: квазімагнонної та квазіфононної (див. рис. 2.1). З (2.23), легко бачити, що при наближенні системи до магнітоакустичного резонансу  $\omega_{\rm sw} \rightarrow \omega_{\rm ph}$ , these are the quantities  $\xi$  and  $\delta_2$  саме величини  $\xi$  та  $\delta_2$ визначають "розштовхування" квазімагнонної та квазіфононної гілки.

Для кількісної оцінки побудуємо отриманий закон дисперсії (2.23) для різних випадків на прикладі матеріала з ефектом пам'яті форми (рис. 2.1). Величини констант, що входять до (2.23) візьмемо для випадку сплаву NiMnGa, оскільки саме цей сплав є одним з найбільш цікавих представників матеріалів з ефектом пам'яті форми, на сьогоднішній день. В ньому в околі кімнатної температури

Напрямок	$ \begin{aligned} \Phi \text{asa 1:} \\ \mathbf{H} \parallel \mathbf{M} \parallel \langle 001 \rangle \\ \omega_{\text{sw}} = \gamma M_0 \omega_{m1} \end{aligned} $	$\Phi$ asa 2:	Фаза 3:
хвильового		$\mathbf{H} \parallel \mathbf{M} \parallel \langle 101 \rangle$	<b>H</b>    <b>M</b>    $\langle 111 \rangle$
вектора		$\omega_{sw} = \gamma M_0 (\omega_{m2} \omega_{m3})^{1/2}$	$\omega_{sw} = \gamma M_0 \omega_{m4}$
$f k \parallel \langle 100  angle \ f k \parallel \langle 110  angle$	$\begin{aligned} \zeta &= \frac{\omega_{m1}\gamma^2 k^2}{4\rho} \\ \zeta &= \frac{\omega_{m1}\gamma^2 k^2}{4\rho} \end{aligned}$	$\begin{split} \zeta &= \frac{\omega_{m3}\gamma^2 k^2}{8\rho} \\ \zeta &= \frac{\omega_{m3}\gamma^2 k^2}{16\rho} \end{split}$	$\begin{aligned} \zeta &= \frac{\omega_{m4}\gamma^2 k^2}{9\rho} \\ \zeta &= \frac{\omega_{m4}\gamma^2 k^2}{36\rho} \end{aligned}$

Таблиця 2.2. Коефіцієнт магнітопружної взаємодії з першим поперечним звуком для різних основних станів кубічного феромагнетика

відбувається мартенситне фазове перетворення – перехід з кубічної фази до тетрагональної [26].

При розрахунках для сплаву NiMnGa вибрані відомі експериментальні значення констант анізотропії в кубічній фазі (аустеніт) [27]:  $K_1 = 2.7 \times$  $imes 10^4 \ {
m epr/cm^3}, K_2 = -6.1 \cdot 10^4 \ {
m epr/cm^3},$ що відповідають фазі 1, та значення намагніченості насичення  $M_0 = 600$  Гс і густини  $\rho \approx 8$  г/см<sup>3</sup>. Значення константи неоднорідної обмінної взаємодії можна оцінити виходячи з виразу [3]:  $\alpha \cong (k_{\rm B}T_{\rm C}A^2M_0)/\mu_{\rm B}$ , де  $T_{\rm C}$  = 360 K – температура Кюрі [27], A =  $= 0,41 \cdot 10^{-8}$  см – відстань між магнітними атомами [27],  $\mu_{\rm B}$  – магнетон Бора,  $k_{\rm B}$  – константа Больцмана. Зовнішнє магнітне поле повинно бути достатнім для того, щоб виконувались умови існування основних станів:  $\omega_{mi} \ge 0$  (де i = 1, 2, 3, 4), а також відповідати умовам експериментальних досліджень, що зазвичай проводять на таких матеріалах, тому вибрано H = 1000 Е. Значення пружних модулів також взяті для випадку аустеніта  $C_{44} = 40$  ГПа, C' = 14 ГПа [28]. Значення константи магнітопружної взаємодії  $\delta_2$  до сьогодні не оцінювалося. Виходячи з того, що вона має бути не меншою від  $\delta_1$  ( $\delta_1 \sim 10^7 \text{ ерг/см}^3$  [24]), для більшої наглядності взято  $\delta_2 \sim 10^9 \text{ ерг/см}^3$ .

Коефіцієнт магнітопружної взаємодії спінових хвиль та першого поперечного звуку  $\xi$  залежить від напрямку магнітного моменту феромагнетика (див. табл. 2.2 та рис. 2.1, b). Найбільш сильно така взаємодія проявляється в основному стані  $\mathbf{H} \parallel \mathbf{M} \parallel \langle 001 \rangle$ . Також, виявляється, що у основних станах  $\mathbf{H} \parallel \mathbf{M} \parallel \langle 101 \rangle$  та  $\mathbf{H} \parallel \mathbf{M} \parallel \langle 111 \rangle$  коефіцієнт магнітопружної взаємодії залежить і від напрямку хвильового вектора колективних коливань (таб. 2.2).

Колективні коливання спінових хвиль та першого поперечного звуку описуються дисперсійним рівнянням (2.23, що має однаковий характер для

ISSN 2071-0194. Укр. фіз. журн. Огляди. 2018. Т. 13, № 1

кожного напрямку магнітного моменту феромагнетика. З (2.23 випливає, що при різкому зменьшенні пружного модуля  $C_{44}$ , значно зростає магнітопружна взаємодія. На рис. 2.1, *а* на прикладі сплаву NiMnGa показано, що зменьшення пружного модуля  $C_{44}$  лише вдвічі вже призводить до значного "розштовхування" квазімагнонної та квазіфононної гілки закону дисперсії. Така поведінка квазіфононної моди стає причиною того, що при резонансних методах вимірювання можуть бути отримані ще більш занижені значення пружного модуля  $C_{44}$ .

#### 2.3. Магнітопружна взаємодія з другим поперечним звуком у сплаві з ефектом пам'яті форми

Як зазначалося вище, характерною властивістю феромагнітних сплавів з ефектом пам'яті форми родини NiMnGa є мартенситне перетворення, що супроводжується спонтанною деформацією кристалічної ґратки і вираженим пом'якшенням (зменьшенням) пружного модуля зсуву C' [7, 8, 12, 13], саме тому звукову моду, що характеризується цим пружним модулем  $s_{t2}^2 = C'/\rho$ , ще називають "м'якою" модою.

Описати другий поперечний звук можливо, коли хвильовий вектора пружних коливань направлений вздовж діагоналі грані куба, тому розглянемо надалі випадок  $\mathbf{k} \parallel \langle 110 \rangle$ . Вплив магнітної підсистеми на другий поперечний звук і відповідно на пружний модуль C' можна описати розглядаючи магніто-акустичний резонанс на частоті  $\omega_{\rm ph} = (C'/\rho)^{1/2}k$ . Тоді закони дисперсії (2.20) та (2.23) переходять у дисперсійне рівняння, що має загальний вигляд для двох напрямків магнітного моменту кристала:

$$\omega^2 - \omega_{\rm ph}^2)(\omega^2 - \omega_{\rm sw}^2) - \delta_1^2 \xi = 0, \qquad (2.24)$$

де  $\omega_{\rm sw}$  – частота незв'язаних спінових хвиль,  $\xi$  – коефіцієнт магнітопружної взаємодії. Значення цих величин залежать від напрямку магнітного моменту феромагнетика і наведені в табл. 2.3.

Розв'язок рівняння (2.24) має вигляд, аналогічний виразу (2.23) [17]:

$$\omega_{\pm}^{2} = \frac{1}{2} \Big\{ \omega_{\rm ph}^{2} + \omega_{\rm sw}^{2} \pm [4\xi \delta_{1}^{2} + (\omega_{\rm ph}^{2} - \omega_{\rm sw}^{2})^{2}]^{1/2} \Big\}.$$
(2.25)

Виходячи з наявних експериментальних даних для констант магнітної анізотропії сплаву NiMnGa, які зазначені вище [27], в околі температури мартенситного перетворення рівноважний напрямок вектора намагніченості монокристалла паралельний напрямку [100]. Але в цьому випадку взаємодія м'якої моди з магнітними коливаннями відсутня. У звичайних умовах сучаснорго експерименту зовнішнє магнітне поле є досить сильним, щоб вектор намагніченості прийняв його напрямок. Тому розглянемо випадок, коли магнітне поле паралельно кристалографічному напрямку [101]. Як показує умова мінімізації магнітної енергії (2.2), магнітне поле стабілізує магнітний момент у напрямку М || [101], коли виконується нерівність  $H > H_1 \equiv 2K_1/M_0$ . Для згаданих вище експериментальних значень, значення характеристичного поля  $H_1$  становить близько 90 Е.

Розв'язок (2.24) описує дисперсію квазізвукових ( $\omega_{-}$ ) і квазіспінових ( $\omega_{+}$ ) хвиль в кристалі [17]. Квазізвукова мода безщілинна, в той час, як спектр квазіспінової хвилі має щілину  $\omega_{0} = \gamma (H - H_{1})^{1/2} (H + H_{2})^{1/2}$ , де  $H_{2} \equiv (K_{1} + K_{2}/2) / /M_{0} \approx 100$  Е, вони зображені на рис. 2.2. Через велику розбіжність у значеннях пружного модуля зсуву, що властиві для різних сплавів NiMnGa (значення  $C'_{\min} \sim 1$  ГПа-60ГПа були виміряні при температурі мартенситного перетворення для квазістехіометричних сплавів [7, 8, 12, 13]) на рис. 2, *а* показані спектри, обчислені для трьох різних зна-

Таблиця 2.3. Коефіцієнт магнітопружної взаємодії з другим поперечним звуком для різних основних станів кубічного феромагнетика

Напрямок хвильового вектора		
$\mathbf{k}\parallel\langle110\rangle$	$\xi = \frac{9\omega_{m2}\gamma^2 k^2}{\rho}$	$\xi = \frac{24\omega_{m4}\gamma^2 k^2}{\rho}$

чень пружного модуля зсуву. Значення поля H = 3300 Е відповідає частоті  $\omega_0/2\pi = 9.1$  ГГц.

Розглянемо випадок сильного зовнішнього магнітного поля (рис. 2.2, *a*). Магнітопружна взаємодія в кристалі з модулем зсуву 60 ГПа в цьому випадку проявляє себе у вузькому інтервалі значень хвильового вектора, який включає в себе резонансие значения  $k_0 \approx 2.4 \cdot 10^5$  см<sup>-1</sup>. Далеко від резонансного значення магнітопружна взаємодія не змінює помітно дисперсійні криві звукових і спінових хвиль. У кристалі з модулем зсуву 35 ГПа взаємодія між звуковими та спіновими хвилями призводить до сильного "відштовхуванням" гілок квазізвукового та квазіспінового спектра, і, отже, проявляє себе в більш широкому діапазоні значень хвильових векторів  $\Delta k \sim$  $\sim 10^5$  см<sup>-1</sup>. ("Відштовхування" формально визначається як  $\Delta \omega \equiv \omega_+(k_0) - \omega_-(k_0)$ , де  $k_0$  задовольняє рівняння  $\omega_{\rm sw}(k) = \omega_{\rm ph}(k)$ ). У діапазоні  $\Delta k$ спостерігається помітна нелінійність квазізвукової гілки закону дисперсії. У кристалі з модулем зсуву 25 ГПа магнітопружна взаємодія не змінює помітно закон дисперсії колективних коливань, оскільки квазізвукова гілка проходить далеко від квазіспінової [17]. Модулі зсуву сімейства сплавів Ni-MnGa зменшується від значень декількох десятків ГігаПаскалей до значень близько одного ГігаПаскаля при наближенні температури сплаву до температури мартенситного перетворення. Таким чином, вплив магнітопружної взаємодії на хвильові спектри найбільш яскраво проявляється в певному інтервалі температур вище температури мартенситного перетворення. У цьому інтервалі величина пружного модуля зсуву є досить близькою до 35 ГПа.

Стандартні експериментальні методи дозволяють спостерігати магнітопружні резонансні коливання на різних частотних діапазонах (і, отже, при різному зовнішньому магнітному полі). Зниження резонансної величини поля до значення H = 500 Е призводить до зміщення області резонансу  $\Delta k$  до вектора більш низьких значень хвильового вектора (див. рис. 2.2, b). У цьому випадку велике "відштовхування" гілок квазізвукового та квазіспінового спектра помітно навіть для дуже низьких значень модуля зсуву (C' = 5 ГПа). Таким чином, нижня частина температурного інтервалу суттєвої магнітопружної взаємодії коливань може досягати температури мартенситного перетворення.



