

А. ПАСІЧНИЙ,<sup>1</sup> О. ПРИГОДЮК<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Інститут ядерних досліджень НАН України  
(Просп. Науки, 47, Київ 03680; e-mail: apasichny@kinr.kiev.ua)

<sup>2</sup> Київський національний університет ім. Тараса Шевченка  
(Просп. Академіка Глушкова, 2, Київ 03022)

## КУЛОНІВСЬКІ РЕЗОНАНСИ, КВАЗІРЕАЛЬНІ ФОТОНИ І ФЕНОМЕН ДИПОЛЬНОГО ГІГАНТСЬКОГО РЕЗОНАНСУ

УДК 539

*В рамках оболонкової моделі ядер вивчені різноманітні аспекти впливу квазіреальних фотонів та кулонівських резонансів на динаміку електродезінтеграції ядер при непружному розсіянні електронів високих енергій. Деякі особливості чисельних методів, що використовуються для вивчення перерізів електророзщеплення атомних ядер електронами високих енергій, також представлені в даній роботі.*

*Ключові слова:* кулонівський резонанс, квазіреальні фотони, феномен дипольного гігантського резонансу.

### 1. Вступ: непружне розсіяння електронів високих енергій на атомних ядрах

Як відомо [1–31], вивчення процесів пружного та непружного розсіяння електронів високих енергій на ядрах являється на сучасному етапі джерелом найбільш достовірної інформації про структуру атомних ядер.

Зазначеному вище твердженню сприяють різнобічні теоретичні і експериментальні фактори. В теоретичному плані слабкість електромагнітної взаємодії електронів високих енергій з нуклонами атомного ядра дозволяє суттєво підвищити достовірність формул теорії розсіяння, отриманих, як відомо, з застосуванням теорії збурень. В експериментальному ж плані фізики мають в своєму розпорядженні такі експериментальні установки, як високоефективні прискорювачі моноенергетичних пучків електронів високих енергій, а також вдосконалені останнім часом ефективні методи реєстрації заряджених частинок в експериментах по вивченню непружного розсіяння е-

ктронів на атомних ядрах, що супроводжується, наприклад, вибиванням нуклонів із ядер (реакції  $[A(e, e'p)A - 1]$  і  $[A(e, e'n)A - 1]$ ). Досягнута на сьогодні досконалість техніки формування моноенергетичних пучків електронів високої інтенсивності в широкому діапазоні енергій, а також реєстрації цих частинок в ядерному експерименті відіграють вирішальну роль при виборі частинок-снарядів для зовнішнього впливу на атомне ядро при вивченні структури та властивостей ядер: це, безумовно ж, пучки електронів високих енергій.

Отже, використання явища непружного розсіяння електронів високих енергій на ядрах з метою вивчення структури атомних ядер на даному етапі є чи не найбільш ефективним методом отримання всебічної інформації про структуру атомного ядра<sup>1</sup>.

Одним із напрямків досліджень, представлених у даній роботі, є з'ясування основ раніше багаторазово [9, 18, 19, 23, 29–31] заявленої інтерпретації

---

<sup>1</sup> Зауважимо, що на даний момент високоінтенсивні джерела моноенергетичних пучків інших слабо взаємодіючих з нуклонами атомних ядер частинок (нейтрино, фотони, позитрони) ще не створені.

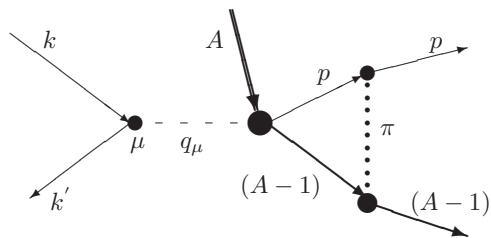


Рис. 1

явища гігантського дипольного резонансу в рамках оболонкової моделі атомного ядра. Ми також спробуємо переконатись в тому, що для вивчення названого вище електроядерного феномену можна ефективно скористатись явищем непружного розсіяння електронів високих енергій на атомних ядрах за умови розширення експериментальної бази вивчення непружного розсіяння електронів з масою  $m$ , початковою та кінцевою енергіями  $\varepsilon$  та  $\varepsilon'$  на малі кути  $\theta'$  ( $\theta' - \theta'$ -розсіяння [29, 31]):

$$\theta' \lll \frac{m(\varepsilon - \varepsilon')}{\varepsilon\varepsilon'} \lll 1. \quad (1)$$

Як добре відомо, феномен дипольного гігантського резонансу полягає [32] у інтенсивному поглинанні фотонів з певною енергією  $E_{\text{dgr}} (\sim 7 \text{ MeV} \lesssim E_{\text{dgr}} \lesssim 23 \text{ MeV})$  ядрами *практично всіх* хімічних елементів. Таке поглинання надійно фіксується в експерименті в досить таки широкому ( $\sim 3\text{--}5 \text{ MeV}$ ) інтервалі енергій (гігантський резонанс). Зазначимо, що найбільш вражаючою властивістю дипольного гігантського резонансу є зазначена щойно універсальність цього електроядерного феномену, а саме, поглинання фотонів практично всіма ( $A > 8$ ) атомними ядрами. Варто також зауважити, що максимальна енергія поглинання фотонів ( $E_{\text{dgr}}$ ) у випадку легких атомних ядер дещо перевищує величину  $\sim 20 \text{ MeV}$  ( $E_{\text{dgr}} \lesssim 23 \text{ MeV}$ ), а при переході до більш важких атомних ядер така енергія  $E_{\text{dgr}}$  поступово зменшується до  $\sim 7 \text{ MeV}$  ( $E_{\text{dgr}} \gtrsim 7 \text{ MeV}$ ).

