

В.І. РОМАНЕНКО,¹ Н.В. КОРНІЛОВСЬКА,² О.Г. УДОВИЦЬКА,¹ Л.П. ЯЦЕНКО¹¹ Інститут фізики НАН України

(Просп. Науки, 46, Київ 03680; e-mail: vr@iop.kiev.ua)

² Херсонський національний технічний університет

(Бериславське шосе, 24, Херсон 73008)

ПРОСТОРОВИЙ РОЗПОДІЛ АТОМІВ У ПОЛІ ПЕРЕХРЕСНИХ СТОЯЧИХ БІХРОМАТИЧНИХ СВІТЛОВИХ ХВИЛЬ

УДК 535.214

Показано, що, вибираючи належним чином відстроювання несучої частоти кожної з перехресних біхроматичних хвиль від частоти переходу в атомі, можна сформувати двовимірну пастку для атомів, якщо інтенсивність хвиль досить велика. При нульових та близьких до нуля початкових фазах хвиль, а також при π та близькому до π зсуві фаз між перехресними хвилями формується динамічна просторова структура з квадратних комірок зі стороною $\lambda/\sqrt{2}$. Чисельне моделювання проведено для атомів натрію.

Ключові слова: оптична пастка для атомів, стоячі хвилі, побудова хвильової функції методом Монте-Карло.

1. Вступ

Різноманітні аспекти взаємодії атомів з біхроматичними стоячими хвилями (пара монохроматичних стоячих хвиль з різними частотами), які можна також розглядати як зустрічні біхроматичні хвилі чи зустрічні амплітудно-модульовані хвилі, вивчаються вже протягом трьох десятиліть. Фізичні основи такої взаємодії та численні експериментальні роботи аналізуються, зокрема, в монографіях [1, 2] та в недавньому огляді [3]. Те, що сила світлового тиску на атом в полі стоячої біхроматичної хвилі може значно перевищувати силу світлового тиску в полі біжучої монохроматичної хвилі [4–9], суттєво для ефективного маніпулювання атомними пучками [9–11]. Як виявилось, поле біхроматичних хвиль може застосовуватися для охолодження атомів і молекул без участі спонтанного випромінювання [12, 13] – нового явища, передбаченого в [14] і яке, схоже, може значно розширити

наші можливості управління рухом молекул лазерним випромінюванням. Ще один напрямок досліджень – формування пасток для атомів лише лазерним випромінюванням, без додаткових полів (наприклад, магнітного поля у магнітооптичній пастці [1]). В основу таких пасток спочатку пропонувалося покласти взаємодію атомів із зустрічними світловими імпульсами [15–18], потім виявилось, що такі пастки можуть бути сформовані зустрічними біхроматичними [19], стохастичними [20] та частотно-модульованими [21] хвилями. Окрім того, поле лазерного випромінювання, що утримує атоми, може призводити і до їх охолодження.

Ми розглянемо взаємодію дворівневих атомів із двома ортогональними плоско-поляризованими стоячими біхроматичними хвилями і дослідимо, за яких умов ці хвилі можуть сформувати двовимірну пастку для атомів (одновимірну досліджувалася нами в [19]), а також знайдемо вигляд і параметри ґратки з атомів, що формується при їхній взаємодії з полем. Для опису руху атомів у полі ми користуємося законами Ньютона, при цьому ево-

© В.І. РОМАНЕНКО, Н.В. КОРНІЛОВСЬКА,
О.Г. УДОВИЦЬКА, Л.П. ЯЦЕНКО, 2019

ISSN 2071-0194. Укр. фіз. журн. 2019. Т. 64, № 2

107

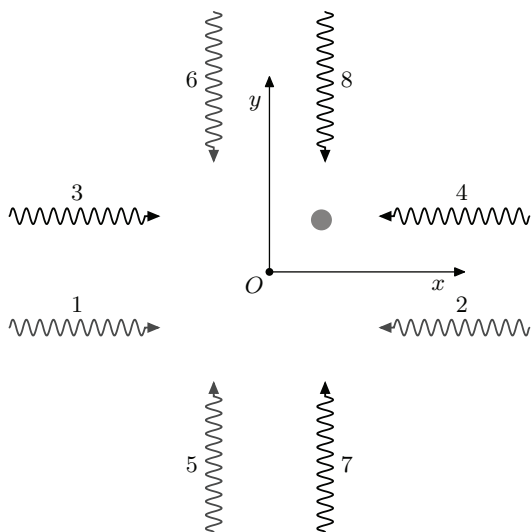


Рис. 1. Схема взаємодії атома з полем. У точці O різниця фаз зустрічних хвиль дорівнює нулю. Атом позначено кружечком

люцію атомних станів описуємо методом Монте-Карло для хвильової функції [22]. Чисельне моделювання проведемо для параметрів, що відповідають взаємодії атомів натрію з полем.

Робота побудована так: у наступному розділі описується схема взаємодії атома з полем, у третьому розділі наведено основні рівняння, короткому викладу методу Монте-Карло для обчислення хвильової функції присвячено четвертий розділ, п'ятий розділ присвячено процедурі чисельного розрахунку, отримані результати та їх обговорення наведено у шостому розділі, в кінці роботи сформульовано короткі висновки.

2. Взаємодія атома з полем

Нехай атом перебуває у полі двох перехресних біхроматичних стоячих хвиль, кожна з яких сформована парами стоячих колінеарних хвиль. Кожну з цих стоячих хвиль можна розглядати як дві зустрічні монохроматичні хвилі, як показано на рис. 1.

Ми розглянемо взаємодію атомів з біхроматичним полем стоячих хвиль поблизу точки O , де пучності хвиль збігаються, тобто різниця фаз зустрічних хвиль тут дорівнює нулю. У полі однієї біхроматичної хвилі при невеликому відхиленні від цієї точки сила світлового тиску, що діє на атом, пропорційна різниці фаз стоячих хвиль, що її утво-

рюють [4, 23]. Оскільки остання лінійно залежить від координат атома, біхроматична стояча світлова хвиля може формувати одновимірну пастку для атомів [6, 19]. Очевидно, можна очікувати, що поле двох перехресних біхроматичних хвиль може сформувати двовимірну пастку для атомів.

Зазначимо, що взаємодія атома з двома перехресними стоячими біхроматичними хвилями якісно відрізняється від взаємодії з однією хвилею. Крім процесів поглинання з однієї з біжучих біхроматичних хвиль з наступним випромінюванням у зустрічну біжучу біхроматичну хвилю, можуть мати місце процеси поглинання з однієї біжучої біхроматичної хвилі з наступним випромінюванням в ортогональну за напрямком поширення біжучу біхроматичну хвилю. Таким чином, результат взаємодії з полем двох стоячих біхроматичних хвиль не можна розглядати як суму взаємодій атома з кожною зі стоячих біхроматичних хвиль.