**Рис. 2.2.** Закони дисперсії зв'язаних магнітопружних хвиль: дисперсійні криві, наведені на (*a*), (*b*), (*c*) обчислені для різних значень пружного модуля зсуву і зовнішнього магнітного поля (**H** || [101]); дисперсійні криві, що представлені на (*d*) були розраховані для випадків, коли **H** || [001] (тонкі лінії) і **H** || [101] (жирні лінії). Нахил тонкої суцільної лінії, відповідає швидкості звуку, що зменшується за рахунок магнітопружної взаємодії [17]

Ще один прояв магнітопружної взаємодії показано на рис. 2.2, *c*, який ілюструє сильну нелінійність початкової ділянки квазізвукової дисперсійної кривої. Ця особливість добре помітна у випадку кристалів з C' < 5 ГПа, якщо частотна щілина  $\omega_0$  порівнянна з величиною відштовхування  $\Delta\omega$ . Як вже було сказано вище, зміна закону дисперсії квазізвукової моди була виявлена давно в безпосередній близькості від спін-орієнтаційних фазових преходів [29, 30]. Наскільки нам відомо, можливості спостереження цього ефекту при наближенні до мартенситних фазових перетворень, ще не обговорювалася.

На рис. 2.2, *d* проілюстровано відмінність в законах дисперсії квазізвукових хвиль, викликану пе-

реорієнтацією зовнішнього магнітного поля, прикладеного до монокристалічного зразка сплаву NiMnGa. Жирні лінії представляють дисперсійні криві, що відповідають напрямку поля **H**||[101] (див. також рис. 2, c), в той час, як тонкі лінії відповідають випадку **H** || [001]. Як було показано вище, зміна напрямку вектора магнітного поля від [101] до [001] (або [100]) "вимикає" вплив магнітопружної взаємодії на м'який пружний модуль. Отже, тонкими пунктирними і штрих-пунктирними лініями показані лінійні дисперсійні закони, обчислені для випадків, коли "вільні" звукові хвилі поширюються в кристалах з пружними модулями зсуву C' = 5 ГПа і C' = 1,5 ГПа, відповідно. Останній випадок найбільш цікавий, оскіль-



**Рис. 2.3.** Детальне порівняння дисперсійних кривих зв'язаних магнітопружних хвиль (суцільні лінії), з кривими, отриманими для вільних спінової та звукової хвиль (штриховані лінії). Ці криві відповідають напрямам магнітного поля **H** || [101] (суцільні лінії) і **H** || [001] (штриховані лінії)

ки розкриває можливість різкої зміни дисперсійної залежності, викликану переорієнтацією зовнішнього магнітного поля. Якщо поле направлене вздовж напрямку [001], то закон дисперсії має вигляд  $\omega_{\rm ph} = (C'/\rho)^{1/2}k$ . На відміну від цього, якщо поле паралельне [101] закон дисперсії квазізвукової моди може бути представлений як  $\tilde{\omega}_{\rm ph} = c_1 k + c_2 k^2 + \dots$  Коефіцієнт  $c_1$  – тангенс кута нахилу суцільної прямої лінії, зображеної на рис. 2.2, г. "Ефективний" модуль зсуву, що може бути визначений з ультразвукових або DMA (Dynamic Mechanical Analysis) експериментів, виражається через цей коефіцієнт як  $C^{\text{eff}} = \rho c_1^2$ . Ретельний розгляд початкової ділянки дисперсійної кривої показує, що дисперсія квазізвукової хвилі з довжиною хвилі близько 1 см практично лінійна і характеризується ефективним модулем  $C^{\text{eff}} \approx 70 \text{ MIIa.}$  Вочевидь, таке розрахункове значення ефективного модуля занадто мале, щоб бути виміряним експериментально, крім того, в реальних умовах експерименту не можна повністю уникнути змішування різних типів хвиль. Проте, отримані результати розрахунку, можуть пояснити аномально низькі експериментальні значення пружних модулів, що повідомлялись для сплавів NiMnGa [7, 8, 12].

Якщо вектор магнітного поля паралельний напрямку [101], то сильний вплив магнітопружної взаємодії на м'яку пружню моду можна спостерігати навіть в магнітному полі H = 500 Е. Щоб проілюструвати це твердження, розглянемо цікавий випадок аномально м'якого модуля зсуву,

який змінюється від 5 ГПа до 0,5 ГПа при наближенні температури до області мартенситного переходу.

Якщо значення модуля зсуву більше, ніж 4 ГПа, дисперсійні криві вільних звукових і спінових хвиль перетинаються одна з одною двічі (див. рис. 2.3, а). У цьому випадку відштовхування дисперсійних кривих квазізвукових і квазіспінових хвиль добре виражені в широкому інтервалі хвильових векторів  $\Delta k \sim 3 \cdot 10^5$  см<sup>-1</sup>. Якщо модуль зсуву дорівнює 4 ГПа дисперсійні криві вільних звукових і спінових хвиль торкаються одна одної в точці і відштовхування дисперсійних кривих все ще має місце (див. рис. 2.3, b). Зменшення модуля зсуву до значення 1,5 ГПа приводить до суттєвого зближення квазіспінової та чисто спінової дисперсійної кривої; закон дисперсії квазізвукової хвилі є практично лінійним, але швидкість квазізвукової хвилі виявляється меншою за швидкість вільної звукової хвилі (див. рис. 2.3, с). Пружний модуль зсуву пропорційний квадрату швидкості звуку, отже навіть невелике зниження швидкості звуку відповідає значній різниці між реальним та ефективним модулем зсуву  $C^{\text{eff}}/C' \approx 0.75$ . Крім того, пом'якшення пружного модуля зсуву призводить до подальшого зниження швидкості квазізвукової хвилі (див. рис. 2.3, d) і відновлення його нелінійності.

Теоретичний аналіз спектрів зв'язаних хвиль в феромагнітних сплавах з ефектом пам'яті форми розкриває можливість аномально сильного зв'язку спінових хвиль з м'якою пружною модою при наближенні до температури мартенситного перетворення. Основний ефект, отриманий в результаті цього аналізу, є значне зниження швидкості другого поперечного звуку  $s_{t2}$  і пружного модуля зсуву у монокристалі NiMnGa. Зниження можна спостерігати експериментально, змінюючи напрямок зовнішнього магнітного поля від [001] до [101]. Прийнятна для спостереження цього ефекту орієнтація монокристала вказана на рис. 2.4; напрямки хвильового вектора, магнітного поля і вектора поляризації також показано на рисунку заради наочності. Зразок повинен являти собою сильно витягнуту призму з довгою стороною, що спрямована уздовж кристалографічного напрямку [110].

Якщо магнітне поле напрвлене вздовж кристалографічного напрямку [101], частота квазізвукової хвилі визначається значенням ефективного мо-



*Рис. 2.4.* Конфігурація зразка у формі призми, хвильового вектора, і вектора поляризації звукової хвилі, яка підходить для експериментального спостереження ефектів магнітопружної взаємодії у зовнішніх магнітних полях **Н** || [101] і **H** || [001]

дуля  $C^{\text{eff}}$  і довжиною зразка. Значення ефективного модуля близьке до значення пружного модуля зсуву, якщо останній дорівнює 5 ГПа (див. рис. 2.2, d), якщо модуль зсуву набуває значення близькі до 1,5 ГПа або менші, то ефективний модуль може досягати значень в 100 МПа, (див. рис. 2.2, d, рис. 2.3, d). Типові довжини зразка при експерименті близько 1 см, і, отже, резонансна частота становить близько  $10^5$  Гц, якщо  $C^{\text{eff}} \approx C' = 5$  ГПа і близька до  $10^4$  Гц при  $C^{\text{eff}} \approx 100$  МПа.

Варто відзначити, що якщо магнітне поле, прикладене в напрямку [101], і величина резонансного поля менше або дорівнює 500 Е, фонон-магнонний зв'язок проявляє себе в широкому інтервалі хвильових векторів. У цьому випадку магнітопружна взаємодія може помітно вплинути на термодинамічні властивості феромагнітних сплавів сімейства NiMnGa.

# 3. Зв'язані магнітопружні хвилі в ферромагнетику одноосної симетрії

# 3.1. Магнітопружня щілина у одноосному феромагнетику як прояв ефекту Хіггса

У різних розділах фізики відомі приклади систем, які демонструють мимовільне порушення симетрії. Це системи, енергія яких має деяку симетрію, у той час, як реальний фізичний стан системи, що відповідає частковому розв'язку в рівнянні руху, цієї симетрії не має. Така ситуація має місце коли мінімуму енергії системи відповідає ряд станів з

безперервним параметром виродження. Причиною порушення симетрії може бути як завгодно мале збурювання спеціального виду [31, 32].

На сьогоднішній день добре відомо, що в магнітовпорядкованих матеріалах, у спектрі спінових хвиль виникає магнітопружна щілина, зумовлена взаємодією спінових і звукових хвиль. У роботі [10] було висловлено міркування, що поява магнітопружної щілини пов'язана з порушенням симетрії магнітного гамільтоніана при введенні магнітопружної взаємодії, однак конкретні розрахунки цього явища, не були надані. У свій час у квантовій теорії поля такий ефект був виявлений Хіггсом [31].

На прикладі одноосного феромагнетика послідовно розглянемо явище виникнення магнітопружної щілини в спектрі спінових хвиль, що зумовлене порушенням спонтанної симетрії в спіновій системі.

Нагадаємо, у спрощеній моделі, як виникає маса у бозонів Хіггса. Так, у книзі [31] спонтанне порушення симетрії системи досягається в результаті переходу від потенціальної енергії вигляду  $m^2 \varphi^2/2$  до потенціальної енергії, яка має вигляд парної функції з двома симетричними мінімумами. Наведемо тут міркування для багатокомпонентного поля, яке описується польовою функцією  $\phi(\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n)$  і володіє такою важливою властивістю: її потенціальна енергія визначається парними степенями  $\phi$ . Ця система володіє безперервною симетрією обертань, що не змінює величини  $\varphi^2$ .

Щоб отримати спонтанне порушення симетрії, необхідно вибрати потенціальну енергію у вигляді

$$V(\varphi) = -\frac{\mu^2}{2}(\phi\phi) + \frac{h^2}{2}(\phi\phi)^2.$$
 (3.1)

Мінімум потенціальної енергії тут відповідає співвідношенню:

$$\phi\phi = \varphi_0^2 = \frac{\mu^2}{h^2}.$$
 (3.2)

Це є рівняння для *n*-змінних, не обмежуючи загальності, виберемо рішення цього рівняння у вигляді

$$\phi_0 = (\varphi_0, 0, ..., 0), \quad \varphi_0 = \mu/h.$$
 (3.3)

Тепер зробимо зсув функції поля  $\phi$  на постійний вектор  $\phi_0$ , що задовольняє умову (3.3)

$$\boldsymbol{\phi}(x) = \boldsymbol{\phi}_0 + \mathbf{u}(x). \tag{3.4}$$

 $\mathbf{14}$ 

Тоді отримаємо для потенціальної енергії вираз

$$V(\phi_0 + \mathbf{u}(x)) = V_0 + \mu^2 u_1^2 + \mu h u_1(\mathbf{u}\mathbf{u}) + \frac{h^2}{4} (\mathbf{u}\mathbf{u})^2.$$
(3.5)

У цьому виразі квадратичний член присутній тільки для компоненти  $u_1$ . Таким чином, в результаті порушення симетрії, яке виражається зсувом (3.4), компонента  $u_1$  набуває вільну масу  $m_1 =$  $= \mu\sqrt{2}$ , а інші компоненти маси не мають. Очевидно, що симетрія цього розв'язку не відноситься до симетрії повороту в *n* вимірному просторі польової функції  $\phi(\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n)$ .

При квантовому розгляді, зсув на постійну величину порушує співвідношення комутації для фермі частинок і не порушує для бозе частинок. Іншими словами, механізм виникнення маси при спонтанному порушенні симетрії має місце тільки для бозонів. Та обставина, що з усіх сортів бозе частинок тільки одна набуває масу, є ефектом Хіггса [31]. Безмасові частинки називаються частинками Голдстоуна.

Така ситуація має місце в магнетиках з одноосною симетрією, коли виродженими є основні стани, для яких магнітний момент не спрямований уздовж легкої осі [3, 32, 33]. Врахування магнітопружних взаємодій в одноосному феромагнетику проводилося досить давно і за різних умов [3, 34], однак при цьому розглядався основний стан "легка вісь", який не є виродженим.