Необхідно зазначити, що загальноновизнана на даний момент інтерпретація феномену гігантського резонансу здійснюється в рамках моделі Мігдала–Гольдгабера–Теллера [32]. Згідно з гіпотезою названих вище фізиків явище поглинання фотонів атомними ядрами супроводжується збудженням колективних рухів в атомних ядрах, коли центр мас всіх протонів атомного ядра зміщується по відношенню до центра мас всіх нейтронів цього

ядра. Можемо стверджувати, що модель Мігдала–Гольдгабера–Теллера [32] попри свою екзотичну природу досягла відчутних успіхів при інтерпретації феномену дипольного гігантського резонансу<sup>2</sup>.

Отже, в даній роботі, скориставшись поняттями кулонівських резонансів та квазіреальних фотонів, ми спробуємо проінтерпретувати деякі особливості явища гігантського дипольного резонансу в рамках саме оболонкової моделі атомних ядер, а також запропонувати новий метод вивчення цього явища при дослідженні непружного розсіяння електронів високих енергій на ядрах. З цією метою ми нагадаємо нижче деякі властивості донедавна таких рідковживаних понять, як *кулонівські резонанси* та *квазіреальні фотони* ([9, 18, 19, 23, 29–31]).

Перш за все зауважимо, що процеси електродезінтеграції атомних ядер (наприклад, реакції  $[A(e, e'p)A-1]$ ) при непружному розсіянні електронів високих енергій в першому наближенні описуються квантово-електродинамічною діаграмою Фейнмана (див. рис. 1).

Надалі вважаємо, що процес непружного розсіяння високоенергетичного електрона на атомному ядрі супроводжується передачею ядру-мішені:

- енергії  $\omega$ ;  $\omega = \varepsilon - \varepsilon'$  ( $\omega > 0$ ,  $\varepsilon, \varepsilon'$  – енергії електрона до та після акту непружного розсіяння);
- імпульсу  $\mathbf{q}$ ;  $\mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$ : ( $\mathbf{k}, \mathbf{k}'$  – імпульси розсіяного електрона до та після акту зіткнення електрона з ядром).

Вважаємо також, що величини переданих енергії  $\omega$  та імпульсу  $|\mathbf{q}|$ , а також величина імпульсу вибитого нуклона  $|\mathbf{K}|$  задовольняють такі умови:  $\frac{\omega}{M} \ll 1$ ;  $\frac{q}{M} \ll 1$ ;  $\frac{K}{M} \ll 1$ .

Згідно з наведеною вище діаграмою за вказаних припущень процес непружного розсіяння електрона на атомному ядрі  $A$  можна інтерпретувати, наприклад, так. Електрон з чотириімпульсом  $k \equiv k_\mu = (\mathbf{k}, i\varepsilon)$ , зближуючись з атомним ядром  $A$ , випромінює віртуальний фотон з чотириімпульсом  $q \equiv q_\mu = (\mathbf{q}, i\omega)$ , набуваючи при цьому статусу розсіяного електрона з чотириімпульсом

<sup>2</sup> Зауважимо також, що в рамках оболонкової моделі атомних ядер досі не вдавалось проінтерпретувати хоча б основні особливості явища гігантського резонансу. Важко заперечити той факт, що “торжество” моделі Мігдала–Гольдгабера–Теллера [32] при інтерпретації феномену гігантського дипольного резонансу пов’язане з її до даного моменту непохитним монопольним становищем у вказаній області теоретичної ядерної фізики.

$k' \equiv k'_\mu = (\mathbf{k}', i\varepsilon') \equiv ((\mathbf{k} - \mathbf{q}), i(\varepsilon - \omega))$  [30, 31]. Зауважимо, що якщо застосувати стандартне визначення маси релятивістського віртуального фотона:  $\omega^2 = \mathbf{q}^2 + m_f^2$ , то можна стверджувати, що маса  $m_f$  віртуального фотона завжди визначається уявним числом, оскільки для довільного кута розсіяння справедлива нерівність:  $\omega^2 < \mathbf{q}^2$  [29]. Зауважимо, що маса  $m_f$  при незмінних  $\varepsilon$  та  $\varepsilon'$  зростає (за абсолютною величиною) при збільшенні кута  $\theta'$  непружного розсіяння електрона. Іншими словами, мінімальною є маса віртуального фотона, спрямованого вздовж напрямку руху непружно розсіяного електрона.

Згаданий вище віртуальний фотон ( $q \equiv q_\mu \equiv (\mathbf{q}, i\omega)$ ) захоплюється одним з протонів атомного ядра. Такий протон в окремих випадках може отримати достатню енергію, щоб, здолавши ядерні сили притягання, відірватись від залишкового атомного ядра ( $A - 1$ ). Вибитий протон рухається в полі сил атомного ядра ( $A - 1$ ), тобто, розсіюється на цьому ядрі шляхом обміну гіпотетичним  $\pi$ -мезоном, як це символічно показано на діаграмі Фейнмана, див. рис. 1.