3. Основні рівняння

Взаємодію атома з полем перехресних біхроматичних хвиль можна розглядати також як його взаємодію з полем восьми біжучих монохроматичних хвиль, як показано на рис. 1. Просторова та часова залежність напруженості поля кожної з них мають вигляд

$$\mathbf{E}_{n=1,2,3,4} = \mathbf{e}E_{0n} \cos(\omega_n t \mp k_n x + \varphi_n), \quad (1)$$

$$\mathbf{E}_{n=5,6,7,8} = \mathbf{e}E_{0n} \cos(\omega_n t \mp k_n y + \varphi_n), \quad (2)$$

де знак “-” відповідає непарним n , а “+” – парним n , \mathbf{e} – одиничний вектор поляризації, ω_n – частота монохроматичної хвилі. Звернемо увагу на те, що напрямком вектора поляризації всіх хвиль ми вибрали однаковим. Те, що вісім монохроматичних хвиль формують чотири стоячі хвилі, призводить до умови

$$\omega_{2n} = \omega_{2n-1}, \quad n = 1, 2, 3, 4. \quad (3)$$

Для випадку формування стоячих хвиль з однаковою амплітудою, який ми тут розглядаємо,

$$E_{0n} = E_0, \quad n = 1, \dots, 8. \quad (4)$$

Відстроювання δ_n ($n = 1, \dots, 8$) частот ω_n хвиль 1, ..., 8 від резонансу з частотою атомного переходу ω_0 визначаються як

$$\delta_n = \omega_0 - \omega_n, \quad (5)$$

при цьому

$$\delta_{2n-1} = \delta_{2n}, \quad n = 1, \dots, 4, \quad (6)$$

оскільки частоти зустрічних монохроматичних хвиль, які формують кожну з чотирьох стоячих хвиль, однакові (3). Вважаємо, що частоти модуляції біхроматичних хвиль, які дорівнюють різниці частот монохроматичних хвиль, що їх утворюють, теж однакові:

$$\omega_1 - \omega_3 = \omega_5 - \omega_7 = \Omega > 0. \quad (7)$$

Ми будемо розглядати симетричний випадок, коли однакові несучі частоти перехресних хвиль, тобто

$$\frac{\omega_3 + \omega_1}{2} = \frac{\omega_7 + \omega_5}{2} = \omega. \quad (8)$$

З наведених рівнянь неважко виразити частоти всіх монохроматичних хвиль через несучу частоту біхроматичних хвиль ω та частоту їх модуляції Ω :

$$\omega_1 = \omega_5 = \omega + \frac{\Omega}{2}, \quad \omega_3 = \omega_7 = \omega - \frac{\Omega}{2}. \quad (9)$$

Введемо відстроювання

$$\delta = \omega_0 - \omega \quad (10)$$

несучої частоти біхроматичних хвиль від частоти переходу в атомі. Тоді, беручи до уваги (9), з (5) отримуємо

$$\delta_1 = \delta_5 = \delta - \frac{\Omega}{2}, \quad \delta_3 = \delta_7 = \delta + \frac{\Omega}{2}. \quad (11)$$

Поле восьми біжучих монохроматичних хвиль можна записати як поле чотирьох стоячих хвиль, напруженість поля яких має вигляд

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{12} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = 2E_0 \mathbf{e} \cos \left[\omega_1 t + \frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2) \right] \times \\ \times \cos \left[k_1 x + \frac{1}{2}(\varphi_2 - \varphi_1) \right], \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{34} = \mathbf{E}_3 + \mathbf{E}_4 = 2E_0 \mathbf{e} \cos \left[\omega_3 t + \frac{1}{2}(\varphi_3 + \varphi_4) \right] \times \\ \times \cos \left[k_3 x + \frac{1}{2}(\varphi_4 - \varphi_3) \right], \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{56} = \mathbf{E}_5 + \mathbf{E}_6 = 2E_0 \mathbf{e} \cos \left[\omega_5 t + \frac{1}{2}(\varphi_5 + \varphi_6) \right] \times \\ \times \cos \left[k_1 y + \frac{1}{2}(\varphi_6 - \varphi_5) \right], \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{78} = \mathbf{E}_7 + \mathbf{E}_8 = 2E_0 \mathbf{e} \cos \left[\omega_7 t + \frac{1}{2}(\varphi_7 + \varphi_8) \right] \times \\ \times \cos \left[k_3 y + \frac{1}{2}(\varphi_8 - \varphi_7) \right], \end{aligned} \quad (15)$$

а повне поле, що діє на атом, можна записати у вигляді

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_{12} + \mathbf{E}_{34} + \mathbf{E}_{56} + \mathbf{E}_{78}. \quad (16)$$

Починаючи з перших досліджень механічної дії поля біхроматичних хвиль на атоми [4, 6], в розрахунках світлового тиску на атоми в полі біхроматичних хвиль використовується також представлення поля у вигляді суперпозиції зустрічних амплітудно-модульованих хвиль, що дає можливість провести аналогію між полем біхроматичних хвиль і полем послідовності зустрічних імпульсів. Ця аналогія лежить в основі пояснення сили вимушеного світлового тиску, яка може значно перевищувати силу світлового тиску на атом в одній біжучій хвилі [24]. У випадку двох перехресних стоячих хвиль ці зустрічні хвилі мають вигляд

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{13} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_3 = 2E_0 \mathbf{e} \cos \left[\omega t - kx + \frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_3) \right] \times \\ \times \cos \left[\frac{1}{2}\Omega t - \frac{1}{2}\Delta kx + \frac{1}{2}(\varphi_3 - \varphi_1) \right], \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{24} = \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_4 = 2E_0 \mathbf{e} \cos \left[\omega t + kx + \frac{1}{2}(\varphi_2 + \varphi_4) \right] \times \\ \times \cos \left[\frac{1}{2}\Omega t + \frac{1}{2}\Delta kx + \frac{1}{2}(\varphi_4 - \varphi_2) \right], \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{57} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_3 = 2E_0 \mathbf{e} \cos \left[\omega t - ky + \frac{1}{2}(\varphi_5 + \varphi_7) \right] \times \\ \times \cos \left[\frac{1}{2}\Omega t - \frac{1}{2}\Delta ky + \frac{1}{2}(\varphi_7 - \varphi_5) \right], \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{68} = \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_4 = 2E_0 \mathbf{e} \cos \left[\omega t + ky + \frac{1}{2}(\varphi_6 + \varphi_8) \right] \times \\ \times \cos \left[\frac{1}{2}\Omega t + \frac{1}{2}\Delta ky + \frac{1}{2}(\varphi_8 - \varphi_6) \right], \end{aligned} \quad (20)$$

де

$$k = \frac{1}{2}(k_1 + k_3) = \frac{1}{2}(k_2 + k_4), \quad (21)$$

$$\Delta k = k_3 - k_1 = k_4 - k_2 = \Omega/c. \quad (22)$$

Зміна початку відліку часу і координат (x та y), очевидно, еквівалентна зміні початкових фаз φ_n

($n = 1, \dots, 8$). Оскільки $\Omega \ll \omega$ і $\Delta k \ll k$, то, змінюючи початок відліку часу, можна занулити дві початкові фази, а початок відліку координат – ще чотири фази (або їхні лінійні комбінації).