Розглянемо, як впливає магнітопружна взаємодія на спектр спінових хвиль у випадку виродженого стану "легка площина". Енергію одноосного феромагнетика за відсутності зовнішнього магнітного поля можна записати в такому вигляді [3]

$$F_m = \frac{\alpha}{2} \frac{\partial \mu}{\partial x_i} \frac{\partial \mu}{\partial x_k} - \frac{1}{2} K_1 \mu_z^2 - \frac{1}{4} K_2 \mu_z^4, \qquad (3.6)$$

де  $\alpha$  – постійна неоднорідного обмінного взаємодії,  $K_1$  і  $K_2$  – константи одноосної анізотропії,  $\mu = \mathbf{M}/M_0$  – нормований вектор намагніченості,  $M_0$  – намагніченість насичення. Тут константи мають розмірність енергії.

Для того щоб отримати закон дисперсії спінових хвиль феромагнетика необхідно скористатися рівнянням руху магнітного моменту – рівнянням Ландау–Ліфшица (2.8) [19]. Використовуючи стандартну методику [3, 33] з рівняння (2.8) мо-

жна отримати частоти спінових хвиль для основних станів одноосного феромагнетика. Нас цікавить основний стан "легка площина", коли намагніченість лежить в базисній площині (наприклад,  $\mathbf{M} \parallel \langle 100 \rangle$ ), а умова стійкості для даного стану має вигляд:  $K_1 < 0$ . Цей стан є виродженим з безперервним параметром виродження, що відповідає повороту в базисній площині.

Закон дисперсії в цьому випадку буде мати вигляд:

$$\omega^2 = \gamma^2 M_0^2 \left( \frac{\alpha k^2}{M_0^2} - \frac{K_1}{M_0^2} \right) \frac{\alpha k^2}{M_0^2}, \qquad (3.7)$$

де  $\omega$  і k – відповідно, частота і хвильовий вектор спінової хвилі.

Така спінова хвиля є голдстоуновскім бозоном, оскільки енергія магнонів обертається на нуль при k = 0. Вочевидь, симетрія цього основного стану для певного значення намагніченості в базиснії площині нижче симетрії вихідного гамильтониана.

Виродження знімається при врахуванні зовнішнього магнітного поля в базисній площині (наприклад, **H** || (100)) [32]:

$$\omega^2 = \gamma^2 M_0^2 \left( \frac{\alpha k^2}{M_0^2} - \frac{K_1}{M_0^2} + \frac{H}{M_0} \right) \left( \frac{\alpha k^2}{M_0^2} + \frac{H}{M_0} \right).$$
(3.8)

Але магнітне поле порушує симетрію гамільтоніана, він перестає бути інваріантним щодо повороту навколо осі симетрії (до енергії (3.6) необхідно додати доданок  $-H_x M_x$ ). Більш цікавим є розгляд випадку, коли враховується збурення, що не міняє симетрії гамільтоніана. Таким збуренням і є магнітопружна взаємодія в кристалі [32].

Для врахування магнітопружної взаємодії, повну енергію феромагнетика знову зручно записати у вигляді (2.1), де перший доданок – магнітна енергія кристала визначається виразом (3.6), другий доданок – пружна енергія, яка має вигляд [18]:

$$F_{e} = \frac{1}{2}C_{11}(\mathbf{E}_{xx} + \mathbf{E}_{yy})^{2} + \frac{1}{2}C_{33}\mathbf{E}_{zz}^{2} + \\ + C_{13}(\mathbf{E}_{xx} + \mathbf{E}_{yy})\mathbf{E}_{zz} + \\ + 2C_{44}(\mathbf{E}_{xz} + \mathbf{E}_{yz})^{2} + \frac{1}{2}C_{66}(\mathbf{E}_{xx}^{2} + \mathbf{E}_{yy}^{2} + 2\mathbf{E}_{xy}^{2}), \quad (3.9)$$

де  $E_{ik}$  – компоненти тензора деформацій,  $C_{ik}$  – пружні модулі другого прядка для одноосного

кристала. Третя складова визначає взаємодію між магнітною і пружною підсистемами [34, 35]:

$$F_{me} = \frac{1}{2} B_{11}(\mu_x^2 + \mu_y^2) (\mathbf{E}_{xx} + \mathbf{E}_{yy}) + \frac{1}{2} B_{13}\mu_z^2 (\mathbf{E}_{xx} + \mathbf{E}_{yy}) + \frac{1}{2} B_{31}(\mu_x^2 + \mu_y^2) \mathbf{E}_{zz} + \frac{1}{2} B_{33}\mu_z^2 \mathbf{E}_{zz} + \frac{1}{2} B_{44}(\mu_x\mu_z\mathbf{E}_{xz} + \mu_y\mu_z\mathbf{E}_{yz}) + \frac{1}{2} B_{66}(\mu_x^2\mathbf{E}_{xx} + \mu_y^2\mathbf{E}_{yy} + 2\mu_x\mu_y\mathbf{E}_{xy}), \quad (3.10)$$

де  $B_{ik}$  – константи магнітопружної взаємодії для випадку одноосной симетрії.

Підкреслимо, що повна енергія (2.1) в даному випадку залишається інваріантною щодо поворотів навколо осі симетрії. При розрахунку спектрів зв'язаних коливань необхідно скористатися вже двома рівняннями руху: рівнянням Ландау– Ліфшица (2.8) і рівнянням динаміки для вектора зміщень (2.9) [3, 18]. Фактично ми переходимо від чисто спінових і чисто пружних хвиль до зв'язаних магнітопружних коливань [32]. Розглянемо вироджений основний стан "легка площина" і з'ясуємо, як же змінюється частота спінових хвиль при врахуванні магнітопружної взаємодії. У даному основному стані є відмінні від нуля рівноважні значення компонент тензора деформацій, які легко отримати з умови  $\partial F/\partial E_{ik} = 0$ :

$$E_{xx}^{0} = -\frac{B_{66}}{4C_{66}} - \frac{2B_{31}C_{13} - C_{33}(2B_{11} + B_{66})}{4(2C_{13}^2 - C_{33}(2C_{11} + C_{66}))},$$
  

$$E_{yy}^{0} = \frac{B_{66}}{4C_{66}} - \frac{2B_{31}C_{13} - C_{33}(2B_{11} + B_{66})}{4(2C_{13}^2 - C_{33}(2C_{11} + C_{66}))}, \quad (3.11)$$
  

$$E_{zz}^{0} = \frac{B_{31}(2C_{11} + C_{66}) - C_{13}(2B_{11} + B_{66})}{2(2C_{13}^2 - C_{33}(2C_{11} + C_{66}))}.$$

Аналогічно тому, як при знаходженні спектра чисто спінових хвиль (3.7), розглядаються малі коливання магнітного моменту (2.5), де  $\mathbf{m}(\mathbf{r},t)$  – малі відхилення від рівноважного значення  $\mu_0 =$ = (0, 0, 1), компоненти тензора деформацій також можуть бути записані у вигляді суми рівноважних значень і малих відхилень від них (2.6), де  $\mathbf{E}_{ik}^0$  визначаються виразами (3.11), а  $\varepsilon_{ik}$  – малі відхилення, які можуть бути виражені через вектор зміщень U за формулою (2.7) [18].

Розкладемо густину енергії одноосного феромагнетика за степенями малих відхилень  $m_i$  і  $\varepsilon_{ik}$ ,

ISSN 2071-0194. Укр. фіз. журн. Огляди. 2018. Т. 13, № 1

15

враховуючи те, що в даному основному стані компонента  $m_x \approx -(m_y^2 + m_z^2)/2$  – другого порядку малості. Тоді, враховуючи члени до другого порядку малості по малих відхилень, отримуємо:

$$F_{me2} = B_{66}e_{xy}m_y + \frac{1}{2}B_{44}e_{xz}m_z, \qquad (3.12)$$

$$F_{m2} = \frac{B_{66}}{4C_{66}}m_y^2 - \frac{1}{2}(K_{me} + K_1)m_z^2, \qquad (3.13)$$

де введено позначення  $K_{me} = (B_{11} - B_{13} + B_{66}) \times \Sigma_{xx}^{0} + (B_{11} - B_{13}) E_{yy}^{0} + (B_{31} - B_{33}) E_{zz}^{0}$ , тут також ми відкидаємо рівноважну енергію нульового порядку малості, оскільки вона не дає внеску в динамічні рівняння. Вираз для пружної енергії (3.9) збереже свій вигляд, відбудеться лише заміна  $E_{ik}$  на  $\varepsilon_{ik}$ .

З виразу (3.13) видно, що повинна виникнути магнітопружна щілина, оскільки коефіцієнт при  $m_y$  не дорівнює нулю. Важливо відзначити, що ця щілина виникає виключно через магнітопружню взаємодію. Коефіцієнт при  $m_z$  показує, що також відбувається перенормування константи анізотропії.

Підставляючи розклад повної енергії в динамічні рівняння (2.8) і (2.9), і переходячи до компонентів Фур'є по часу t і координатах  $\mathbf{r}$  для малих відхилень  $\mathbf{m} = \mathbf{m}_0 \exp \{i(\mathbf{kr} - \omega t)\}, \mathbf{U} =$  $= \mathbf{U}_0 \exp \{i(\mathbf{kr} - \omega t)\},$  можна отримати закони дисперсії зв'язаних магнітопружних коливань [3, 33]. Однак нас в даному випадку цікавлять зміни, які відбудуться в спектрі квазіспінових хвиль.

Не зупиняючись на стандартних обчисленнях, наведемо результати для частот квазіспінових хвиль в даному основному стані, які можна отримати із закону дисперсії зв'язаних магнітопружних коливань [32]:

$$\omega^{2} = \gamma^{2} M_{0}^{2} \left( \frac{\alpha k^{2}}{M_{0}^{2}} - \frac{K_{1}}{M_{0}^{2}} - \frac{K_{me}}{M_{0}^{2}} \right) \left( \frac{\alpha k^{2}}{M_{0}^{2}} + \frac{B_{66}^{2}}{2M_{0}^{2}C_{66}} \right).$$
(3.14)

З виразу (3.14) легко бачити, що при k = 0 частота спінових хвиль відмінна від нуля [32]:

$$\omega^2 = \gamma^2 \left( -\frac{K_1}{M_0^2} - \frac{K_{me}}{M_0^2} \right) \frac{B_{66}^2}{2C_{66}},\tag{3.15}$$

це і є магнітопружня щілина, яка з'являється в основному стані "легка площина" одноосного феромагнетика при врахуванні магнітопружної взаємодії. З отриманих результатів випливає, що після врахування магнітопружної взаємодії знімається виродження у спочатку виродженому основному стані "легка площина" одноосного феромагнетика, і зникають безмасові магнони (голдстоунівські бозони). Тобто магнітопружна взаємодія "перетворює" Голдстоунівську моду в бозон Хіггса. Також важливо відзначити, що поява магнітопружної щілини не залежить від напрямку хвильового вектора пружної хвилі.

Вираз (3.14) показує, що магнітопружна взаємодія знімає виродження основного стану навіть у разі ізотропного магнетика ( $K_1 = 0$ ), що знаходиться в повній відповідності з загальними принципами, викладеними в роботі [10]. Таким чином, магнітопружна взаємодія призводить до основного стану, симетрія якого нижче симетрії гамільтоніана [32].

# 3.2. Спектри зв'язаних магнітопружних хвиль в одноосному феромагнетику

З умови мінімізації магнітної частини енергії (3.6) легко показати, що в одноосному феромагнетику у відсутності зовнішнього магнітного поля ( $\mathbf{H} = 0$ ) існує три основні стани для вектора намагніченості: вздовж легкої осі намагнічування  $\mathbf{M} \parallel \langle 001 
angle$  – фаза "легка вісь" (умова існування  $K_1 + K_2 > 0$ ); в базисній площині (наприклад, **M** || (100)) – фаза "легка площина" (умова існування  $K_1 < 0$ ); під деяким кутом  $\theta$  до легкої осі намагнічування, що визначається виразом  $\cos^2 \theta = -\frac{K_1}{K_2}$  – "кутова фаза" (умови існування  $K_2 < 0, 0 < K_1 < -K_2$ ) [33]. В реальних експериментах по дослідженню пружних та магнітних властивостей матеріалів зовнішнє магнітнє поле Н, як правило, направляють вздовж напрямків  $\langle 001 \rangle$  та  $\langle 100 \rangle$ , отже нижче будемо розглядати відповідні основні стани "легка вісь" та "легка площина".

Для того, щоб знайти закони дисперсії зв'язаних магнітопружних хвиль скористаємось рівняннями динаміки для вектора намагніченості  $\mu$  (2.8) та вектора зміщень частинок U (2.9).