За згаданих вище умов у рамках оболонкової моделі ядра (LS-зв'язок), скориставшись гамільтоніаном взаємодії Мак Воя–Ван Хова [1, 2], можна отримати таку формулу для перерізу розсіяння електронів високих енергій на ядрах [6, 18, 29–31]:

$$\begin{aligned} \sigma_{xnl}(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{K}) &\equiv \frac{d^5 \sigma_{xnl}}{d\varepsilon' d\Omega' d\Omega} = \\ &= e^4 N_{xnl} F_x^2(q_\mu^2) \frac{4MK}{\mathbf{k}^2} \left[ S_x(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{K}) \times \right. \\ &\left. \times P(\mathbf{k}, \mathbf{k}') G_{xnl}(\mathbf{q}, \mathbf{K}) \right], \end{aligned} \quad (2)$$

де  $e$  – заряд електрона,  $N_{xnl}$  – число  $x$ -нуклонів в ядерній  $xnl$ -оболонці,  $d\Omega' \equiv d\Omega_{\mathbf{k}'}$ ,  $d\Omega \equiv d\Omega_{\mathbf{K}}$ ,

$$\theta' \equiv \theta_{\mathbf{k}'}, \theta \equiv \theta_{\mathbf{K}}, \theta_{\mathbf{k}} = 0, \quad (3)$$

$$\varphi' \equiv \varphi_{\mathbf{k}'} = 0, \varphi_{\mathbf{q}} = \pi, \quad (4)$$

$$\gamma_x = 1,79\delta_{xp} - 1,91\delta_{xn}, \quad (4)$$

$$F_x(q_\mu^2) \equiv F(q_\mu^2) = (1 + 0,055(Fm)^2 q_\mu^2)^{-2}; \quad (5)$$

$$\begin{aligned} S_x(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{K}) &= \frac{1}{2kk'} \left\{ \delta_{xp} \left[ \left( 1 + \frac{\omega}{M} + \frac{\mathbf{q}^2(1 - 2\gamma_x)}{4M^2} \right) \times \right. \right. \\ &\left. \left. \times (\varepsilon\varepsilon' + \mathbf{k}\mathbf{k}') - \frac{2}{M} \mathbf{K}(\varepsilon\mathbf{k}' + \varepsilon'\mathbf{k}) + \right. \right. \end{aligned}$$

$$\left. \left. + \frac{q_\mu^2 \mathbf{K}^2 + 4(\mathbf{k}\mathbf{K})(\mathbf{k}'\mathbf{K})}{2M^2} \right] + \gamma_x^2 \frac{4[\mathbf{k}\mathbf{k}']^2 + (q_\mu^2)^2}{4M^2} \right\} \quad (6)$$

– безрозмірна позитивна функція ( $S_x(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{K}) \sim \sim 1$ ) векторних аргументів  $\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{K}$ , що відносно плавно змінюється зі зміною кінематичних параметрів розсіяння електрона на атомному ядрі. Зауважимо таке: функція  $S_x(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{K})$  переважно відтворює структурні особливості взаємодії релятивістського електрона з квазірелятивістським неточковим нуклоном в гамільтоніані Мак Воя–Ван Хова [1, 2].

Імовірність випромінювання віртуального фотона  $q_\mu = (\mathbf{q}, i\omega)$  в електронній вершині  $\mu$  ( $q_\mu = (\mathbf{q}, i\omega)$ ) ми пов'язуємо з безрозмірною функцією  $P(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ :

$$P(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \equiv P(\theta') = \frac{\mathbf{k}^2 \mathbf{k}'^2}{(q_\mu^2)^2}; \quad (7)$$

а імовірність вибивання цим віртуальним  $q_\mu$ -фотоном  $x$ -нуклона із зв'язаного  $xnl$ -стану ядра  $A$  до стану  $|\mathbf{K}\rangle$  в неперервному спектрі цього ж ядра – з функцією  $G_{xnl}(\mathbf{q}, \mathbf{K})$  збуреного розподілу  $x$ -нуклонів по імпульсах в  $xnl$ -оболонці атомного ядра [6, 30]:

$$\begin{aligned} G_{xnl}(\mathbf{q}, \mathbf{K}) &= \frac{1}{(2l + 1)(2\pi)^3} \times \\ &\times \sum_{m=-l}^{m=l} \left| \int \left( \psi_{\mathbf{K}}^{(-)*}(\mathbf{r}) \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) \varphi_{xnlm}(\mathbf{r}) \right) d^3\mathbf{r} \right|^2. \end{aligned} \quad (8)$$

Саме в зазначених вище функціях (7) та (8) зховані найбільш вагомні особливості процесів непружного розсіяння електронів на атомних ядрах, відомих під назвою *квазіреальних фотонів* та *кулонівських (відцентрових) резонансів* [18, 19, 23, 29–31].

## 2. Кулонівські резонанси, квазіреальні фотони та квазідискретні спектри ядер

Щоб з'ясувати роль кулонівських резонансів та квазіреальних фотонів в процесах електродезінтеграції ядер електронами високих енергій, розглянемо деякі особливості процесів непружного розсіяння таких електронів на деяких (середніх та важких) атомних ядрах. З цією метою, залишаючись в рамках оболонкової моделі ядра, доповнимо формулу (2) визначеннями таких додаткових величин, як:

– переріз непружного розсіяння електронів під деяким кутом розсіяння  $\theta'_0$  з вибиванням нуклонів із  $xnl$ -оболонки,  $\sigma_{xnl}(\omega)|_{\theta'=\theta'_0} \equiv \sigma_{xnl}(\omega)$ :

$$\sigma_{xnl}(\omega)|_{\theta'=\theta'_0} = \int d\Omega_{\mathbf{K}} \sigma_{xnl}(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{K})|_{\theta'=\theta'_0} \quad (9)$$

та повний переріз непружного розсіяння електронів під тим же кутом залежно від переданої енергії  $\omega$ :

$$\sigma(\omega)|_{\theta'=\theta'_0} \equiv \sum_{xnl} \sigma_{xnl}(\omega)|_{\theta'=\theta'_0}; \quad (10)$$

– у випадку перерізів електродезінтеграції ядер з врахуванням взаємодії вибитих нуклонів в кінцевому стані із залишковим ядром ( $A - 1$ ) перерізи непружного розсіяння для резонансних переданих енергій  $\varepsilon_{\text{rez}}$ :

$$\varepsilon_{\text{rez}} = \omega_{xnl \rightarrow xNL} = E_{xNL} + |\varepsilon_{xnl}| \equiv \omega_{[r]}, \quad (11)$$

можуть сягати захмарних значень [30]<sup>3</sup>. В цьому випадку винятково корисну фізичну інформацію можна отримати, розрахувавши перерізи збудження кулонівських резонансів, що визначаються перерізами непружного розсіяння електронів при вказаних вище резонансних енергіях  $E_{\text{rez}} \equiv \omega_{xnl \rightarrow xNL} = E_{xNL} + |\varepsilon_{xnl}|$ .