Проекції сили \mathbf{F} світлового тиску, що діє на атом, на осі Ox і Oy дорівнюють [1, 25]:

$$F_x = (\varrho_{12}\mathbf{d}_{21} + \varrho_{21}\mathbf{d}_{12})\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x}, \quad (23)$$

$$F_y = (\varrho_{12}\mathbf{d}_{21} + \varrho_{21}\mathbf{d}_{12})\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial y}, \quad (24)$$

де \mathbf{d}_{ij} ($i, j = 1, 2$) – матричні елементи дипольного моменту, ϱ_{ij} – елементи матриці густини ϱ . Рух атома під дією цієї сили описуємо другим законом Ньютона:

$$\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{F}/m, \quad (25)$$

де m – маса атома, \mathbf{r} – радіус-вектор атома з координатами x і y .

Матрицю густини знаходимо з амплітуд імовірності c_1 , c_2 перебування атома в основному $|1\rangle$ та збудженому $|2\rangle$ станах:

$$\varrho_{12} = c_1 c_2^* e^{i\omega_0 t}, \quad \varrho_{21} = c_2 c_1^* e^{-i\omega_0 t}. \quad (26)$$

Вектор стану

$$|\psi\rangle = c_1 |1\rangle + c_2 e^{-i\omega_0 t} |2\rangle, \quad (27)$$

атома знаходимо з рівняння Шредінгера

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\psi\rangle = H |\psi\rangle \quad (28)$$

моделюванням вектора стану методом Монте-Карло [22], який враховує можливість спонтанного випромінювання світла атомом. На відміну від обчислень на основі матриці густини, такий метод розрахунку дозволяє моделювати траєкторію руху окремого атома.

4. Моделювання вектора стану атома методом Монте-Карло

Метод Монте-Карло для моделювання вектора стану [22] дає процедуру чисельного розв'язання рівняння Шредінгера (28) з врахуванням можливості спонтанного випромінювання світла атомом. За нього відповідає релаксаційний член

$$H_{\text{rel}} = -\frac{i\hbar}{2}\gamma|2\rangle\langle 2|, \quad (29)$$

де γ – швидкість переходу атома у стан $|1\rangle$, в гамільтоніані

$$H = H_0 + H_{\text{int}} + H_{\text{rel}}. \quad (30)$$

Тут

$$H_0 = \hbar\omega_0|2\rangle\langle 2| \quad (31)$$

описує атом за умови відсутності поля і релаксації, а доданок

$$H_{\text{int}} = -\mathbf{d}_{12}|1\rangle\langle 2|\mathbf{E}(t) - \mathbf{d}_{21}|2\rangle\langle 1|\mathbf{E}(t) \quad (32)$$

відповідає за взаємодію атома з полем.

Оскільки гамільтоніан (30) не ермітовий, у моделюванні вектора стану методом Монте-Карло [22] при інтегруванні рівняння Шредінгера (28) вектор стану (27) нормується після кожного невеликого кроку за часом. Величина відхилення норми вектора від одиниці використовується при цьому для моделювання процесу спонтанного випромінювання фотона; зі зростанням цього відхилення зростає й імовірність спонтанного випромінювання, яке призводить до квантового стрибка атома зі збудженого стану $|2\rangle$ в основний $|1\rangle$. Тут ми користуємося методом Монте-Карло першого порядку точності, описаного в [22]. Методи другого і четвертого порядку точності описані в [26].

Нехай атом в момент часу t описується вектором стану $|\psi(t)\rangle$. Вектор стану $|\psi(t+\Delta t)\rangle$ в момент часу $t + \Delta t$ знаходимо в два етапи.

1. Інтегруючи Шредінгера (28) бачимо, що після досить малого Δt вектор стану стає

$$|\psi^{(1)}(t + \Delta t)\rangle = \left(1 - \frac{i\Delta t}{\hbar}H\right) |\psi(t)\rangle. \quad (33)$$

Після цього кроку за часом норма вектора стану дорівнює

$$\langle \psi^{(1)}(t + \Delta t) | \psi^{(1)}(t + \Delta t) \rangle = 1 - \Delta P, \quad (34)$$

де

$$\Delta P = \frac{i\Delta t}{\hbar} \langle \psi(t) | H - H^\dagger | \psi(t) \rangle = \gamma |\Delta t| c_2|^2. \quad (35)$$

2. На другому етапі перевіряємо, чи був квантовий стрибок (що супроводжує спонтанне випромінювання) протягом часу інтегрування Δt . Для цього порівнюємо значення випадкової величини ϵ , що рівномірно розподілена між нулем і одиницею, з ΔP . Якщо $\epsilon < \Delta P$, то квантовий стрибок

відбувається, атом переходить у стан $|1\rangle$, тобто вектор стану стає

$$|\psi(t + \Delta t)\rangle = |1\rangle, \quad \epsilon < \Delta P. \quad (36)$$

Якщо ж $\epsilon > \Delta P$ (у більшості випадків, оскільки $\Delta P \ll 1$), стрибок не відбувається. У цьому випадку отриманий вектор стану (33) нормуємо:

$$|\psi(t + \Delta t)\rangle = \frac{|\psi^{(1)}(t + \Delta t)\rangle}{\sqrt{1 - \Delta P}}, \quad \Delta P < \epsilon. \quad (37)$$

Напрямок поширення фотона при спонтанному випромінюванні теж моделюватимемо методом Монте-Карло, вважаючи напрямки поширення в додатних і від'ємних значеннях осей Ox , Oy однаково ймовірними (деталі наведено у п'ятому розділі).

Хоча рівняння (33) дає формальний розв'язок рівняння Шредінгера, при обчисленні вектора стану зручніше користуватися рівняннями для амплітуд імовірності c_1 , c_2 заселення станів $|1\rangle$ і $|2\rangle$, і, знайшовши їх, отримати вектор стану (27). Рівняння для амплітуд впливають з рівняння Шредінгера (28) і еквівалентні йому. Отримаємо ці рівняння.