Для проведення подальших розрахунків розкладемо густину повної енергії (2.1) за степенями малих відхилень  $m_i$  і  $\varepsilon_{ik}$  та підставивши їх у динамічні рівняння (2.8) та (2.9) проведемо їх лінеарізацію. Перейдемо у цих рівняннях до компо-

нент Фур'є по часу t та координатах  $\mathbf{r}$  для малих відхилень  $\mathbf{m} = \mathbf{m}_0 \exp \{i(\mathbf{kr} - \omega t)\}, \mathbf{U} = \mathbf{U}_0 \times \exp \{i(\mathbf{kr} - \omega t)\}, \text{ де } \omega$  – частота, а  $\mathbf{k}$  – хвильовий вектор колективних хвиль. Тоді рівняння (2.8) та (2.9) приводять до системи з 6-ти рівнянь для компонент векторів  $\mathbf{m}_0$  та  $\mathbf{U}_0$ . Отримані системи рівнянь для кожного основного стану одноосного феромагнетика наведено у Додатку 2.

З умови рівності нулю визначника системи динамічних рівнянь отримаємо закони дисперсії зв'язаних магнітопружних хвиль, для основних станів кубічного феромагнетика. При цьому розглянемо декілька напрямків хвильового вектора пружних хвиль, які використовуються при експериментальних дослідженнях звукових хвиль в феромагнетиках одноосної симетрії.

# Фаза "легка вісь": Н $\parallel$ М $\parallel$ $\langle 001 angle$

Рівноважні значення компонент тензора деформацій в цьому основному стані мають вигляд:

$$E_{xx}^{0} = E_{yy}^{0} = \frac{B_{13}C_{33} - B_{33}C_{13}}{2(2C_{13}^{2} - C_{33}(2C_{11} + C_{66}))},$$

$$E_{zz}^{0} = \frac{-B_{13}C_{13} - B_{33}(2C_{11} + C_{66})}{2(2C_{13}^{2} - C_{33}(2C_{11} + C_{66}))}.$$
(3.16)

Випадок:  $\mathbf{k} \parallel \langle 100 \rangle$  та  $\mathbf{k} \parallel \langle 010 \rangle$ 

$$\left(\omega^{2} - \frac{(C_{11} + C_{66})}{\rho}k^{2}\right) \left(\omega^{2} - \frac{C_{66}}{2\rho}k^{2}\right) \left[ \left(\omega^{2} - \frac{C_{44}}{\rho}k^{2}\right) \times \left(\omega^{2} - \gamma^{2}M_{0}^{2}\omega_{m\parallel}^{2}\right) - B_{44}^{2}\left\{\frac{\omega_{m\parallel}\gamma^{2}k^{2}}{16\rho}\right\} \right] = 0.$$
 (3.17)

Випадок:  $\mathbf{k} \parallel \langle 001 \rangle$ 

$$\left(\omega^{2} - \frac{C_{33}}{\rho}k^{2}\right) \left[\omega^{2}\left(\omega^{2} - \frac{2C_{44}}{\rho}k^{2}\right)\left(\omega^{2} - \gamma^{2}M_{0}^{2}\omega_{m\parallel}^{2}\right) - B_{44}^{2}\left\{\frac{\omega_{m\parallel}\gamma^{2}k^{2}}{8\rho}\left(\omega^{2} - \frac{C_{44}}{\rho}k^{2}\right)\right\}\right] = 0.$$
(3.18)

Випадок:  $\mathbf{k} \parallel \langle 110 \rangle$ 

$$\left(\omega^{2} - \frac{(C_{11} + C_{66})}{\rho}k^{2}\right) \left(\omega^{2} - \frac{C_{66}}{2\rho}k^{2}\right) \left[\left(\omega^{2} - \frac{2C_{44}}{\rho}k^{2}\right) \times \left(\omega^{2} - \gamma^{2}M_{0}^{2}\omega_{m\parallel}^{2}\right) - B_{44}^{2}\left\{\frac{\omega_{m\parallel}\gamma^{2}k^{2}}{16\rho}\right\}\right] = 0.$$
 (3.19)

ISSN 2071-0194. Укр. фіз. журн. Огляди. 2018. Т. 13, № 1

Випадок:  $\mathbf{k} \parallel \langle 1\overline{1}0 \rangle$ 

$$\left(\omega^{2} - \frac{(C_{11} + C_{66})}{\rho}k^{2}\right) \left(\omega^{2} - \frac{C_{66}}{2\rho}k^{2}\right) \times \\ \times \left[\omega^{2}(\omega^{2} - \gamma^{2}M_{0}^{2}\omega_{m\parallel}^{2}) - B_{44}^{2}\left\{\frac{\omega_{m\parallel}\gamma^{2}k^{2}}{16\rho}\right\}\right] = 0.$$

$$(3.20)$$

В виразах (3.17) та (3.20) введені такі позначення:

$$\omega_{m\parallel} = \frac{\alpha k^2}{M_0^2} + \frac{H}{M_0} + \frac{K_{me}}{M_0^2} + \frac{K_1}{M_0^2} + \frac{K_2}{M_0^2}, \qquad (3.21)$$
 ne

$$K_{me} = (B_{11} - B_{13} + B_{66}) \mathbf{E}_{xx}^{0} + + B_{11} - B_{13}) \mathbf{E}_{yy}^{0} + (B_{31} - B_{33}) \mathbf{E}_{zz}^{0}$$

#### $\Phi$ аза "легка площина": $\mathbf{H} \parallel \mathbf{M} \parallel \langle 100 angle$

Рівноважні значення компонент тензора деформацій в цьому основному стані визначаються виразами (3.11).

Випадок:  $\mathbf{k} \parallel \langle 100 \rangle$  та  $\mathbf{k} \parallel \langle 010 \rangle$ 

$$\left( \omega^{2} - \frac{(C_{11} + C_{66})}{\rho} k^{2} \right) \left( \omega^{2} - \frac{C_{44}}{\rho} k^{2} \right) \times \\ \times \left[ \left( \omega^{2} - \frac{C_{66}}{2\rho} k^{2} \right) (\omega^{2} - \gamma^{2} M_{0}^{2} \omega_{m1\perp} \omega_{m2\perp}) - \right. \\ \left. - B_{66}^{2} \left\{ \frac{\omega_{m1\perp} \gamma^{2} k^{2}}{4\rho} \right\} \right] = 0.$$
 (3.22)

Випадок:  $\mathbf{k} \parallel \langle 001 \rangle$ 

$$\left( \omega^2 - \frac{C_{33}}{\rho} k^2 \right) \left[ \omega^2 \left( \omega^2 - \frac{2C_{44}}{\rho} k^2 \right) \times \left( \omega^2 - \gamma^2 M_0^2 \omega_{m1\perp} \omega_{m2\perp} \right) - B_{44}^2 \left\{ \frac{\omega_{m2\perp} \gamma^2 k^2}{16\rho} \left( \omega^2 - \frac{C_{44}}{\rho} k^2 \right) \right\} \right] = 0.$$
 (3.23)  
Випадок:  $\mathbf{k} \parallel \langle 110 \rangle$ 

$$\left(\omega^{2} - \frac{C_{66}}{2\rho}k^{2}\right) \left(\omega^{2} - \frac{C_{44}}{\rho}k^{2}\right) \left[ \left(\omega^{2} - \frac{(C_{11} + C_{66})}{\rho}k^{2}\right) \times \left(\omega^{2} - \gamma^{2}M_{0}^{2}\omega_{m1\perp}\omega_{m2\perp}\right) - B_{66}^{2}\left\{\frac{\omega_{m1\perp}\gamma^{2}k^{2}}{4\rho}\right\} \right] = 0.$$

$$(3.24)$$

17

Випадок:  $\mathbf{k} \parallel \langle 1\bar{1}0 \rangle$  $\omega^2 \left(\omega^2 - \frac{C_{66}}{2\rho}k^2\right) \left[ \left(\omega^2 - \frac{(C_{11} + C_{66})}{\rho}k^2\right) \times (\omega^2 - \gamma^2 M_0^2 \omega_{m1\perp} \omega_{m2\perp}) - B_{66}^2 \left\{ \frac{\omega_{m1\perp} \gamma^2 k^2}{4\rho} \right\} \right] = 0.$ (3.25)

В виразах (3.22)–(3.25) введені такі позначення:

$$\omega_{m1\perp} = \frac{\alpha k^2}{M_0^2} + \frac{H}{M_0} - \frac{K_1}{M_0^2} - \frac{K_{me}}{M_0^2},$$
  

$$\omega_{m2\perp} = \frac{\alpha k^2}{M_0^2} + \frac{H}{M_0} + \frac{B_{66}^2}{2M_0^2 C_{66}}.$$
(3.26)

Отже вирази (3.17)–(3.25) являють собою закони дисперсії зв'язаних магнітопружних хвиль для феромагнетика одноосної симетрії в загальному вигляді. За структурою ці дисперсійні рівняння мають стандартний вигляд [3, 4], а при нехтуванні магнітопружною взаємодією ( $B_{ik} \rightarrow 0$ ) розпадаються на класичні закони дисперсії для спінових хвиль [3] та пружних хвиль в кубічних кристалах [18].

Розраховані закони дисперсії зв'язаних магнітопружних хвиль для феромагнетика одноосної симетрії (3.17)–(3.25) дають можливість оцінити

Таблиця 3.1. Взаємодія звукових мод зі спіновими хвилями в феромагнетику одноосної симетрії

Звукова мода та напрямок хвильового вектора	Фаза "легка вісь": <b>Н</b>    <b>М</b>    (001)	Фаза "легка площина": <b>Н</b>    <b>М</b>    (100)
$\begin{bmatrix} s_1 \\ \mathbf{k} \parallel \langle 100 \rangle \text{ and } \mathbf{k} \parallel \langle 010 \rangle \end{bmatrix}$	$B_{44}$	Не взаємодіє
$\begin{bmatrix} s_2 \\ \mathbf{k} \parallel \langle 001 \rangle \end{bmatrix}$	$B_{44}$	$B_{44}$
$ \begin{array}{c} s_2 \\ \mathbf{k} \parallel \langle 110 \rangle \end{array} $	$B_{44}$	Не взаємодіє
$ \begin{array}{c} s_{3} \\ \mathbf{k} \parallel \langle 100 \rangle \text{ and } \mathbf{k} \parallel \langle 010 \rangle \end{array} $	Не взаємодіє	$B_{66}$
$\begin{vmatrix} s_4 \\ \mathbf{k} \parallel \langle 110 \rangle \end{vmatrix}$	Не взаємодіє	$B_{66}$
$\begin{vmatrix} s_4 \\ \mathbf{k} \parallel \langle 1\bar{1}0 \rangle \end{vmatrix}$	Не взаємодіє	$B_{66}$

вплив магнітної підсистеми на пружні властивості кристала, а саме на відповідні пружні модулі. З законів дисперсії (3.17)–(3.25) випливає, що в одноосному феромагнетику зі спіновими хвилями взаємодіють такі звукові моди:  $s_1^2 = C_{44}/\rho$ ,  $s_2^2 = 2C_{44}/\rho$ ,  $s_3^2 = C_{66}/2\rho$ ,  $s_4^2 = (C_{11} + C_{66})/\rho$ . Для більшої наглядності представимо таблицю, в якій відображено наявність магнітопружної взаємодії для кожної звукової моди в залежності від напрямку магнітного моменту одноосного феромагнетика.

З табл. 3.1 легко бачити, що звукові моди  $s_3$  та  $s_4$  не взаємодіють зі спіновими хвилями в основному стані "легка вісь", а звукова мода  $s_1$  – в основному стані "легка площина". Магнітопружна взаємодія між звуковими та спіновими хвилями характеризується виключно константами  $B_{44}$  (звукові моди  $s_1$  та  $s_2$ ) та  $B_{66}$  (звукові моди  $s_3$  та  $s_4$ ), інші магнітопружні константи відповідають тільки за формування магнітопружної щілини у спектрі зв'язаних коливань (див. вирази (3.21) та (3.26).

# 4. Затухання магнітопружних хвиль у феромагнетиках

Загальне рівняння, що описує як динамічні, так і статичні властивості магнітовпорядкованих середовищ, було вперше запропоноване в роботі Ландау і Ліфшица [19]. Цієї публікації призначено було стати однією із самих популярних робіт Ландау і Ліфшица, і не втратити своєї актуальності дотепер, а запропоноване рівняння заслужено одержало в літературі ім'я "Рівняння Ландау–Ліфшица".