Отже, питомі перерізи збудження кулонівських та відцентрових резонансів ( $\sigma_{xnl \rightarrow xNL}^{ii}$ ) при непружному розсіянні електронів під деяким кутом розсіяння  $\theta'$  з вибиванням нуклонів із  $xnl$ -оболонки атомного ядра визначаються такою рівністю:

$$\sigma_{xnl}^{ii} = \frac{1}{N_{xnl}} \int_{\omega_{[r]} - \Delta E_s}^{\omega_{[r]} + \Delta E_s} \sigma_{xnl}(\omega) d\omega. \quad (12)$$

Зауважимо, що  $\sigma_{xnl}^{ii}$ , як правило, вимірюється в нанобарнах/стерадіан (нб/ср). Щоб отримати повний переріз  $\sigma_{xnl}^i$  збудження відповідного резонансу, необхідно домножити  $\sigma_{xnl}^{ii}$  на  $\Omega_{\text{exper}}$ .  $\Omega_{\text{exper}}$  – це величина тілесного кута, в якому в фізичному експерименті фіксуються непружно розсіяні електрони. Вважаємо, що  $\Omega_{\text{exper}} \ll 1$ .

<sup>3</sup> Надалі за необхідності замість громіздкої послідовності символів  $[xnl \rightarrow xNL]$  будемо використовувати більш короткий і зручний символ  $[r]$ .

В формулі (12) в неявній формі прихована така нерівність:  $\gamma_{xnl} \ll \Delta E_s$ . В тій самій формулі (12) в тій же неявній формі також постулюється, що досліджуваний резонанс є ізольованим резонансом, тобто, величина енергії  $\Delta E_s$  значно менша від інтервалу енергії  $|\omega_{[r]} - \omega_{[r']}|$  між двома послідовними кулонівськими резонансами, що фіксуються в експерименті.

Отже, надалі вважаємо, що виконується така умова:

$$\gamma_{xNL} \ll \Delta E_s \ll |\omega_{[r]} - \omega_{[r']}|; \quad (13)$$

а також має місце така нерівність:

$$\lambda \approx \frac{m\omega}{\varepsilon\varepsilon'} \ll 1. \quad (14)$$

За вказаних вище умов можна наближено визначити також повний переріз збудження кулонівського резонансу при вибиванні одного протона із  $pnl$ -оболонки атомного ядра при непружному розсіянні електрона:

$$\begin{aligned} \sigma_{xnl \rightarrow xNL}^{ur}(\omega) &= \frac{1}{N_{xnl}} \iint_{(\Omega=4\pi)} d\Omega' \int_{\omega_{[r]} - \Delta E_s}^{\omega_{[r]} + \Delta E_s} d\omega [\sigma_{xnl}(\omega, \theta')] \approx \\ &\approx \frac{1}{N_{xnl}} \iint_{(\Omega=4\pi)} d\Omega' \int_{-\infty}^{\infty} d\omega [\sigma_{xnl}(\omega, \theta')]. \end{aligned} \quad (15)$$

Інтегрування в (15) за вказаних вище умов (13), (14) виконати нескладно [29].

Інтегральні перерізи ( $\sigma_{xnl}^i$ ) непружного розсіяння електронів під деяким кутом розсіяння  $\theta'$  з вибиванням протонів із  $xnl$ -оболонки або ж всіх ( $\sigma^i$ ) протонних та нейтронних оболонок досліджуваного атомного ядра:

$$\sigma_{xnl}^i |_{\theta'=\theta'_0} = \int_0^{\varepsilon} d\omega [\sigma_{xnl}(\omega) |_{\theta'=\theta'_0}], \quad (16)$$

$$\sigma^i |_{\theta'=\theta'_0} = \int_0^{\varepsilon} [\sigma(\omega) |_{\theta'=\theta'_0}] d\omega. \quad (17)$$

Оскільки числа заповнення різних оболонок атомного ядра суттєво відрізняються між собою, корисну фізичну інформацію можна отримати

аналізуючи питомі перерізи вибивання лише одного  $xnl$ -нуклона із атомного ядра:

$$\sigma_{xnl}^{iu} = \frac{1}{N_{xnl}} \int_0^{\varepsilon} d\omega \sigma_{xnl}(\omega) |_{\theta'=\theta'_0}. \quad (18)$$

Скориставшись зазначеними раніше властивостями функції  $\sigma_{xnl}(\omega, \theta')$  [30], можемо стверджувати, що інтеграл:

$$\begin{aligned} \sigma_{xnl \rightarrow xNL}^{ur}(\omega) &= \frac{1}{N_{xnl}} \iint_{(\Omega=4\pi)} d\Omega' \int_{\omega_{[r]}-\Delta E_s}^{\omega_{[r]}+\Delta E_s} d\omega \sigma_{xnl}(\omega, \theta') = \\ &= \frac{2\pi}{N_{xnl}} \int_0^{\theta'_0} \sin \theta' d\theta' \int_{\omega_{[r]}-\Delta E_s}^{\omega_{[r]}+\Delta E_s} \sigma_{xnl}(\omega, \theta') d\omega \end{aligned} \quad (19)$$

наближено [30] визначає нижню границю перерізу збудження кулонівського  $pNL$ -резонансу при вибиванні протона із  $pnl$ -оболонки атомного ядра<sup>4</sup>.