Підстановка (27), (30) в (28) дає

$$i\hbar \frac{d}{dt} c_1 = -\mathbf{d}_{12} \mathbf{E} c_2 e^{-i\omega_0 t}, \quad (38)$$

$$i\hbar \frac{d}{dt} c_2 = -\mathbf{d}_{21} \mathbf{E} c_1 e^{i\omega_0 t} - \frac{1}{2} \gamma c_2. \quad (39)$$

У наближенні обертової хвилі (нехтуємо швидкоосцилюючими доданками $\sim e^{\pm 2i\omega_0 t}$) [27] з рівнянь (38), (39) з урахуванням

$$\mathbf{E} = \sum_{n=1}^8 \mathbf{E}_n \quad (40)$$

отримуємо

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} c_1 = & -\frac{i}{2} \Omega_0 \sum_{n=1}^4 e^{(-1)^n i k_n x - i \delta_n t + i \varphi_n} c_2 - \\ & - \frac{i}{2} \Omega_0 \sum_{n=5}^8 e^{(-1)^n i k_n y - i \delta_n t + i \varphi_n} c_2, \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} c_2 = & -\frac{i}{2} \Omega_0^* \sum_{n=1}^4 e^{(-1)^{n+1} i k_n x + i \delta_n t - i \varphi_n} c_1 - \\ & - \frac{i}{2} \Omega_0^* \sum_{n=5}^8 e^{(-1)^{n+1} i k_n y + i \delta_n t - i \varphi_n} c_1 - \frac{1}{2} \gamma c_2, \end{aligned} \quad (42)$$

де введено частоту Рабі монохроматичних хвиль

$$\Omega_0 = -\mathbf{d}_{12} \mathbf{e} E_0 / \hbar, \quad (43)$$

яку без порушення загальності вважаємо дійсною величиною [27].

Знаючи амплітуди імовірності c_1 , c_2 , можна, користуючись (23), (24) і (26), обчислити силу світлового тиску на атом. Після усереднення виразів для сили (23), (24) за часом на інтервалі, що значно перевищує час швидких осциляцій з характерним часом $2\pi/\omega_0$ і в той самий час досить малому, щоб усереднена сила світлового тиску практично не залежала від часу усереднення, знаходимо

$$\begin{aligned} F_x = & \hbar \sum_{n=1}^4 (-1)^{n+1} k_n \operatorname{Im} [c_1 c_2^* \Omega_n^* e^{i\delta_n t - i\varphi_n} \times \\ & \times e^{i(-1)^{n+1} k_n x}] (|c_1|^2 + |c_2|^2)^{-1}. \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} F_y = & \hbar \sum_{n=5}^8 (-1)^{n+1} k_n \operatorname{Im} [c_1 c_2^* \Omega_n^* e^{i\delta_n t - i\varphi_n} \times \\ & \times e^{i(-1)^{n+1} k_n y}] (|c_1|^2 + |c_2|^2)^{-1}. \end{aligned} \quad (45)$$

Тепер ми можемо описати рух атома, інтегруючи одночасно рівняння (25), (41), (42) з врахуванням виразів (44), (45) для проєкцій F_x , F_y сили світлового тиску на осі абсцис і ординат.

Нормування в (44), (45) необхідне при комбінуваних інтегруванні рівняння Шредінгера і рівнянь руху методом четвертого порядку точності з методом Монте-Карло першого порядку для хвильової функції, оскільки в першому випадку використовуються проміжні точки за часом.

5. Процедура чисельного розрахунку

Для моделювання руху атома одночасно розв'язуємо рівняння Ньютона (25) з силою (44), (45) і рівняння (41), (42) для амплітуд імовірності станів атома. Крім того, моделюємо зміну моменту атома завдяки спонтанному випромінюванню світла атомом та флуктуаціям поглинання і вимушеного випромінювання, які також призводять до флуктуацій імпульсу атома. В наших обчисленнях для простоти вважаємо, що спонтанне випромінювання фотона атомом призводить до зміни імпульсу атома на $\hbar k$ з однаковою імовірністю в додатному та від'ємному напрямках осей Ox та Oy .

Стохастичний характер спонтанного випромінювання світла атомом призводить до дифузії атома у імпульсному просторі, так званої “імпульсної дифузії”. У полі лазерного випромінювання низької інтенсивності, коли населеність збудженого стану незначна, сила світлового тиску і коефіцієнт імпульсної дифузії дорівнюють сумам відповідних величин для кожної із зустрічних хвиль [28]. Це наближення застосовувалося нами раніше для моделювання флуктуаційної зміни імпульсу атомів у полі зустрічних світлових імпульсів малої інтенсивності [18], а також для оціночного моделювання флуктуаційної зміни імпульсу атомів у полі зустрічних біхроматичних [19], стохастичних [20, 29] і частотно-модульованих світлових хвиль [21]. Зміна імпульсу атома за рахунок ефекту віддачі при спонтанному випромінюванні фотона враховується моделюванням напрямку фотона, наприклад, розбиваючи інтервал від 0 до 1 на чотири однакові інтервали, кожен з яких відповідає випромінюванню фотона вздовж додатного чи від’ємного напрямку осей Ox , Oy . Визначення флуктуаційної зміни імпульсу завдяки флуктуації поглинання та вимушеного випромінювання потребує нашої додаткової уваги.

Розглянемо, як флукутує імпульс атома у полі біжучої монохроматичної хвилі. Нехай θ – кут між напрямком спонтанного випромінювання фотона і віссю Ox , вздовж якої поширюється світлова хвиля, $\langle N_s \rangle$ – середнє число спонтанно випромінених фотонів. Тоді, вважаючи розсіювання фотонів повністю випадковим процесом, маємо для середнього квадрата зміни імпульсу ансамбля атомів [25]:

$$\langle \Delta p_x^2 \rangle = \langle \Delta p_{0x}^2 \rangle + \hbar^2 k^2 \langle N_s \rangle + \hbar^2 k^2 \langle \cos^2 \theta \rangle \langle N_s \rangle. \quad (46)$$

Перший доданок у правій частині (46) зумовлений початковим розподілом атомів за імпульсами, другий – вимушеними процесами (поглинання і випромінювання), третій доданок зумовлений флуктуаціями імпульсу при спонтанному випромінюванні фотонів. Це рівняння є основою для комп’ютерного моделювання процесу імпульсної дифузії у полі однієї біжучої хвилі. Згідно з (46), на кожну випадкову зміну імпульсу атома за рахунок спонтанного випромінювання світла припадає одна зміна імпульсу атома на $\pm \hbar k$ за рахунок вимушених процесів. Цей алгоритм врахування імпульсної дифузії атомів справедливий для слабкого поля $\Omega_0 \lesssim \gamma$. Якщо ж інтенсивність зустрічних хвиль велика,

ми будемо враховувати імпульсну дифузію у вимушених процесах таким самим чином, усвідомлюючи, що отримані нами результати матимуть оціночний характер. Оскільки ми розглядатимемо рух атомів для однакової інтенсивності перехресних хвиль, слід чекати, що усереднена за кілька періодів модуляції флуктуаційна зміна квадрата x та y -компонент імпульсу атомів за рахунок вимушених процесів однакова.