Фундаментальним результатом роботи [19] є побудова квазірівноважного термодинамічного потенціалу феромагнетика при низьких температурах. Ця побудова базується на міркуваннях симетрії кристала й поділі взаємодій у феромагнетику на два класи – слабкі релятивістські взаємодії й сильна обмінна взаємодія. Не менш фундаментальним результатом є введення ефективного магнітного поля, як варіаційної похідної від термодинамічного потенціалу феромагнетика по намагніченості. В той самий час такі моделі, що широко застосовувались для опису дисипації спінових хвиль, не відповідали цим основним феноменологічним принципам. Доданок, що відповідає за релаксацію намагніченості у рівнянні Ландау-Ліфшица було запропоновано Ландау виходячи з

загальних фізичних уявлень про дисипативні процеси [19]. Більш пізніше Гільберт побудував дисипативну функцію феромагнетика, яка відповідає релаксації Ландау-Ліфшица, і запропонував запис релаксаційного доданка через похідну по часу від намагніченості [20].

Як у праці Ландау і Ліфшица, так і в праці Гільберта використовувалась модель феромагнетика з постійною за абсолютною величиною намагніченістю. Іншими словами, поздовжня сприйнятливість феромагнетика вважалась рівною нулю (не враховувалась). Незважаючи на векторне рівняння руху, релаксаційний член Ландау–Ліфшица-Гільберта характеризується одною релаксаційною постійною, що відповідає ізотропному середовищу. Розгляд виразу для релаксаційного доданка у моделях [19, 20] показує, що у ньому ніяк не врахована симетрія магнітного матеріалу, що призводить до багатьох фізичних протиріч. Також важливо зазначити, що релаксаційний доданок у формі Ландау–Ліфшица або Гільберта зумовлений спін-спіновими та спін-орбітальними взаємодіями, що, в свою чергу, не дає можливості враховувати важливі в багатьох випадках дисипативні процеси, зумовлені обмінною взаємодією в кристалі [21-23].

У наступні десятиліття теорія магнетизму Ландау одержала широкий розвиток. Однак, у багатьох випадках [36–38], для опису тих або інших явищ, використання класичних моделей запропонованих у роботах Ландау і Ліфшица виявлялося недостатнім. Такі дослідження показали необхідність подальшого вдосконалення теорії Ландау особливо в питанні, пов'язаному з дисипативними процесами в магнітовпорядкованих структурах.

Для побудови дисипативної функції, що описує затухання колективних магнітоакустичних хвиль, будемо виходити з виразу для повної енергії феромагнетика, що у даному випадку повинна складатися з магнітної, пружної та магнітопружної частини:

$$F = F_m + F_e + F_{me}. (4.1)$$

У випадку одноосної симетрії магнітна частина енергії феромагнетика буде мати такий вигляд:

$$F_m = \frac{\alpha}{2} \frac{\partial \mu}{\partial x_i} \frac{\partial \mu}{\partial x_k} + \frac{\left(\mu^2 - 1\right)^2}{8\chi} -$$

ISSN 2071-0194. Укр. фіз. журн. Огляди. 2018. Т. 13, № 1

$$-\frac{1}{2}K_1\mu_z^2 - \frac{1}{4}K_2\mu_z^4 - \mathbf{MH}.$$
(4.2)

Даний вираз відрізняється від енергії (3.6) наявністю доданка, що враховує однорідну обмінну взаємодію, яка може вносити суттєвий внесок при розгляді дисипативних процесів обмінної взаємодії. Відповідно, для феромагнетика кубічної симетрії буде:

$$F_{m} = \frac{\alpha}{2} \frac{\partial \mu}{\partial x_{i}} \frac{\partial \mu}{\partial x_{k}} + \frac{(\mu^{2} - 1)^{2}}{8\chi} + K_{1} \left(\mu_{x}^{2}\mu_{y}^{2} + \mu_{x}^{2}\mu_{z}^{2} + \mu_{y}^{2}\mu_{z}^{2}\right) + K_{2}\mu_{x}^{2}\mu_{y}^{2}\mu_{z}^{2} - \mathbf{MH}.$$
(4.3)

Пружна енергія одноосного кристала може бути записана у вигляді [18]:

$$F_{e} = \frac{1}{2}C_{11}(\mathbf{E}_{xx} + \mathbf{E}_{yy})^{2} + \frac{1}{2}C_{33}\mathbf{E}_{zz}^{2} + C_{13}(\mathbf{E}_{xx} + \mathbf{E}_{yy}) \times$$
$$\times \mathbf{E}_{zz} + 2C_{44}(\mathbf{E}_{xz} + \mathbf{E}_{yz})^{2} + \frac{1}{2}C_{66}(\mathbf{E}_{xx}^{2} + \mathbf{E}_{yy}^{2} + 2\mathbf{E}_{xy}^{2}),$$
$$(4.4)$$

де  $E_{ik}$  – компоненти тензора деформацій,  $C_{ik}$  – пружні модулі другого прядка для одноосного кристала. У випадку кубічної симетрії пружна енергія буде:

$$F_{e} = \frac{1}{2}C_{11}(\mathbf{E}_{xx}^{2} + \mathbf{E}_{yy}^{2} + \mathbf{E}_{zz}^{2}) + C_{12}(\mathbf{E}_{xx}\mathbf{E}_{yy} + \mathbf{E}_{xx}\mathbf{E}_{zz} + \mathbf{E}_{yy}\mathbf{E}_{zz}) + 2C_{44}(\mathbf{E}_{xy}^{2} + \mathbf{E}_{xz}^{2} + \mathbf{E}_{yz}^{2}), \quad (4.5)$$

вона також може бути записана у вигляді (2.3), як було запропоновано в роботах [23, 24].

Останній доданок у виразі (4.1) визначає взаємодію між магнітною і пружною підсистемами, для одноосної симетрії він буде мати вигляд [34, 35]:

$$F_{me} = \frac{1}{2} B_{11}(\mu_x^2 + \mu_y^2) (\mathbf{E}_{xx} + \mathbf{E}_{yy}) + \frac{1}{2} B_{13} \mu_z^2 (\mathbf{E}_{xx} + \mathbf{E}_{yy}) + \frac{1}{2} B_{31}(\mu_x^2 + \mu_y^2) \mathbf{E}_{zz} + \frac{1}{2} B_{33} \mu_z^2 \mathbf{E}_{zz} + \frac{1}{2} B_{44}(\mu_x \mu_z \mathbf{E}_{xz} + \mu_y \mu_z \mathbf{E}_{yz}) + \frac{1}{2} B_{66}(\mu_x^2 \mathbf{E}_{xx} + \mu_y^2 \mathbf{E}_{yy} + 2\mu_x \mu_y \mathbf{E}_{xy}), \qquad (4.6)$$

де  $B_{ik}$  – константи магнітопружної взаємодії для випадку одноосной симетрії. Для кубічного кристала магнітопружну енергію можна записати у вигляді [4]:

$$F_{me} = B_1(\mu_x^2 \mathbf{E}_{xx} + \mu_y^2 \mathbf{E}_{yy} + \mu_z^2 \mathbf{E}_{zz}) + + 2B_2(\mu_x \mu_y \mathbf{E}_{xy} + \mu_x \mu_z \mathbf{E}_{xz} + \mu_y \mu_z \mathbf{E}_{yz}),$$
(4.7)

або скористатися формою запису (2.4), яка виявляється більш зручною в певних випадках.

В роботах [21, 22] була продемонстрована методика отримання дисипативної функції феромагнетика, заснована на міркуваннях симетрії та законах збереження для намагніченості. Слід зауважити, що побудова дисипативної функції феромагнетика базується на основних феноменологічних принципах, що були викладені в работах Л.Д. Ландау та Е.М. Ліфшица. Згідно з ними дисипативна функція будується за тими самими правилами, що й квазірівноважний термодинамічний потенціал, та повинна включати доданки, тієї ж природи, що й повна енергія кристала [18, 35]. Отже, цілком логічно представити густину дисипативної функції у вигляді суми трьох доданків, подібно до виразу (4.1), що описують релаксаційні процеси відповідно магнітної, пружної та магнітопружної природи.

$$q = q_m + q_e + q_{me}.$$
 (4.8)

Слідуючи роботам [21, 22, 33], магнітну складову дисипативної функції можна представити у вигляді

$$q_m = \frac{1}{2}\lambda_{11}^r \left( (H_x^{\text{eff}})^2 + (H_y^{\text{eff}})^2 \right) + \frac{1}{2}\lambda^{\text{ex}} \left( \frac{\partial \mathbf{H}^{\text{eff}}}{\partial x_i} \right)^2,$$
(4.9)

для одноосного феромагнетика, та

$$q_m = \frac{1}{2} \lambda_{11}^r \left( (H_x^{\text{eff}})^2 + (H_y^{\text{eff}})^2 + (H_z^{\text{eff}})^2 \right) + \frac{1}{2} \lambda^{\text{ex}} \left( \frac{\partial \mathbf{H}^{\text{eff}}}{\partial x_i} \right)^2,$$
(4.10)

для кубічного кристала.

Пружна частина дисипативної функції повинна залежити від похідних тензора деформацій по часу і також має бути квадратичною [18]. Отже, найбільш загальний вигляд такої функції буде:

$$q_e = \frac{1}{2} \lambda_{ij,sp}^e \frac{\partial E_{ij}}{\partial t} \frac{\partial E_{sp}}{\partial t}.$$
(4.11)

Тензор четвертого рангу  $\lambda_{ij,sp}^{e}$  називається тензором в'язкості і його компонети визначаються симетрією кристала, аналогічно тензору пружності, який входить до пружної енергії [18]. Для феромагнетика одноосної симетрії маємо

$$q_{e} = \frac{1}{2}\lambda_{11}^{e} \left(\frac{\partial E_{xx}}{\partial t} + \frac{\partial E_{yy}}{\partial t}\right)^{2} + \frac{1}{2}\lambda_{33}^{e} \left(\frac{\partial E_{zz}}{\partial t}\right)^{2} + \lambda_{13}^{e} \left(\frac{\partial E_{xx}}{\partial t} + \frac{\partial E_{yy}}{\partial t}\right) \frac{\partial E_{zz}}{\partial t} + 2\lambda_{44}^{e} \left(\frac{\partial E_{xz}}{\partial t} + \frac{\partial E_{yz}}{\partial t}\right)^{2} + \frac{1}{2}\lambda_{66}^{e} \left[ \left(\frac{\partial E_{xx}}{\partial t}\right)^{2} + \left(\frac{\partial E_{yy}}{\partial t}\right)^{2} + 2\left(\frac{\partial E_{xy}}{\partial t}\right)^{2} \right]. \quad (4.12)$$

Для феромагнетика кубічної симетрії, відповідно, буде:

$$q_{e} = \frac{1}{2}\lambda_{11}^{e} \left( \left( \frac{\partial E_{xx}}{\partial t} \right)^{2} + \left( \frac{\partial E_{yy}}{\partial t} \right)^{2} + \left( \frac{\partial E_{zz}}{\partial t} \right)^{2} \right) + \lambda_{12}^{e} \left( \frac{\partial E_{xx}}{\partial t} \frac{\partial E_{yy}}{\partial t} + \frac{\partial E_{xx}}{\partial t} \frac{\partial E_{zz}}{\partial t} + \frac{\partial E_{yy}}{\partial t} \frac{\partial E_{zz}}{\partial t} \right) + 2\lambda_{44}^{e} \left( \left( \frac{\partial E_{xy}}{\partial t} \right)^{2} + \left( \frac{\partial E_{yz}}{\partial t} \right)^{2} + \left( \frac{\partial E_{yz}}{\partial t} \right)^{2} \right).$$
(4.13)

Магнітопружну частину дисипативної функції будемо будувати за аналогією з відповідною частиною повної енергії феромагнетика. Також виходячи з виразів (4.9), (4.10) та (4.11) вона має складатися з похідних тензора деформацій по часу та компонент ефективного магнітного поля. Дисипативна функція, як відомо, повинна бути інваріантна щодо перетворень групи симетрії кристала. Отже, магнітопружну частину дисипативної функції необхідно будувати з інваріантів добутків похідних тензора деформацій по часу та градієнтів ефективного магнітного поля у вигляді квадратичної форми:

$$q_{me} = \frac{1}{2} \lambda_{ij,sp}^{me} \frac{\partial E_{ij}}{\partial t} \left( \frac{\partial H_s^{\text{eff}}}{\partial x_p} + \frac{\partial H_p^{\text{eff}}}{\partial x_s} \right).$$
(4.14)