Детальні дослідження властивостей функції  $\sigma_{xnl}(\omega, \theta')$  двох кінематичних змінних: переданої енергії ( $\omega$ ) від електрона вибитому протону та кута непружного розсіяння ( $\theta'$ ) електрона показують, що в близькому околі точок: резонансної енергії  $\omega_{[r]} - \Delta E_s < E < \omega_{[r]} + \Delta E_s$  ( $\omega_{[r]} = \omega_{xnl \rightarrow xNL}$ ) та кута розсіяння електрона  $\theta' = 0$  переріз непружного розсіяння електрона  $\sigma_{xnl \rightarrow xNL}^{ur}(E, \theta')$ , що супроводжується збудженням кулонівського резонансу, можна наближено представити в такому вигляді [30]:

$$\sigma_{xnl \rightarrow xNL}(\omega, \theta') \sim \frac{B_{[r]}(\omega, \theta')}{(\theta'^2 + \lambda^2)^2 [(\omega - \omega_{[r]})^2 + \frac{\gamma_{xNL}^2}{4}]}. \quad (20)$$

Як свідчать розрахунки, функція  $B_{[r]}(\omega, \theta')$  двох змінних  $\omega, \theta'$ , яка фігурує у формулі (20), в околі виділеної точки  $\theta' = 0, \omega = \omega_{[r]}$  відносно плавно змінюється при зміні своїх аргументів. Очевидно, що за таких умов максимальне значення функції

$\sigma_{[r]}^m(\omega, \theta')$  перерізу непружного розсіяння електронів  $\sigma_{[r]}^{ur}(\omega, \theta')$  досягається в точці  $\theta' = 0; \omega = \omega_{[r]}$ :

$$\begin{aligned} \sigma_{xnl \rightarrow xNL}^m &\equiv \sigma_{[r]}^m = \frac{4B_{[r]}(\omega_{[r]}, 0)}{\lambda^2 \gamma_{xNL}^2} = \\ &= \frac{4\varepsilon \varepsilon' B_{[r]}(\omega_{[r]}, 0)}{m^2 \omega^2 \gamma_{xNL}^2}. \end{aligned} \quad (21)$$

Розвиваючи функцію  $B_{[r]}(\omega, \theta')$  в двовимірний ряд Тейлора в околі точки ( $\theta' = 0; \omega = \omega_{[r]}$ ) та обмежившись у вказаному розвиненні першим ( $B_{[r]} = B_{[r]}(\omega_{[r]}, 0)$ ) доданком, за заявлених вище умов виконуємо наближено (втім з достатньою для оцінок точністю) інтегрування в (15), отримавши кінцевий результат в термінах величин, які обчислюються у відповідній розрахунковій програмі:

$$\begin{aligned} \sigma_{[r]}^u(\omega, \theta') |_{\theta'=0} &\approx \frac{1}{N_{xnl}} \int_0^{2\pi} \int_0^{\omega_{[r]}+\Delta E_s} d\Omega' \int_{\omega_{[r]}-\Delta E_s}^{\omega_{[r]}+\Delta E_s} d\omega \sigma_{[r]}^u(\omega, \theta') \approx \\ &\approx \frac{2\pi}{N_{xnl}} \int_0^{\theta'_0} \frac{\theta' d\theta'}{(\theta'^2 + \lambda^2)^2} \int_{\omega_{[r]}-\Delta E_s}^{\omega_{[r]}+\Delta E_s} \frac{B_{[r]} d\omega}{\left[ (\omega - \omega_{[r]})^2 + \frac{\gamma_{xNL}^2}{4} \right]} \approx \\ &\approx \frac{2\pi}{N_{xnl}} \int_0^{\infty} \frac{\theta' d\theta'}{(\theta'^2 + \lambda^2)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{B_{[r]} d\omega}{\left[ (\omega - \omega_{[r]})^2 + \frac{\gamma_{xNL}^2}{4} \right]} = \\ &= \frac{2\pi^2 B_{[r]}}{(\gamma_{xNL}) \lambda^2} = \frac{\pi^2 \sigma_{[r]}^m \gamma_{[r]}}{2}. \end{aligned} \quad (22)$$

Отже, щоб отримати переріз збудження  $\sigma_{pnl \rightarrow pNL}$  кулонівського резонансу, тобто, наближено виконати інтегрування по тілесному куту розсіяння електрона  $d\Omega'$  та переданій енергії  $d\omega$ , необхідно скористатись (22). Саме формула (22) в даній роботі використовується для прогнозу наближених значень перерізів збуджень кулонівських  $pNL$ -резонансів при вибиванні  $pnl$ -протонів із  $pnl$ -оболонки атомного ядра при непружному розсіянні електронів високих енергій на атомних ядрах. Зауважимо, що збудженнями нейтронних (відцентрових) резонансів в процесах за участю квазіреальних фотонів можна знехтувати.

Зважаючи на важливу роль і вплив кулонівських резонансів на перебіг та інтерпретацію експериментів з вивчення структури ядер у процесах

<sup>4</sup> Цілком очевидно, що, наприклад, в цьому та інших подібних випадках на даному етапі досліджень ми не враховуємо обмінні сили при збудженні нейтронних (відцентрових) резонансів за рахунок вибивання протонів із атомних ядер при непружному розсіянні електронів високих енергій.

непружного розсіяння електронів високих енергій на ядрах, нагадаємо ще раз деякі особливості резонансної структури квазідискретного спектра атомних ядер, зумовлену властивостями кулонівських резонансів.