Після кожного кроку Δt інтегрування рівнянь (25), (41) і (42) перевіряємо, чи відбувся протягом нього квантовий стрибок і нормуємо вектор стану. Якщо квантовий стрибок був, швидкість атома вздовж осі Ox змінюється на

$$\Delta v_x = \hbar k \operatorname{sgn}(\epsilon_1 - 0,5) \frac{1 + \operatorname{sgn}(\epsilon_2 - 0,5)}{2m} + \hbar k \operatorname{sgn}(\epsilon_3 - 0,5) \frac{1 + \operatorname{sgn}(\epsilon_4 - 0,5)}{2m}, \quad (47)$$

а вздовж осі Oy на

$$\Delta v_y = \hbar k \operatorname{sgn}(\epsilon_1 - 0,5) \frac{1 - \operatorname{sgn}(\epsilon_2 - 0,5)}{2m} + \hbar k \operatorname{sgn}(\epsilon_3 - 0,5) \frac{1 - \operatorname{sgn}(\epsilon_4 - 0,5)}{2m}, \quad (48)$$

де $\epsilon_{1,2,3,4}$ – випадкові числа, однорідно розподілені на інтервалі $[0,1]$.

Один з доданків в (47), (48) моделює флуктуацію імпульсу при спонтанному випромінюванні фотона вздовж додатного і від’ємного напрямку кожної з осей, інший – флуктуацію імпульсу в цих же напрямках за рахунок флуктуації вимушених процесів поглинання і випромінювання.

6. Результати чисельного моделювання

Часова еволюція атомного ансамблю в біхроматичному полі визначається параметрами взаємодії атомів з полем та початковими умовами. Щоб не ускладнювати аналіз врахування впливу функції розподілу атомів за координатами і компонентами швидкості, будемо вважати, що атоми починають рух з однієї точки – початку координат ($x_0 = 0$, $y_0 = 0$), маючи однакову швидкість. Розрахунки зроблені для атома ^{23}Na , у якому можна створити циклічну взаємодію з полем [1]. Довжина хвилі для переходу $3^2S_{1/2} - 3^2P_{3/2}$ становить $\lambda = 589,16$ нм, швидкість спонтанного випромінювання $\gamma = 2\pi \cdot 10$ МГц, доплерівська межа охолодження атомів натрію становить $T_D = 240$ мкК

[1]. Подібні дослідження для випадку однієї стоячої біхроматичної хвилі були зроблені раніше [19]. Рух атомів у випадку перехресних біхроматичних хвиль ми розглянемо для параметрів, аналогічним використанням при чисельному моделюванні в роботі [19], зосередившись на тих, які відповідають формуванню пастки для атомів та формуванню періодичних структур. У нашому випадку, очевидно, слід очікувати формування двовимірної пастки та двовимірних просторових структур.

Для оцінки можливості формування двовимірної пастки полем перехресних біхроматичних хвиль було обчислено часові залежності центра мас (середніх значень абсцис і ординат, x_{av} і y_{av}) ансамблю атомів та середньоквадратичного відхилення від середніх значень Δx , Δy . Приклад цих залежностей показано на рис. 2. Часові залежності ординат ми тут не наводимо; їхній вигляд близький до відповідних залежностей x_{av} , Δx . Як бачимо, у випадку початкової швидкості атомів $v_{0x} = v_{0y} = 5$ м/с при русі від початку координат на них діє сила у напрямку точки $x = 0$, $y = 0$. Згодом значення x_{av} флюктує поблизу $x = 0$ (те саме стосується і y_{av}), а Δx (і Δy) – поблизу $\Delta x \approx 66$ мкм. Для більшої впевненості в тому, що при цьому досягається приблизно стаціонарне значення, ми провели аналогічні розрахунки для нульової початкової швидкості. Результат виявився таким же (див. пунктир на рис. 2). Це трохи більше, ніж аналогічний результат для одновимірної пастки $\Delta x \approx 50$ мкм (рис. 8 у роботі [19]). Зазначимо, що для того, щоб виникла залежна від координат сила світлового тиску, спрямована до початку координат, інтенсивність світлових хвиль має бути досить велика [19].

Тепер розглянемо формування просторових структур атомів полем перехресних стоячих біхроматичних хвиль. Нагадаємо, що поле стоячої біхроматичної хвилі може формувати одновимірну структуру атомів з їх групуванням у площинах на відстанях $\frac{1}{4}\lambda + \frac{1}{2}n\lambda$ від початку координат, де n – довільне ціле число [19]. На рис. 3 зображено фрагмент просторового розподілу атомів ^{23}Na після 100 мкс взаємодії з перехресними стоячими біхроматичними хвилями. Протягом цього часу установлюється стаціонарне значення компонент середньоквадратичних відхилень швидкості атомів від середнього значення $\Delta v_x = \Delta v_y = 0,248$ м/с. Для $t = 100$ мкс середньоквадратичне відхилення ко-

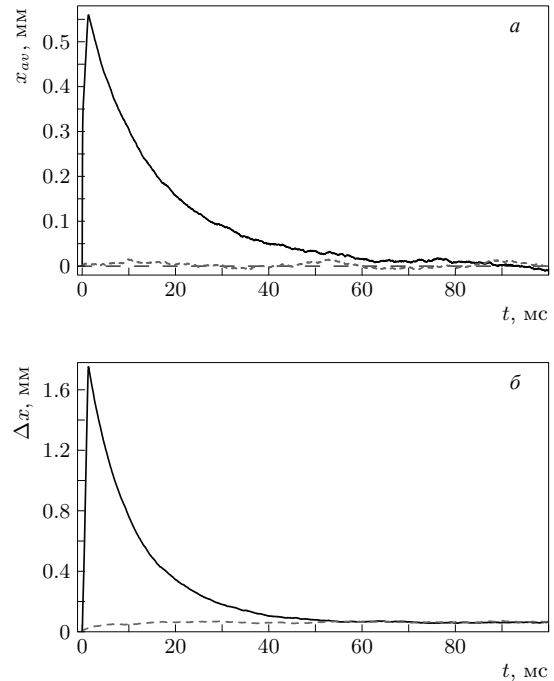


Рис. 2. Залежність середньої координати x_{av} (а) та середньоквадратичного відхилення Δx (б) абсцис 100 атомів ^{23}Na від часу при їхній взаємодії з перехресними стоячими біхроматичними хвилями. Складові початкової швидкості атомів: $v_{0x} = v_{0y} = 5$ м/с (суцільна крива), $v_{0x} = v_{0y} = 0$ (пунктир), $\Omega = 2\pi \cdot 200$ МГц, $\delta = 2\pi \cdot 20$ МГц ($\delta_1 = \delta_2 = \delta_5 = \delta_6 = 2\pi \cdot 110$ МГц, $\delta_3 = \delta_4 = \delta_7 = \delta_8 = -2\pi \cdot 90$ МГц), частоти Рабі хвиль однакові і дорівнюють $\Omega_0 = 2\pi \cdot 100$ МГц, початкові фази хвиль дорівнюють нулю. Атоми перед початком взаємодії з полем перебувають в основному стані

ординат атомів від середнього значення становить $\Delta x \approx \Delta y \approx 4,5$ мкм і далі продовжує зростати.