Для феромагнетика одноосної симетрії вона буде мати вигляд:

$$q_{me} = \frac{1}{2} \lambda_{11}^{me} \left( \frac{\partial E_{xx}}{\partial t} + \frac{\partial E_{yy}}{\partial t} \right) \left( \frac{\partial H_x^{\text{eff}}}{\partial x} + \frac{\partial H_y^{\text{eff}}}{\partial y} \right) + \frac{1}{2} \lambda_{13}^{me} \left( \frac{\partial E_{xx}}{\partial t} + \frac{\partial E_{yy}}{\partial t} \right) \frac{\partial H_z^{\text{eff}}}{\partial z} +$$

ISSN 2071-0194. Укр. фіз. журн. Огляди. 2018. Т. 13, № 1

 $\mathbf{20}$ 

$$+\frac{1}{2}\lambda_{31}^{me}\frac{\partial E_{zz}}{\partial t}\left(\frac{\partial H_x^{\text{eff}}}{\partial x}+\frac{\partial H_y^{\text{eff}}}{\partial y}\right)+\frac{1}{2}\lambda_{33}^{me}\frac{\partial E_{zz}}{\partial t}\frac{\partial H_z^{\text{eff}}}{\partial z}+\\ +\frac{1}{2}\lambda_{44}^{me}\left(\frac{\partial E_{xz}}{\partial t}\frac{\partial H_x^{\text{eff}}}{\partial z}+\frac{\partial E_{zx}}{\partial t}\frac{\partial H_z^{\text{eff}}}{\partial z}+\\ +\frac{\partial E_{yz}}{\partial t}\frac{\partial H_y^{\text{eff}}}{\partial z}+\frac{\partial E_{zy}}{\partial t}\frac{\partial H_z^{\text{eff}}}{\partial z}\right)+\\ +\frac{1}{2}\lambda_{66}^{me}\left(\frac{\partial E_{xx}}{\partial t}\frac{\partial H_x^{\text{eff}}}{\partial x}+\frac{\partial E_{yy}}{\partial t}\frac{\partial H_y^{\text{eff}}}{\partial y}+\\ +\frac{\partial E_{xy}}{\partial t}\frac{\partial H_x^{\text{eff}}}{\partial y}+\frac{\partial E_{yx}}{\partial t}\frac{\partial H_y^{\text{eff}}}{\partial x}\right).$$
(4.15)

Відповідно для кубічного кристала буде:

$$q_{me} = \lambda_1^{me} \left( \frac{\partial E_{xx}}{\partial t} \frac{\partial H_x^{\text{eff}}}{\partial x} + \frac{\partial E_{yy}}{\partial t} \frac{\partial H_y^{\text{eff}}}{\partial y} + \frac{\partial E_{zz}}{\partial t} \frac{\partial H_z^{\text{eff}}}{\partial z} \right) + 2\lambda_2^{me} \left( \frac{\partial E_{xy}}{\partial t} \frac{\partial H_x^{\text{eff}}}{\partial x} + \frac{\partial E_{yx}}{\partial t} \frac{\partial H_y^{\text{eff}}}{\partial x} + \frac{\partial E_{xz}}{\partial t} \frac{\partial H_x^{\text{eff}}}{\partial z} + \frac{\partial E_{zx}}{\partial t} \frac{\partial H_z^{\text{eff}}}{\partial z} + \frac{\partial E_{yz}}{\partial t} \frac{\partial H_y^{\text{eff}}}{\partial z} + \frac{\partial E_{zy}}{\partial t} \frac{\partial H_z^{\text{eff}}}{\partial x} \right). \quad (4.16)$$

Для розрахунку затухання зв'язаних магнітоакустичних хвиль необхідно використовувати динамічні рівняння (2.8) та (2.9) з врахуванням відповідних релаксаційних доданків:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{H}_{\text{eff}} + \mathbf{R}_m, \qquad (4.17)$$

$$\rho \ddot{\mathbf{U}} = -\frac{\delta F}{\delta \mathbf{U}} + \mathbf{R}_e, \qquad (4.18)$$

де релаксаційні доданки визначаються виразами [18, 21, 22]:

$$\mathbf{R}_m = \frac{\delta q}{\delta \mathbf{H}^{\text{eff}}},\tag{4.19}$$

$$\mathbf{R}_e = \frac{\delta q}{\delta \left(\frac{\partial U}{\partial t}\right)}.\tag{4.20}$$

Переходячи в рівняннях (4.17) та (4.18) до компонент  $\Phi$ ур'є по часу t та координатах  $\mathbf{r}$  для малих відхилень  $\mathbf{m} = \mathbf{m}_0 \exp\{i(\mathbf{kr} - \omega t)\}, \mathbf{U} = \mathbf{U}_0 \times$  $\times \exp{\{i(\mathbf{kr} - \omega t)\}}$ , де  $\omega$  – частота, а  $\mathbf{k}$  – хвильовий вектор колективних хвиль. Тоді ці рівняння приводять до системи з 6-ти рівнянь для компонент векторів  $\mathbf{m}_0$  та  $\mathbf{U}_0$ .

Магнітопружні хвилі в феромагнетиках

нянь (визначник системи дорівнює нулю) і можна отримати закон дисперсії зв'язаних магнітоакустичних коливань з врахуванням їх затухання. Слід зауважити, що при нехтуванні релаксаційним процесами в магнетику, отримані результати повинні збігатися з законами дисперсії (2.16)–(2.20) та (3.17)-(3.25) для кубічного та одноосного феромагнетика, якщо ж знехтувати магнітопружною взаємодією, то в такому випадку можна отримати окремо спектр спінових хвиль та спектр акустичних хвиль.

Слід зауважити, що більш детальний розгляд проблеми релаксації зв'язаних магнітопружних коливань та розрахунок конкретних спектрів з врахуванням їхнього затухання заслуговує на окрему публікацію, що є в подальших планах авторів.

## 5. Висновки

В даній роботі проведено ґрунтовний аналіз основних типів моделей опису взаємодії спінових та звуковіх хвиль в магнітовпорядкованих матеріалах. Розраховані закони дисперсії зв'язаних магнітоакустичних хвиль для феромагнетиків кубічної симетрії. Проаналізовано поведінку спектрів зв'язаних магнітоакустичних хвиль в околі фазових переходів в ґратці, а саме в околі мартенситних фазових перетворень в матеріалах з ефектом пам'яті форми. В околі таких фазових переходів пружні модулі зменшуються, що призводить до збільшення магнітопружної взаємодії.

Показано, що взаємодія (коефіціент магнітопружної взаємодії) між звуковими та спіновими хвилями залежить як від напрямку хвильового вектора коливань, так і від напрямку магнітного моменту феромагнетика. Коефіцієнт магнітопружної взаємодії може сильно змінюватись (навіть приймати нульові значення) в залежності від вказаних параметрів. Цей факт пояснює, отриману в багатьох експериментах, залежність пружних модулів феромагнетика від напрямку зовнішнього магнітного поля.

Отримані результати використані для інтерпретації експериментальних даних для сплаву Ni-Mn-Ga. Вони дають змогу теоретично пояснити явище різкого зменшення пружних модулів даного сплаву при наближенні до мартенситних фазових переходів. Показано, що при цьому основний вплив

на пружні характеристики матеріалу відіграє неоднорідна магнітострикція.

Аналогічні розрахунки законів дисперсії зв'язаних магнітоакустичних хвиль проведені і для феромагнетиків одноосної симетрії. Досліджено вплив магнітоакустичної взаємодії на закон дисперсії квазіспінових хвиль у виродженому основному стані одноосного феромагнетика "легка площина". Розрахунки показують, що магнітопружна взаємодія знімає виродження призводить до появи магнітоакустичної щілини у спектрі, тобто магнітопружна взаємодія "перетворює" Голдстоунівську моду в бозон Хіггса. В даному випадку, поява магнітопружної щілини не залежить від напрямку хвильового вектора коливань.

Для випадку одноосного феромагнетика також показано, що магнітопружна взаємодія може сильно збільшуватись в околі фазових переходів в ґратці, що супроводжуються різкою зміною пружних модулів феромагнетика.

Для одноосного феромагнетика залежність магнітопружної взаємодії від напрямку хвильового вектора та магнітного моменту також присутня, та, в деяких випадках, навіть більш виражена. Той факт, що певні звукові моди взаємодіють зі спіновими хвилями в одному основному стані феромагнетика та не взаємодіють в іншому, дає змогу чітко визначати в експерименті певні магнітопружні константи для одноосного феромагнетика.

В роботі також побудована модель дисипативної функції, що описує релаксаційні процеси, зумовлені затуханням зв'язаних магнітоакустичних хвиль у феромагнетиках різної симетрії. Отримана модель дисипативної функції базується на врахуванні симетрії магнетика та описує як обмінну, так і релятивістську взаємодію в кристалі.

Публікація містить результати досліджень, проведених за підтримки проектів Національної Академії Наук України №0117U000433 і Міністерства Освіти і Науки України №0117U004340.

ДОДАТОК 1 Системи рівнянь для основних станів кубічного феромагнетика

Фаза 1:  $\mathbf{H} \parallel \mathbf{M} \parallel \langle 001 \rangle$ 

Система динамічних рівнянь має вигляд:

$$(\rho\omega^2 - C_{11}k_x^2 - C_{44}(k_y^2 + k_z^2))U_{0x} -$$

$$-(C_{12} + C_{44})k_xk_yU_{0y} - (C_{12} + C_{44})k_xk_zU_{0z} - i\frac{1}{2}\delta_2k_zm_{0x} - i\frac{2}{3}(\delta_0 - 6\delta_1)k_xm_{0z} = 0; \qquad (Д1.1)$$

$$-(C_{12} + C_{44})k_xk_yU_{0x} + (\rho\omega^2 - C_{11}k_y^2 - C_{44}(k_x^2 + k_z^2))U_{0y} - (C_{12} + C_{44})k_yk_zU_{0z} - i\frac{1}{2}\delta_2k_zm_{0y} - i\frac{2}{3}(\delta_0 - 6\delta_1)k_ym_{0z} = 0; \qquad (Д1.2)$$

$$-(C_{12} + C_{44})k_xk_zU_{0x} - (C_{12} + C_{44})k_xk_zU_{$$

$$-i\frac{1}{2}\delta_2 k_x m_{0x} - i\frac{1}{2}\delta_2 k_y m_{0y} - i\frac{2}{3}(\delta_0 + 12\delta_1)k_z m_{0z} = 0; \quad (\text{Д1.3})$$

$$i\frac{1}{2M_{0}}\gamma\delta_{2}k_{z}U_{0y} + i\frac{1}{2M_{0}}\gamma\delta_{2}k_{y}U_{0z} + i\omega m_{0x} - \gamma M_{0}\omega_{m1}m_{0y} = 0; \qquad (Д1.4)$$

$$-i\frac{1}{2M_0}\gamma \delta_2 k_z U_{0x} - i\frac{1}{2M_0}\gamma \delta_2 k_x U_{0z} + \gamma M_0 \omega_{m1} m_{0x} + i\omega m_{0y} = 0; \qquad (Д1.5)$$

$$i\omega m_{0z} = 0. \tag{Д1.6}$$

У виразах (Д1.4) та (Д1.5) введено

$$\omega_{m1} = \frac{\alpha k^2}{M_0^2} + \frac{H}{M_0} + \frac{2K_1}{M_0^2} + \frac{72\delta_1^2}{M_0^2(C_{11} - C_{12})}$$