– Перш за все зауважимо, що теорія стверджує, що кулонівські резонанси повинні проявлятися в спектрах непружно розсіяних електронів у вигляді (як правило) надзвичайно високих і одночасно надзвичайно вузьких піків. Ці піки зумовлені особливостями поведінки хвильової функції  $\psi_{\mathbf{K}}^{(-)*}(\mathbf{r})$  неперервного спектра протонів в області атомного ядра при зростанні енергії протонів  $E_p$  в проміжку  $0 < E_p \lesssim V_C$ , де  $V_C$  – висота кулонівського бар'єра в атомному ядрі<sup>5</sup>. Теорія також стверджує [31], що в умовах реального експерименту кулонівські резонанси матимуть реальну скінченну і відносно невелику висоту [31]. Щоправда, висота таких експериментальних піків за певних умов може навіть переважати висоту квазіпружного піка [30,31]. Доречно відзначити універсальний характер цього феномену. Теоретичні розрахунки стверджують, що кулонівські резонанси проявляються в спектрах непружного розсіяння електронів практично на всіх ( $A \gtrsim 7$ ) атомних ядрах за різноманітних кінематичних умов розсіяння (кут розсіяння  $\theta'$  електронів та початкова енергія  $\varepsilon$  розсіюваних електронів).

– Зауважимо: найбільш вагомим внеском кулонівських резонансів в теоретичну фізику безумовно є стандартна квантово-механічна інтерпретація квазідискретного спектра атомних ядер та інших квантово-механічних систем (хвильова функція, точні та наближені квантові числа, тощо). Саме кулонівські резонанси відкрили шлях до інтерпретації квантово-механічних переходів атомних ядер із дискретних станів до станів квазідискретного спектра (а також: із квазідискретних станів до інших квазідискретних та дискретних станів на основі стандартних алгоритмів квантово-

механічної теорії [29–31]. Саме кулонівські резонанси спростували ті сумніви [35] у вірності методу комплексних енергій Дж.Дж. Томсона, що його застосував Георгій Гамов при інтерпретації  $\alpha$ -розпаду важких атомних ядер [29–31].

– Варто також обов'язково зазначити, що саме кулонівські резонанси дозволяють проінтерпретувати в рамках оболонкової моделі ядер таке відоме електроядерне явище, як дипольний гігантський резонанс [18, 31]. Це, безумовно, також важливе досягнення кулонівських резонансів, яке дозволяє суттєво спростити інтерпретацію дипольного гігантського резонансу в рамках оболонкової моделі атомного ядра та, принаймні, запропонувати альтернативу відомій інтерпретації цього явища в теорії Мігдала-Гольдгабера-Теллера [32].

– Винятковий інтерес на даному етапі досліджень являє собою вивчення та інтерпретація феномену кулонівських резонансів та їх взаємодії з квазіреальними фотонами в аспекті впливу цих явищ на динаміку реакцій вибивання  $x$ -нуклонів (протонів  $[A(e, e'p)A - 1; x = p]$  та нейтронів  $[A(e, e'n)A - 1; x = n]$ ) із різних оболонок атомних ядер при непружному розсіянні електронів високих енергій на ядрах [18, 29–31].

– Все ж необхідно зауважити, що теорія та властивості кулонівських резонансів і їх можливий вплив на перебіг різнобічних ядерних процесів попри вказані локальні успіхи теорії цього феномену – це все ще малодосліджена область і теоретичної фізики взагалі, і теоретичної та експериментальної ядерної фізики зокрема.

– На відміну від кулонівських резонансів квазіреальні фотони – це суто квантово-електродинамічне явище (діаграмна техніка Фейнмана), що супроводжує процеси непружного розсіяння релятивістських електронів на адронах. З цієї причини квазіреальні фотони здатні провзаємодіяти, наприклад, з тими ж вище згаданими кулонівськими резонансами лише в процесах непружного розсіяння заряджених лептонів (електронів, позитронів, мюонів) на атомних ядрах. Зауважимо також, що властивості випромінених електронами квазіреальних фотонів в квантово-механічному аспекті в області атомного ядра досить подібні до властивостей реальних фотонів. Саме з цієї причини процеси непружного розсіяння електронів на атомних ядрах на надмалі кути ( $\theta' \ll \frac{m\omega}{\varepsilon\varepsilon'}$ ) можуть бути ефективно використані для дослідже-

<sup>5</sup> Доречно зауважити, що присутність кулонівського бар'єра (або бар'єра іншої форми) не є обов'язковою умовою резонансної структури функції неперервного спектра  $\psi_{\mathbf{K}}^{(-)*}(\mathbf{r})$ . Скориставшись методом, запропонованим в [18, 19, 23], неважко встановити, наприклад, теоретичну можливість існування так званих антибар'єрних резонансів. Щоправда, властивості таких антибар'єрних резонансів будуть дещо інші, якщо їх порівнювати з властивостями кулонівських резонансів.

ння феномену гігантського дипольного резонансу [9, 18, 19, 23, 29, 31].

– *Важливо відзначити:* роль кулонівських резонансів в теоретичній ядерній фізиці, а також в загальній теоретичній фізиці не вичерпується утворенням піків в перерізах непружного розсіяння електронів високих енергій на ядрах. Оскільки кулонівські резонанси з моменту появи їх в оболонковій моделі атомних ядер – це невід’ємний атрибут і суттєве розширення оболонкової моделі ядра в область неперервного спектра [30, 31], то такі резонанси можуть впливати на теоретичну інтерпретацію та перебіг багатьох і різноманітних ядерних процесів. Непружне ж розсіяння електронів високих енергій на ядрах – це лише одна із найбільш зручних платформ для ілюстрації окремих особливостей (як теоретичних, так і експериментальних) згаданих вище кулонівських резонансів.

### 3. Кулонівські і відцентрові резонанси в $jj$ -оболонковій моделі атомних ядер

Як нам добре відомо, оболонкова модель ядер, що досить успішно описує експеримент – це, безумовно ж, оболонкова модель з  $jj$ -зв’язком. З цієї причини ми стисло зупинимось на питанні про визначення основних характеристик кулонівських резонансів в оболонковій моделі з  $jj$ -зв’язком<sup>6</sup>.