Показаний на рис. 3 просторовий розподіл атомів пов'язаний з просторовим розподілом усередненої за часом густини енергії електричного поля, який у цьому разі описується виразом

$$w = 8\varepsilon_0 E_0^2 [\sin^2(\pi x/\lambda) + \sin^2(\pi y/\lambda) - 1]^2. \quad (49)$$

Тут ми врахували, що для відстаней від початку координат, які ми розглядаємо, $x\Delta k \ll 1$, $y\Delta k \ll 1$. З виразу (49) нескладно побачити, що густина енергії дорівнює нулю вздовж сімейств прямих ліній, що описуються рівняннями

$$y = x + \frac{\lambda}{2} + n_1\lambda, \quad (50)$$

$$y = -x + \frac{\lambda}{2} + n_2\lambda, \quad (51)$$

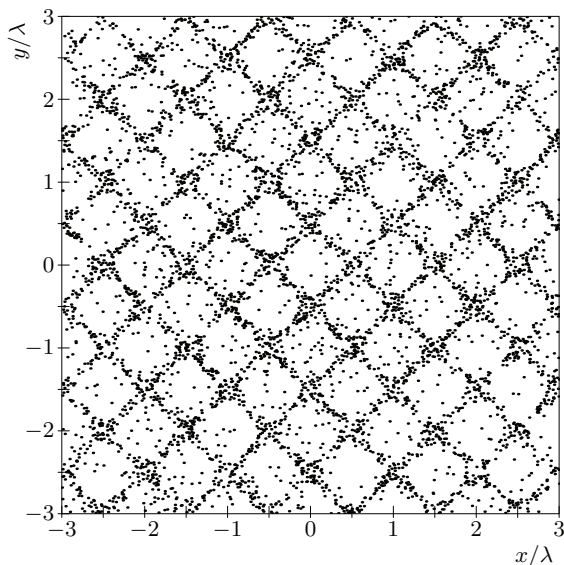


Рис. 3. Фрагмент просторового розподілу 50000 атомів ^{23}Na після 100 мкс взаємодії з перехресними стоячими біхроматичними хвилями. Початкова швидкість атомів дорівнює нулю, $\Omega = 2\pi \cdot 40$ МГц, $\delta = 2\pi \cdot 20$ МГц ($\delta_1 = \delta_2 = \delta_5 = \delta_6 = 2\pi \cdot 120$ МГц, $\delta_3 = \delta_4 = \delta_7 = \delta_8 = -2\pi \cdot 80$ МГц), частоти Рабі хвиль однакові і дорівнюють $\Omega_0 = 2\pi \cdot 100$ МГц, початкові фази всіх хвиль дорівнюють нулю

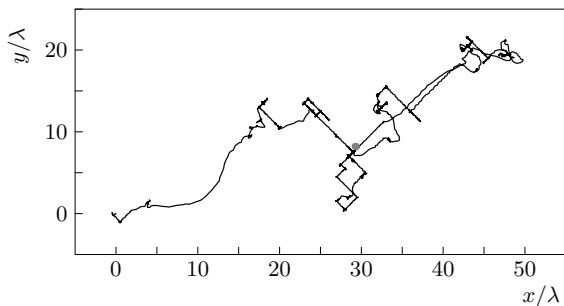


Рис. 4. Траєкторія руху одного з атомів для параметрів, що відповідають рис. 3. Час руху – 500 мкс. Кружальцем показано точку, що відповідає часу 500 мкс

де n_1, n_2 – цілі числа. Як видно з рис. 3, більша частина атомів перебуває поблизу прямих, що описуються рівняннями (50), (51), тобто на ділянках з низькою густиною енергії електричного поля. Пояснення такого явища просте. Якщо атом, перебуваючи в області слабого поля, рухається майже вздовж прямих (50), (51), напрямком швидкості його руху або змінюється з дуже малою імовірністю, або змінюється вже після досягнення області силь-

ного поля. Якщо ж атоми проходять область сильного поля, імовірність зміни напрямку швидкості у них значно вища. Таким чином, у розподілі атомів за швидкостями маємо максимум поблизу напрямків, що відповідають руху атомів вздовж прямих (50), (51), що і пояснює формування зображеної на рис. 3 просторової ґратки. На рис. 4 показано траєкторію одного з атомів. Добре видно, що значна частина траєкторії складається з відрізків, спрямованих під кутом $\pm \frac{1}{4}\pi$ до осей абсцис і ординат у відповідності з рівняннями (50), (51). Отже, двовимірна ґратка з атомів на рис. 3 має динамічний характер – атоми більшу частину часу рухаються близько до прямих (50) і (51), час від часу переходячи від однієї прямої до іншої.

На рис. 5 проілюстровано розподіл густини енергії електричного поля для випадків $\varphi = 0$ (а) і $\varphi = \pi$ (б). Видно, що енергія в основному зосереджена поблизу точок $x = n_x\lambda, y = n_y\lambda$ (а), де n_x, n_y – довільні цілі, і поблизу точок $x = n_x\lambda + \frac{1}{2}\lambda, y = n_y\lambda + \frac{1}{2}\lambda$ (б). Структура, утворена атомами при $\varphi = 0$ (рис. 3), відповідає ділянкам слабого поля на рис. 5, а. При $\varphi = \pi$ ділянки сильного поля зсуваються на $\lambda/2$ вздовж осей абсцис і ординат; ми знову бачимо, що більшість атомів перебуває в області слабого поля (див. рис. 6). На відміну від рис. 3, на рис. 6 помітна різниця густини атомів у центрі рисунка і на його периферії. Це пов'язано з повільнішим розширенням хмарки атомів, оскільки поблизу початкових координат ($x_0 = 0, y_0 = 0$) при $\varphi = \pi$ поле дуже мале. У результаті маємо менший характерний розмір атомної хмаринки ($\Delta x = \Delta y = 2,5$ мкм порівняно з $\Delta x = \Delta y = 4,5$ мкм для $\varphi = 0$).