#### $Фаза 2: H \parallel M \parallel \langle 101 \rangle$

Система динамічних рівнянь має вигляд:

$$\begin{split} &(\rho\omega^2 - C_{11}k_x^2 - C_{44}(k_y^2 + k_z^2))U_{0x} - \\ &- (C_{12} + C_{44})k_xk_yU_{0y} - (C_{12} + C_{44})k_xk_zU_{0z} - \\ &- i\sqrt{2}\left(\left(\frac{1}{3}\delta_0 + 4\delta_1\right)k_x + \frac{1}{4}\delta_2k_z\right)m_{0x} - i\frac{\sqrt{2}}{4}\delta_2k_ym_{0y} - \\ &- i\sqrt{2}\left(\left(\frac{1}{3}\delta_0 - 2\delta_1\right)k_x + \frac{1}{4}\delta_2k_z\right)m_{0z} = 0; \quad (\square 1.7) \\ &- (C_{12} + C_{44})k_xk_yU_{0x} + (\rho\omega^2 - C_{11}k_y^2 - \\ &- C_{44}(k_x^2 + k_z^2))U_{0y} - (C_{12} + C_{44})k_yk_zU_{0z} - \\ &- i\frac{\sqrt{2}}{3}(\delta_0 - 6\delta_1)k_ym_{0x} - \\ &- i\frac{\sqrt{2}}{4}\delta_2(k_x + k_z)m_{0y} - i\frac{\sqrt{2}}{3}(\delta_0 - 6\delta_1)k_ym_{0z} = 0; \quad (\square 1.8) \\ &- (C_{12} + C_{44})k_xk_zU_{0x} - (C_{12} + C_{44})k_yk_zU_{0y} + \\ &+ (\rho\omega^2 - C_{11}k_z^2 - C_{44}(k_x^2 + k_y^2))U_{0z} - \\ &- i\sqrt{2}\left(\left(\frac{1}{3}\delta_0 - 2\delta_1\right)k_x + \frac{1}{4}\delta_2k_z\right)m_{0x} - i\frac{\sqrt{2}}{4}\delta_2k_ym_{0y} - \\ &- i\sqrt{2}\left(\left(\frac{1}{3}\delta_0 + 4\delta_1\right)k_x + \frac{1}{4}\delta_2k_z\right)m_{0z} = 0; \quad (\square 1.9) \\ &i\frac{1}{4M_0}\gamma\delta_2k_yU_{0x} + i\frac{1}{4M_0}\gamma\delta_2(k_x + k_z)U_{0y} + \\ &+ i\frac{1}{4M_0}\gamma\delta_2k_yU_{0z} + i\omega m_{0x} - \frac{\sqrt{2}}{2}\gamma M_0\omega_{m2}m_{0y} = 0; \quad (\square 1.10) \\ &- i\frac{6}{M_0}\gamma\delta_1k_xU_{0x} + i\frac{6}{M_0}\gamma\delta_1k_zU_{0z} + \frac{\sqrt{2}}{2}\gamma M_0\omega_{m3}m_{0x} + \\ \end{split}$$

+ 
$$i\omega m_{0y} - \frac{\sqrt{2}}{2}\gamma M_0 \omega_{m3} m_{0z} = 0;$$
 (Д1.11)  
-  $i\frac{1}{4M_0}\gamma \delta_2 k_y U_{0x} - i\frac{1}{4M_0}\gamma \delta_2 (k_x + k_z) U_{0y} - i\frac{1}{4M_0}\gamma \delta_2 k_y U_{0z} + \frac{\sqrt{2}}{2}\gamma M_0 \omega_{m2} m_{0y} + i\omega m_{0z} = 0.$  (Д1.12)

В виразах (Д1.10)–(Д1.12) введені позначення:

$$\omega_{m2} = \frac{\alpha k^2}{M_0^2} + \frac{H}{M_0} + \frac{K_1}{M_0^2} + \frac{K_2}{2M_0^2} + \frac{36\delta_1^2}{M_0^2(C_{11} - C_{12})} + \frac{\delta_2^2}{8M_0^2C_{44}},$$
$$\omega_{m3} = \frac{\alpha k^2}{M_0^2} + \frac{H}{M_0} - \frac{2K_1}{M_0^2} + \frac{\delta_2^2}{4M_0^2C_{44}}.$$

# Фаза 3: Н $\parallel$ М $\parallel$ (111)

Система динамічних рівнянь має вигляд

$$\begin{split} (\rho\omega^2 - C_{11}k_x^2 - C_{44}(k_y^2 + k_z^2))U_{0x} - \\ &- (C_{12} + C_{44})k_xk_yU_{0y} - (C_{12} + C_{44})k_xk_zU_{0z} - \\ &- i\frac{\sqrt{3}}{3}\left(\left(\frac{2}{3}\delta_0 + 8\delta_1\right)k_x + \frac{1}{2}\delta_2(k_y + k_z)\right)m_{0x} - \\ &- i\frac{\sqrt{3}}{3}\left(\left(\frac{2}{3}\delta_0 - 4\delta_1\right)k_x + \frac{1}{2}\delta_2k_y\right)m_{0y} - \\ &- i\frac{\sqrt{3}}{3}\left(\left(\frac{2}{3}\delta_0 - 4\delta_1\right)k_x + \frac{1}{2}\delta_2k_z\right)m_{0z} = 0; \quad (\Pi 1.13) \\ &- (C_{12} + C_{44})k_xk_yU_{0x} + (\rho\omega^2 - C_{11}k_y^2 - \\ &- C_{44}(k_x^2 + k_z^2))U_{0y} - (C_{12} + C_{44})k_yk_zU_{0z} - \\ &- i\frac{\sqrt{3}}{3}\left(\left(\frac{2}{3}\delta_0 - 4\delta_1\right)k_y + \frac{1}{2}\delta_2k_x\right)m_{0x} - \\ &- i\frac{\sqrt{3}}{3}\left(\left(\frac{2}{3}\delta_0 - 4\delta_1\right)k_y + \frac{1}{2}\delta_2k_z\right)m_{0z} = 0; \quad (\Pi 1.14) \\ &- (C_{12} + C_{44})k_xk_zU_{0x} - (C_{12} + C_{44})k_yk_zU_{0y} + \\ &+ (\rho\omega^2 - C_{11}k_z^2 - C_{44}(k_x^2 + k_y^2))U_{0z} - \\ &- i\frac{\sqrt{3}}{3}\left(\left(\frac{2}{3}\delta_0 - 4\delta_1\right)k_z + \frac{1}{2}\delta_2k_x\right)m_{0x} - \\ &- i\frac{\sqrt{3}}{3}\left(\left(\frac{2}{3}\delta_0 - 4\delta_1\right)k_z + \frac{1}{2}\delta_2k_x\right)m_{0y} - \\ &- i\frac{\sqrt{3}}{3}\left(\left(\frac{2}{3}\delta_0 - 4\delta_1\right)k_z + \frac{1}{2}\delta_2k_x\right)m_{0y} - \\ &- i\frac{\sqrt{3}}{3}\left(\left(\frac{2}{3}\delta_0 - 4\delta_1\right)k_z + \frac{1}{2}\delta_2(k_x + k_y)\right)m_{0z} = 0; \quad (\Pi 1.15) \\ &i\frac{1}{6M_0}\gamma(24\delta_1k_z + \delta_2k_x)U_{0z} + \\ &+ i\omega m_{0x} - \frac{\sqrt{3}}{3}\gamma M_{0}\omega_m m_{0y} + \frac{\sqrt{3}}{3}\gamma M_{0}\omega_m m_{0z} = 0; \quad (\Pi 1.16) \\ &- i\frac{1}{6M_0}\gamma(24\delta_1k_x + \delta_2k_y)U_{0x} - i\frac{1}{6M_0}\gamma\delta_2(k_x - \\ \end{split}$$

$$\begin{aligned} -k_{z})U_{0y} + i\frac{1}{6M_{0}}\gamma(24\delta_{1}k_{z} + \delta_{2}k_{y})U_{0z} + \\ + \frac{\sqrt{3}}{3}\gamma M_{0}\omega_{m4}m_{0x} + i\omega m_{0y} - \frac{\sqrt{3}}{3}\gamma M_{0}\omega_{m4}m_{0z} = 0; \quad (\square 1.17) \\ i\frac{1}{6M_{0}}\gamma(24\delta_{1}k_{x} + \delta_{2}k_{z})U_{0x} - i\frac{1}{6M_{0}}\times \\ \times \gamma(24\delta_{1}k_{y} + \delta_{2}k_{z})U_{0y} + i\frac{1}{6M_{0}}\gamma\delta_{2}(k_{x} - k_{y})U_{0z} - \\ - \frac{\sqrt{3}}{3}\gamma M_{0}\omega_{m4}m_{0x} + \frac{\sqrt{3}}{3}\gamma M_{0}\omega_{m4}m_{0y} + i\omega m_{0z} = 0. \quad (\square 1.18) \\ \text{B виразах} (\square 1.16) - (\square 1.18) \text{ введене позначення:} \\ \omega_{m4} = \frac{\alpha k^{2}}{M_{0}^{2}} + \frac{H}{M_{0}} - \frac{4K_{1}}{3M_{0}^{2}} - \frac{4K_{2}}{9M_{0}^{2}} + \frac{\delta_{2}^{2}}{4M_{0}^{2}C_{44}}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{D}ODATOK 2 \\ Cucremu pibhahb для ochobhux \\ crahib odhoocchoro феромагнетика \\ \mathcal{P}asa "neexa oicb": H || M || \langle 001 \rangle \\ Cucrema динамічних рівнянь має вигляд: \\ (\rho\omega^{2} - (C_{11} + C_{66})k_{x}^{2} - \frac{1}{2}C_{66}k_{y}^{2} - C_{44}k_{z}^{2})U_{0x} - \\ - \left(\left(C_{11} + \frac{1}{2}C_{66}\right)k_{x}k_{y} + C_{44}k_{z}^{2}\right)U_{0y} - \\ - ((C_{13} + C_{44})k_{x}k_{z} + C_{44}k_{x}k_{z})U_{0z} + \\ + i\frac{1}{4}B_{44}k_{z}m_{0x} + iB_{13}k_{x}m_{0z} = 0; \\ - ((C_{13} + C_{44})k_{y}k_{z} + C_{44}k_{x}k_{z})U_{0z} + \\ + (\rho\omega^{2} - \frac{1}{2}C_{66}k_{x}^{2} - (C_{11} + C_{66})k_{y}^{2} - C_{44}k_{z}^{2})U_{0y} - \\ - ((C_{13} + C_{44})k_{y}k_{z} + C_{44}k_{x}k_{z})U_{0z} + \\ + i\frac{1}{4}B_{44}k_{z}m_{0y} + iB_{13}k_{y}m_{0z} = 0; \\ - ((C_{13} + C_{44})k_{y}k_{z} + C_{44}k_{x}k_{z})U_{0z} + \\ + i\frac{1}{4}B_{44}k_{z}m_{0y} + iB_{13}k_{y}m_{0z} = 0; \\ - ((C_{13} + C_{44})k_{y}k_{z} + C_{44}k_{x}k_{z})U_{0z} + \\ + (\rho\omega^{2} - C_{44}(k_{x}k_{z}) + C_{44}k_{x}k_{z})U_{0y} - \\ - ((C_{13} + C_{44})k_{y}k_{z} + C_{44}k_{x}k_{z})U_{0z} + \\ + (\rho\omega^{2} - C_{44}(k_{x}k_{z}) + C_{44}k_{x}k_{z})U_{0z} + \\ + (\rho\omega^{2} - C_{44}(k_{x}k_{z}) + C_{44}k_{x}k_{z})U_{0y} + \\ + (\rho\omega^{2} - C_{44}(k_{x} + k_{y})^{2} - C_{33}k_{z}^{2})U_{0z} + \\ \end{bmatrix}$$

$$+i\frac{1}{4}B_{44}k_xm_{0x} + i\frac{1}{4}B_{44}k_ym_{0y} + iB_{33}k_ym_{0z} = 0; \qquad (Д2.3)$$
$$-i\frac{1}{2}\gamma B_{44}k_zU_{0z} + i\psi m_{0z} = 0;$$

$$4M_0 + 4M_0 + 4M_0 + 4M_0 + 4M_0 = 0;$$
(Д2.4)

$$i\frac{1}{4M_0}\gamma B_{44}k_z U_{0x} + i\frac{1}{4M_0}\gamma B_{44}k_x U_{0z} + +\gamma M_0 \omega_{m||} m_{0x} + i\omega m_{0y} = 0; \qquad (Д2.5)$$
$$i\omega m_{0z} = 0. \qquad (Д2.6)$$

У виразах (Д2.4) та (Д2.5) введене таке позначення:

$$\omega_{m\parallel} = \frac{\alpha k^2}{M_0^2} + \frac{H}{M_0} + \frac{K_{me}}{M_0^2} + \frac{K_1}{M_0^2} + \frac{K_2}{M_0^2},$$
ge
$$K_{me} = (B_{11} - B_{12} + B_{cc}) \mathbf{E}^0 + \mathbf{E}^0$$

$$\mathbf{K}_{me} = (B_{11} - B_{13} + B_{66})\mathbf{E}_{xx} + (B_{11} - B_{13})\mathbf{E}_{yy}^{0} + (B_{31} - B_{33})\mathbf{E}_{zz}^{0}.$$

ISSN 2071-0194. Укр. фіз. журн. Огляди. 2018. Т. 13, № 1

 $\mathbf{23}$ 

Фаза "легка площина":  $\mathbf{H} \parallel \mathbf{M} \parallel \langle 100 \rangle$ 