Насамперед зауважимо, що розрахунки квазідискретних спектрів ядер в оболонкових моделях з  $LS$ - та  $jj$ -зв’язками практично ідентичні і виконуються за допомогою наступних процедур ( $jj$ -зв’язок) [18, 19, 30]. На першому етапі розв’язуємо радіальне рівняння Шредінгера (23), де враховуємо спіно-орбітальну взаємодію нуклона в атомному ядрі:

$$\frac{d^2 Z_{Klj}(r)}{dr^2} + [2m(E - V_{xlj}(r))] Z_{Klj}(r) = 0. \quad (23)$$

Потенціальна енергія  $V_{xlj}(r)$  в (23) є сумою чотирьох доданків:

$$V_{xlj}(r) = V_{xWS}(r) + V_C(r) + \frac{l(l+1)}{2Mr^2} + V_{ls}(r),$$

<sup>6</sup>  $LS$ -зв’язок являється частинним випадком  $jj$ -зв’язку в тому випадку, коли спіно-орбітальними силами можна знехтувати (параметр  $\lambda$ , що визначає величину спіно-орбітальних сил, дорівнює нулю:  $\lambda = 0$  в (26)).

де

$$V_{xWS}(r) = \frac{V_{0Ax}}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)} \approx -\frac{V_{0Ax}\Theta(b-r)}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)}, \quad (V_{0Ax} \equiv V_{0x} > 0), \quad (24)$$

$$V_C(r) = \left[ \frac{(Z-1)e^2}{R} \left( \frac{3}{2} - \frac{r^2}{2R^2} \right) \Theta(R-r) + \frac{(Z-1)e^2}{r} \Theta(r-R) \right]; \quad (25)$$

$$V_{ls}(r) = \lambda[(l + j_l^* - 1) \times (l + j_l^* + 1) - l(l+1)] \frac{2dV_{xWS}}{d(r^2)}. \quad (26)$$

В наведених вище формулах фігурують такі позначення:  $\Theta(x) = (1 - \delta_{x0}) \frac{x+|x|}{2x} + \frac{1}{2}\delta_{x0}$  – одинична функція Хевісайда;  $b \approx r_0 \sqrt[3]{A} + 18a$ ;  $V_{0Ax}$ ,  $a$ ,  $R = r_0 \sqrt[3]{A}$  – параметри оболонкового потенціалу у формі Вудса-Саксона;

$$j_l^* = (j + \frac{1}{2} - l) = \begin{cases} 1, & j = l + \frac{1}{2}; \\ 0, & j = l - \frac{1}{2}; \end{cases} \quad (27)$$

– квантове число взаємної орієнтації спіну і орбітального моменту:  $j_l^* = 1$ , якщо спін і орбітальний момент паралельні: ( $\mathbf{1} \uparrow \uparrow \mathbf{s}$ );  $j_l^* = 0$ , якщо спін і орбітальний момент антипаралельні: ( $\mathbf{1} \uparrow \downarrow \mathbf{s}$ ).

На наступному етапі зшиваємо внутрішній і зовнішній (асимптотичний) розв’язки радіального рівняння Шредінгера (23), визначаючи при цьому енергію ( $E_{xNL}$ ) та інші ( $\gamma_{xNL}$ ,  $A_{xNL}$ ) базові характеристики кулонівських (а також відцентрових, тобто, нейтронних) резонансів:

$$\left\{ \begin{aligned} \left. \frac{\left( \frac{dZ_{K[r]LJ}(r)}{dr} \right)}{Z_{K[r]LJ}(r)} \right|_{r=b} &= \left. \frac{\left( \frac{dG_L(\eta, K[r]r)}{dr} \right)}{G_L(\eta, K[r]r)} \right|_{r=b}; \\ \frac{\gamma_{NLJ}^r}{2} &= \frac{w_{FZ}^{LJ}(E)}{\left( \frac{dw_{GZ}^{LJ}(E)}{dE} \right)} \Big|_{E=E_{NLJ}^r}; \\ A_{NLJ}^{(-)}(E_{NLJ}^r) &= \frac{-i}{w_{FZ}^{LJ}(E_{NLJ}^r)}; \end{aligned} \right. \quad (28)$$

**Таблиця 1. Основні фізичні характеристики** [ $E_{xNLJ^*}$  (МеВ),  $\gamma_{xNLJ^*}$  (МеВ),  $A_{xNLJ^*}$ ] квазідискретних спектрів (кулонівські та відцентрові резонанси) ядра  $^{119}\text{Sn}$  ( $V_{0p} = 58,6$  МеВ;  $V_{0n} = 44,8$  МеВ;  $\lambda = 0,25$  Фм<sup>2</sup>), розрахованих з врахуванням спин-орбітальної взаємодії

$xNLJ^*$	$E_{xNLJ}$	$A_{xNLJ}$	$A_{xnlj}$	$\gamma_{xNLJ}$
$n150$	0,4569	$1,762 \cdot 10^3$	0,6351	$8,003 \cdot 10^{-7}$
$n161$	3,800	33,40	0,631	$6,358 \cdot 10^{-3}$
$p231$	3,824	$1,600 \cdot 10^2$	0,526	$1,927 \cdot 10^{-4}$
$p150$	3,865	$3,344 \cdot 10^3$	0,665	$7,079 \cdot 10^{-7}$
$p311$	5,938	4,321	0,403	0,2
$p161$	6,321	$4,248 \cdot 10^2$	0,667	$5,658 \cdot 10^{-5}$
$p230$	6,931	9,620	0,491	$6,308 \cdot 10^{-2}$
$n160$	10,13	3,957	0,592	0,675
$n171$	12,27	4,421	0,601	0,612
$p160$	14,66	11,12	0,638	0,116
$p171$	15,49	14,58	0,651	0,072
$p181$	24,86	4,911	0,632	0,773