Зазначимо, що у загальному випадку довільних значень зсуву фаз φ між перехресними хвилями, взагалі кажучи, немає таких ліній у просторі, вздовж яких усереднена за часом густина енергії електричного поля

$$w = 4\epsilon_0 E_0^2 [2(\sin^2(\pi x/\lambda) + \sin^2(\pi y/\lambda))^2 + 4(\cos \varphi - 1) \sin^2(\pi x/\lambda) \sin^2(\pi y/\lambda) + (1 - 2 \sin^2(\pi x/\lambda) - 2 \sin^2(\pi y/\lambda))(1 + \cos \varphi)]. \quad (52)$$

дорівнювала б нулю. Наприклад, для $\varphi = \pi/2$ з рівняння (52) маємо вираз

$$w = 4\epsilon_0 E_0^2 [\sin^2(\pi x/\lambda) + \sin^2(\pi y/\lambda) - 1]^2 + \sin^4(\pi x/\lambda) + \sin^4(\pi y/\lambda), \quad (53)$$

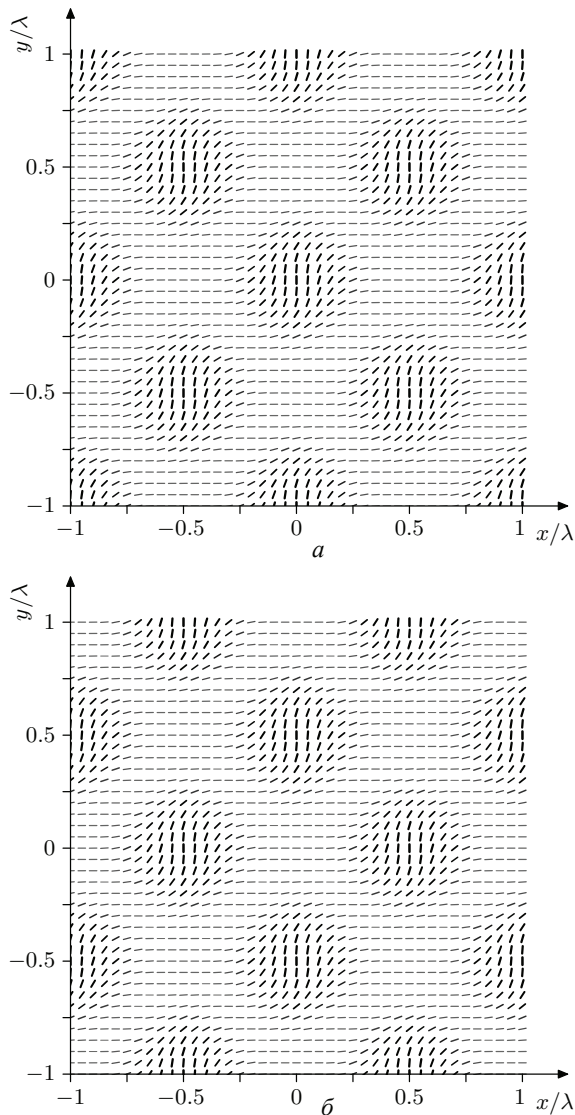


Рис. 5. Розподіл густини енергії електричного поля перехресних стоячих біхроматичних хвиль для випадків $\varphi = 0$ (а), коли фази всіх хвиль однакові, і $\varphi = \pi$ (б), коли фази хвиль, що поширюються вздовж осі ординат, відрізняються на $\varphi = \pi$ від фаз хвиль, що поширюються вздовж осі абсцис. Кут нахилу штрихів до осі абсцис пропорційний густині енергії поля

який в жодній точці не дорівнює нулю. В той самий час можуть бути прямолінійні ділянки з досить низькою густиною енергії, що робить можливим формування просторових ґраток. Зокрема, близькі до зображених на рис. 3 і 6 результати спостерігаються при невеликих змінах зсуву фази між

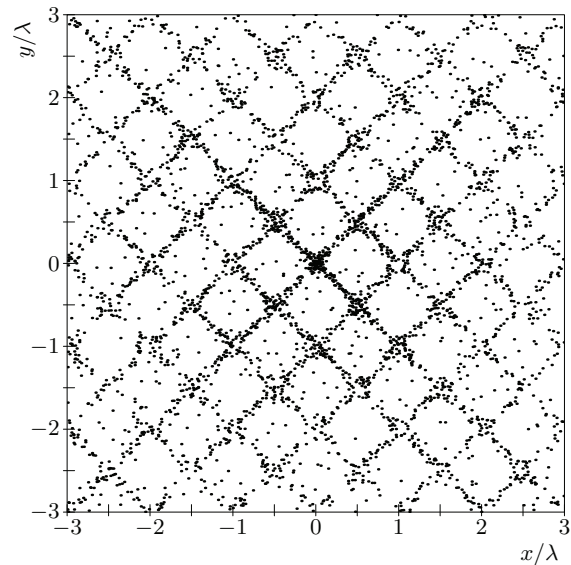


Рис. 6. Фрагмент просторового розподілу 50000 атомів ^{23}Na після 100 мкс взаємодії з перехресними стоячими біхроматичними хвилями. Початкова швидкість атомів дорівнює нулю, $\Omega = 2\pi \cdot 40$ МГц, $\delta = 2\pi \cdot 20$ МГц ($\delta_1 = \delta_2 = \delta_5 = \delta_6 = 2\pi \cdot 120$ МГц, $\delta_3 = \delta_4 = \delta_7 = \delta_8 = -2\pi \cdot 80$ МГц), частоти Рабі хвиль однакові і дорівнюють $\Omega_0 = 2\pi \cdot 100$ МГц, $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi_4 = 0$, $\varphi_5 = \varphi_6 = \varphi_7 = \varphi_8 = \pi$

перехресними хвилями, відповідно при $\varphi = 0,05\pi$ і $\varphi = 0,95\pi$.

Просторові структури хмаринки атомів у полях перехресних стоячих біхроматичних хвиль виникають завдяки спільній дії хвиль на атом і не можуть бути інтерпретовані узагальненням результатів дослідження просторових структур у полі стоячої біхроматичної хвилі [19] на двовимірний випадок. Дійсно, у одній стоячій біхроматичній хвилі атоми групуються в площинах при $x = \frac{1}{4}\lambda + \frac{1}{2}n\lambda$ (n – ціле число) для хвиль, що поширюються вздовж осі абсцис, і $y = \frac{1}{4}\lambda + \frac{1}{2}n\lambda$ для хвиль, що поширюються вздовж осі ординат. Екстраполюючи ці результати на двовимірний випадок, слід було б очікувати групування атомів поблизу точок з координатами $x = \frac{1}{4}\lambda + \frac{1}{2}n_x\lambda$, $y = \frac{1}{4}\lambda + \frac{1}{2}n_y\lambda$, що не відповідає отриманим нами результатам – просторовій ґратці з періодом $\frac{\sqrt{2}}{2}\lambda$, орієнтовану під кутом $\pi/4$ до осей абсцис і ординат.

7. Висновки

Ми дослідили просторовий розподіл атомів у полі перехресних біхроматичних стоячих хвиль. Як

виявилося, на основі раніше зробленого дослідження просторового розподілу атомів у полі стоячої біхроматичної хвилі [19] лише частково можна оцінити параметри і характер розподілу атомів у полі перехресних стоячих біхроматичних хвиль. Так, параметри розподілу атомів у світловій пастці, створеній такими полями, добре узгоджуються з очікуваними на основі дослідження [19]. В той самий час вигляд просторової структури не може бути навіть приблизно спрогнозований на основі екстраполяції результатів роботи [19] для одновимірного випадку на двовимірний: замість очікуваного групування атомів поблизу точок $x = \frac{1}{4}\lambda + \frac{1}{2}n_x\lambda$, $y = \frac{1}{4}\lambda + \frac{1}{2}n_y\lambda$, де n_x, n_y — довільні цілі числа, маємо їх скупчення в околі прямих, які відповідають мінімуму енергії. Наприклад, для однакової початкової фази перехресних хвиль прямі описуються рівняннями $y = x + \frac{\lambda}{2} + n_1\lambda$, $y = -x + \frac{\lambda}{2} + n_2\lambda$ де n_1, n_2 — довільні цілі числа. У результаті скупчення атомів утворюють ґратку зі стороною $\frac{\sqrt{2}}{2}\lambda$. Ця ґратка носить динамічний характер — атоми входять в неї, проводять там деякий, відносно нетривалий, час, рухаючись вздовж її сторін, потім виходять і через деякий час входять в іншому місці.