Система динамічних рівнянь має вигляд:

$$\begin{aligned} (\rho\omega^{2} - (C_{11} + C_{66})k_{x}^{2} - \frac{1}{2}C_{66}k_{y}^{2} - C_{44}k_{z}^{2})U_{0x} - \\ &- \left( \left( C_{11} + \frac{1}{2}C_{66} \right)k_{x}k_{y} + C_{44}k_{z}^{2} \right)U_{0y} - \\ &- ((C_{13} + C_{44})k_{x}k_{z} + C_{44}k_{y}k_{z})U_{0z} + i(B_{11} + B_{66}) \times \\ &\times k_{x}m_{0x} + i\frac{1}{2}B_{66}k_{y}m_{0y} + i\frac{1}{4}B_{44}k_{z}m_{0z} = 0, \qquad (\square 2.7) \\ &- \left( \left( C_{11} + \frac{1}{2}C_{66} \right)k_{x}k_{y} + C_{44}k_{z}^{2} \right)U_{0x} + \\ &+ \left( \rho\omega^{2} - \frac{1}{2}C_{66}k_{x}^{2} - (C_{11} + C_{66})k_{y}^{2} - C_{44}k_{z}^{2} \right)U_{0y} - \\ &- ((C_{13} + C_{44})k_{y}k_{z} + C_{44}k_{x}k_{z})U_{0z} + \\ &+ iB_{11}k_{y}m_{0x} + i\frac{1}{2}B_{66}k_{x}m_{0y} = 0, \qquad (\square 2.8) \\ &- ((C_{13} + C_{44})k_{y}k_{z} + C_{44}k_{x}k_{z})U_{0y} + \\ &+ (\rho\omega^{2} - C_{44}(k_{x} + k_{y})^{2} - C_{33}k_{z}^{2})U_{0z} + \\ &+ iB_{31}k_{z}m_{0x} + i\frac{1}{4}B_{44}k_{x}m_{0z} = 0, \qquad (\square 2.9) \end{aligned}$$

$$i\omega m_{0x} = 0, \tag{Д2.10}$$

$$-i\frac{1}{4M_0}\gamma B_{44}k_z U_{0x} - i\frac{1}{4M_0}\gamma B_{44}k_x U_{0z} + i\omega m_{0y} - \gamma M_0 \omega_{m1\perp} m_{0z} = 0, \qquad (Д2.11)$$

$$i\frac{1}{4M_0}\gamma B_{66}k_y U_{0x} + i\frac{1}{4M_0}\gamma B_{66}k_x U_{0y} + \gamma M_0\omega_{m2\perp}m_{0y} + i\omega m_{0z} = 0.$$
(Д2.12)

У виразах (Д2.11) та (Д2.12) введені такі позначення:

$$\omega_{m1\perp} = \frac{\alpha k^2}{M_0^2} + \frac{H}{M_0} - \frac{K_1}{M_0^2} - \frac{K_{m_0}}{M_0^2}$$
$$\omega_{m2\perp} = \frac{\alpha k^2}{M_0^2} + \frac{H}{M_0} + \frac{B_{66}^2}{2M_0^2 C_{66}}.$$

- C. Kittel. Interaction of spin waves and ultrasonic waves in ferromagnetic crystals. *Phys. Rev.* 110, 836 (1958).
- A.I. Akhiezer, V.G. Bar'iakhtar, S.V. Peletminskii. Coupled magnetoelastic waves in ferromagnetic media and ferroacoustic resonance. *J. Exper. Theor. Phys.* 35, 228 (1959).
- A.I. Akhiezer, V.G. Bar'yakhtar, and S.V. Peletminskii. Spin Waves (North Holland, 1968).
- V.G. Bar'yakhtar, E.A. Turov. Magnetoelastic excitations. In Spin Waves and Magnetic Excitations. Edited by A.S. Borovik-Romanov, S.K. Sinha (North Holland, 1988), Pt. 2, p. 333.
- E.A. Turov, V.G. Shavrov. Broken symmetry and magnetoacoustic effects in ferro- and antiferromagnetics. *Sov. Phys. Usp.* 26, 593 (1983).

- 6. V.A. Chernenko, V.V. Kokorin. Ni<sub>2</sub>MnGa as a new ferromagnetic ordered shape memory alloy. In *Proceedings of the International Conference on Martensitic Transformations 1992, Monterey, California, USA* (Monterey Institute for Advanced Studies, 1993), p. 1205
- V.A. Chernenko, J. Pons, C. Seguí, E. Cesari. Premartensitic phenomena and other phase transformations in Ni–Mn– Ga alloys studied by dynamical mechanical analysis and electron diffraction. *Acta Materialia* 50, 53 (2002).
- L. Dai, J. Cullen, M. Wuttig. Intermartensitic transformation in a Ni–Mn–Ga alloy. J. Appl. Phys. 95, 6957 (2004).
- O. Heczko, H. Seiner, P. Sedlák, J. Kopeček, M. Landa. Anomalous lattice softening of Ni<sub>2</sub>MnGa austenite due to magnetoelastic coupling. J. Appl. Phys. 111, 07A929 (2012).
- В.Г. Барьяхтар, Д.А. Яблонский. О магнитоупругой щели в спектре спиновых волн. Физ. Мет. и Металловед 43, 645 (1977).
- V.V. Kokorin, M. Wuttig. Magnetostriction in ferromagnetic shape memory alloys, J. Magn. Magn. Mater. 234, 25 (2001).
- J. Worgull, E. Petti, J. Trivisonno, Behavior of the elastic properties near an intermediate phase transition in Ni<sub>2</sub>MnGa spectrum. *Phys. Rev. B* 54, 15695 (1996).
- V.A. Chernenko, V. A. L'vov. Thermodynamics of martensitic transformations affected by hydrostatic pressure. *Phil. Mag.* **73**, 999 (1996).
- R.C. O'Handley, S.M. Allen. Shape-memory alloys, magnetically activated ferromagnetic shape-memory materials. In *Encyclopedia of Smart Materials*. Edited by M. Schwartz (Wiley, 2002).
- P. Entel, V.D. Buchelnikov, M.E. Gruner, A. Hucht, V.V. Khovailo, S. Nayak, A.T. Zayak. Shape memory alloys: A summary of recent achievements. *Mater. Sci. Forum* 583, 21 (2008).
- V.A. Chernenko, V.A. L'vov. Magnetoelastic nature of ferromagnetic shape memory effect. *Mater. Sci. Forum* 583, 1 (2008).
- V.G. Bar'yakhtar, A.G. Danilevich, V.A. L'vov. Magnetoelastic resonance in a crystal with lattice phase transition. *Ukr. J. Phys.* 56, 1068 (2011).
- L.D. Landau, E.M. Lifshitz. *Theory of Elasticity*. (Butterworth-Heinemann, 1986).
- L.D. Landau, E.M. Lifshits. On the theory of the dispersion of magnetic permeability in ferromagnetic bodies. *Phys. Zs. Sowjet.* 8, 153 (1935); reprinted in *Ukr. J. Phys.* 53, Special Issue, 14 (2008).
- T.L. Gilbert. A Lagrangian formulation of the gyromagnetic equation of the magnetization fields. *Phys. Rev.* 100, 1243 (1955).
- V.G. Bar'yakhtar. Phenomenological description of relaxation processes in magnetic materials. J. Exper. Theor. Phys. 60, 863 (1984).
- V.G. Bar'yakhtar, A.G. Danilevich. Spin-wave damping at spin-orientation phase transitions. Low Temp. Phys. **32**, 768 (2006).

- V.G. Bar'yakhtar, A.G. Danilevich. Dissipation function of magnetic media. Low Temp. Phys. 36, 303 (2010).
- V.A. L'vov, E.A. Gomonaj, V.A. Chernenko. A phenomenological model of ferromagnetic martensite. J. Phys.: Condens. Matter 10, 4587 (1998).
- A.G. Danilevich, V.A. L'vov. Strong influence of ferromagnetic ordering and internal pressure on the elastic modulus of shape memory alloy. J. Magn. Magn. Mater. 333, 108 (2013).
- P.J. Webster, K.R.A. Ziebeck, S.L. Town, M.S. Peak. Magnetic order and phase transformation in Ni<sub>2</sub>MnGa. *Phil. Mag. B* 49, 295 (1984).
- R. Tickle, R.D. James. Magnetic and magnetomechanical properties of Ni<sub>2</sub>MnGa. J. Magn. Magn. Mater. 195, 627 (1999).
- L. Dai, J. Cui, M. Wuttig. Elasticity of austenitic and martensitic Ni–Mn–Ga. Proc. SPIE 5053, 595 (2003).
- V.G. Bar'yakhtar, I.M. Vitebsky, Yu.G. Pashkevich, V.L. Sobolev, V.V. Tarasenko. Striction effects and dynamics of the magnetic subsystem in spin-reorientation phase transitions. Symmetry aspects. J. Exper. Theor. Phys. 60, 587 (1984).
- V.I. Ozhogin, V.L. Preobrazhenskii. Nonlinear dynamics of coupled systems near magnetic phase transitions of the "order-order" type. J. Magn. Magn. Mater. 100, 544 (1991).
- N.N. Bogoliubov, D.V. Shirkov. *Quantum Fields* (Benjamin-Cummings, 1982).
- V.G. Bar'yakhtar, A.G. Danilevich. The Higgs effect and the magnetoelastic gap in ferromagnets. *Low Temp. Phys.* 41, 379 (2015).
- V.G. Bar'yakhtar, B.A. Ivanov, V.N. Krivoruchko, A.G. Danilevich. Modern Problems of Magnetization Dynamics: From the Basis to the Ultrafast Relaxation (Himgest, 2013) (in Russian).
- V.G. Bar'yakhtar, V.M. Loktev, S.M. Ryabchenko. Rotational invariance and magnetoflexural oscillations of ferromagnetic plates and rods. J. Exper. Theor. Phys. 61, 1040 (1985)
- L.D. Landau, E.M. Lifshitz, L.P. Pitaevskii. *Electrody*namics of Continuous Media (Butterworth-Heinemann, 1984).
- 36. В.В. Еременко, В.Н. Криворучко, Н.М. Лавриненко, Д.А. Яблонский. Возбуждение переменным электрическим полем обменных магнитных колебаний в CsMnF<sub>3</sub>. ФТТ **30** (12), 3605 (1988).

- 37. V.G. Bar'yakhtar, V.V. Eremenko, S.A. Zvyagin, Yu.G. Pashkevich, V.V. Pishko, V.L. Sobolev, V.V. Shakhov. Line width of magnetic resonance exchange modes in a four-sublattice orthorhombic antiferromagnet. J. Exper. Theor. Phys. 73, 1046 (1991).
- Yu.G. Pashkevich, V.A. Blinkin, V.P. Gnezdilov, V.V. Tsapenko, V.V. Eremenko, P. Lemmens, M. Fischer, M. Grove, G. Guntherodt, L. Degiorgi, P. Wachter, J.M. Tranquada, D.J. Buttrey. Stripe conductivity in La<sub>1.775</sub>Sr<sub>0.225</sub>NiO<sub>4</sub>. *Phys. Rev. Lett.* 84, 3919 (2000).

Одержано 09.06.18

#### V.G. Bar'yakhtar, A.G. Danilevich

# MAGNETOELASTIC WAVES IN FERROMAGNETS IN THE VICINITY OF LATTICE STRUCTURAL PHASE TRANSITIONS

#### Резюме

The dispersion laws for coupled magnetoelastic waves in ferromagnets with uniaxial or cubic symmetry have been calculated. The features of obtained dispersion laws in the vicinity of spin-reorientation phase transitions are analyzed. The interaction between elastic and spin waves is shown to depend on the direction of the ferromagnet magnetic moment. The influence of the magnetoelastic interaction on the dispersion law of quasispin waves in the degenerate ground state of a uniaxial "easy plane" ferromagnet is studied. The results of calculations show that the magnetoelastic interaction eliminates the degeneration and leads to the appearance of a magnetoacoustic gap in the ferromagnet spectrum. The behavior of the spectra of coupled magnetoelastic waves in the vicinity of lattice phase transitions, namely, in the vicinity of martensitic phase transformations in materials with the shape memory effect, is analyzed. The obtained results are used to interpret experimental data obtained for the Ni-Mn–Ga alloy. The phenomenon of a drastic decrease of the elastic moduli for this alloy, when approaching the martensitic phase transition point is explained theoretically. It is shown that the inhomogeneous magnetostriction is the main factor affecting the elastic characteristics of the material concerned. A model dissipative function describing the relaxation processes associated with a damping of coupled magnetoelastic waves in ferromagnets with cubic or uniaxial symmetry is developed. It takes the symmetry of a ferromagnet into account and describes both the exchange and relativistic interactions in the crystal.