Публікація містить результати досліджень, проведених при грантовій підтримці цільової комплексної програми фундаментальних досліджень НАН України "Фундаментальні проблеми створення нових наноматеріалів і нанотехнологій, договір № 3/18-Н.

1. H.J. Metcalf, P. van der Stratten. *Laser Cooling and Trapping* (Springer, 1999).
2. А.М. Негрійко, В.І. Романенко, Л.П. Яценко. *Динаміка атомів і молекул в когерентних лазерних полях* (Наукова думка, 2008).
3. H. Metcalf. Strong optical forces on atoms in multi-frequency light. *Rev. Mod. Phys.* **89**, 041001 (2017).
4. В.С. Войцехович, М.В. Данилейко, А.М. Негрійко, В.І. Романенко, Л.П. Яценко. Давление света на атомы во встречных амплитудно-модулированных волнах. *ЖТФ* **58**, 1174 (1988).
5. А.Р. Kazantsev, I.V. Krasnov. Rectification effect of a radiation force. *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2140 (1989).
6. В.С. Войцехович, М.В. Данилейко, А.М. Негрійко, В.І. Романенко, Л.П. Яценко. Наблюдение стимулированного светового давления амплитудно-модулированного излучения на атомы. *Письма в ЖЭТФ* **49**, 138 (1989).

7. R. Grimm, Y.B. Ovchinnikov, A.I. Sidorov, V.S. Letokhov. Observation of a strong rectified dipole force in a bichromatic standing light wave. *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1415 (1990).
8. Y.B. Ovchinnikov, R. Grimm, A.I. Sidorov, V.S. Letokhov. Rectified dipole force in a bichromatic standing light wave. *Opt. Commun.* **102**, 155 (1993).
9. J. Söding, R. Grimm, Y. Ovchinnikov, P. Bouyer, C. Salomon. Short-distance atomic beam deceleration with a stimulated light force. *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1420 (1997).
10. M.R. Williams, F. Chi, M.T. Cashen, H. Metcalf. Bichromatic force measurements using atomic beam deflections. *Phys. Rev. A* **61**, 023408 (2000).
11. M.T. Cashen, H. Metcalf. Bichromatic force on helium. *Phys. Rev. A* **63**, 025406 (2001).
12. C. Corder, B. Arnold, H. Metcalf. Laser Cooling without Spontaneous Emission. *Phys. Rev. Lett.* **114**, 043002 (2015).
13. C. Corder, B. Arnold, X. Hua, H. Metcalf. Laser cooling without spontaneous emission using the bichromatic force. *J. Opt. Soc. Am. B* **32**, B75 (2015).
14. H. Metcalf. Entropy exchange in laser cooling. *Phys. Rev. A* **77**, 061401 (2008).
15. T.G.M. Freegarde, J. Waltz, W. Hänsch. Confinement and manipulation of atoms using short laser pulses. *Opt. Commun.* **117**, 262 (1995).
16. A. Goepfert, I. Bloch, H. Haubrich, F. Lison, R. Schütze, R. Wynands, D. Meschede. Stimulated focusing and deflection of an atomic beam using picosecond laser pulses. *Phys. Rev. A* **56**, R3354 (1997).
17. V.I. Romanenko, L.P. Yatsenko. Theory of one-dimensional trapping of atoms by counterpropagating short pulse trains. *J. Phys. B* **44**, 115305 (2011).
18. V.I. Romanenko, Ye.G. Udovitskaya, A.V. Romanenko, L.P. Yatsenko. Cooling and trapping of atoms and molecules by counterpropagating pulse trains. *Phys. Rev. A* **90**, 053421 (2014).
19. В.І. Романенко, О.В. Романенко, Л.П. Яценко. Оптична пастка для атомів на основі зустрічних біхроматичних світлових хвиль. *УФЖ* **61**, 319 (2016).
20. V.I. Romanenko, L.P. Yatsenko. Trapping of atoms by the counter-propagating stochastic light waves. *Opt. Commun.* **392**, 239 (2017).
21. V.I. Romanenko, N.V. Kornilovska. Atoms in the counter-propagating frequency-modulated waves: Splitting, cooling, confinement. *Europ. Phys. J. D* **71**, 229 (2017).
22. C. Mølmer, Y. Castin, J. Dalibard. Monte Carlo wavefunction method in quantum optics. *J. Opt. Soc. Am. B* **10**, 524 (1993).
23. L. Yatsenko, H. Metcalf. Dressed-atom description of the bichromatic force. *Phys. Rev. A* **70**, 063402 (2004).
24. A.P. Kazantsev. Acceleration of atoms by light. *Zh. Ёксп. Теор. Фіз.* **66**, 1599 (1974).

25. V.G. Minogin, V.S. Letokhov. *Laser Light Pressure on Atoms* (Gordon and Breach, 1987).
26. J. Steinbach, B.M. Garraway, P.L. Knight. High-order unraveling of master equations for dissipative evolution. *Phys. Rev. A* **51**, 3302 (1995).
27. B.W. Shore. *The Theory of Coherent Atomic Excitation, Vol. 1* (Wiley, 1990).
28. K. Mølmer. Limits of Doppler cooling in pulsed laser fields. *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2301 (1991).
29. В.І. Романенко, О.Г. Удовицька, В.М. Ходаковський, Л.П. Яценко. Імпульсна дифузія атомів у полі зустрічних стохастичних світлових хвиль. *УФЖ* **63**, 614 (2018).

Одержано 19.11.18

*V.I. Romanenko, N.V. Kornilovska,
O.G. Udovytzka, L.P. Yatsenko*

SPATIAL DISTRIBUTION OF ATOMS
IN THE FIELD OF INTERSECTING STANDING
BICHROMATIC LIGHT WAVES

S u m m a r y

We have shown that, by properly detuning the carrier frequencies in each of two perpendicularly intersecting bichromatic waves from the atomic transition frequency, it is possible to create a two-dimensional trap for atoms, if the wave intensities are sufficiently high. At the zero and near-zero values of the initial wave phases, as well as at the phase shift between the intersecting waves equal to π or close to π values, the dynamic spatial patterns of atoms consisting of square cells with the side length equal to $\lambda/\sqrt{2}$ are formed. Numerical simulations were carried out for sodium atoms.