**Таблиця 2. Основні фізичні характеристики** [ $E_{xNL}$  (МеВ),  $\gamma_{xNL}$  (МеВ),  $A_{xNL}$ ] квазідискретних спектрів (кулонівські та відцентрові резонанси) ядра  $^{119}\text{Sn}$  ( $V_{0p} = 62$  МеВ;  $V_{0n} = 50$  МеВ), розрахованих за відсутності спин-орбітальної взаємодії ( $LS$ -зв'язок,  $\lambda = 0,0$ )

$xNL$	$E_{xNL}$	$A_{xNL}$	$A_{xnl}$	$\gamma_{xNL}$
$pnl = p15$	$E_{p15} = -2,263$	...	...	...
$p23$	2,941	891,23	0,5323	$5,58 \cdot 10^{-6}$
$n16$	3,534	46,511	0,6388	$3,23 \cdot 10^{-3}$
$p31$	4,525	13,642	0,4316	$1,95 \cdot 10^{-2}$
$p16$	7,918	147,73	0,6655	$5,20 \cdot 10^{-4}$
$n17$	13,15	4,2047	0,6024	0,703
$p17$	18,25	8,6780	0,6375	0,212

Заявлені в (28) рівності являються вихідними формулами для визначення базових характеристик кулонівських та відцентрових резонансів ( $E_{NLJ}^r$ ;  $\gamma_{NLJ}^r$ ;  $A_{NLJ}^{(-)}$ ) в оболонковій моделі атомних ядер із  $jj$ -зв'язком. Введена в (28) нова величина  $w_{FZ}^x$  – це визначник Вронського функцій  $F_x(r)$  та  $Z_x(r)$ :

$$w_{FZ}^x = \frac{dF_x(r)}{dr} Z_x(r) - \frac{dZ_x(r)}{dr} F_x(r). \quad (29)$$

**Таблиця 3. Основні фізичні характеристики** [ $E_{xNL}$  (МеВ),  $\gamma_{xNL}$  (МеВ),  $A_{xNL}$ ] квазідискретних спектрів (кулонівські та відцентрові резонанси) ядра  $^{119}\text{Sn}$  ( $V_{0p} = 58,6$  МеВ;  $V_{0n} = 44,8$  МеВ), розрахованих за відсутності спин-орбітальної взаємодії ( $LS$ -зв'язок,  $\lambda = 0,0$ )

$NLx$	$E_{xNL}$	$A_{xNL}$	$A_{xnl}$	$\gamma_{xNL}$
$15p$	0,4677	$4,143 \cdot 10^{13}$	0,6648	$1,605 \cdot 10^{-27}$
$23n$	0,5941	9,756	0,4414	$1,4239 \cdot 10^{-2}$
$23p$	5,161	33,37	0,5128	$4,892 \cdot 10^{-3}$
$31p$	6,263	3,616	0,3971	0,2893
$16n$	6,768	8,374	0,6050	0,1252
$16p$	10,29	40,17	0,6534	$7,741 \cdot 10^{-3}$
$17p$	20,27	5,779	0,6225	0,4850

В табл. 1, 2 та 3 наведені квазідискретні спектри атомного ядра  $^{119}\text{Sn}$ , отриманих в  $jj$ - ( $\lambda = 0,25$  Фм<sup>2</sup>) та  $LS$ -оболонкових моделях. У цих таблицях розрахунки здійснені для випадку таких параметрів оболонкового потенціалу Вудса-Саксона: ( $V_{0p} = 58,6$  МеВ;  $V_{0n} = 44,8$  МеВ) та ( $V_{0p} = 62,0$  МеВ;  $V_{0n} = 50,0$  МеВ). Подібні ж розрахунки систематизовані в табл. 4 та 5 для випадку більш важкого атомного ядра  $^{181}\text{Ta}$ <sup>7</sup>.

Наведемо стисло деякі висновки, що впливають із порівняння окремих результатів у наведених таблицях.

Із збільшенням глибини оболонкового потенціалу квазідискретний спектр ядра стає, як правило, до певної міри потужнішим. Більш суттєво цей феномен проявляється у випадку  $jj$ -оболонкової моделі.

Зауважимо, що головні висновки даної роботи залежать від точності застосованих в наших програмах чисельних розрахунків. В той чи інший спосіб бажано контролювати всі програмні одиниці для здійснюваних чисельних розрахунків. Наведемо деякі приклади такого контролю.

На деякому етапі чисельних розрахунків при дослідженні кулонівських резонансів малих енергій з'явилась необхідність при визначенні характеристик квазідискретних станів протонів збільшити точність обчислень кулонівських функцій. Мо-

<sup>7</sup> У вказаних (а також всіх наступних) таблицях енергетичні величини ( $E_{xNLJ^*}$ ,  $\gamma_{xNLJ^*}$ ) вимірюються в МеВ-ах; ( $A_{xNLJ^*}$ ) – безрозмірна величина; одиниці амплітуди  $A_{xnlj}$  – Фм<sup>-3/2</sup>.



жливості алгоритмів, запропонованих для такої процедури в [38], відносно нескладно збільшити. Але ж контроль точності, що отримується в результаті такої процедури, спираючись на табличні результати, наведені в [38], здійснити неможливо. Щоб переконатись в дієвості застосованих прийомів, був використаний такий емпіричний прийом. Для розрахованих по вдосконаленій методиці кулонівських функцій визначався детермінант Вронського:

$$W(F, G) = F'(\rho, \eta)G(\rho, \eta) - G'(\rho, \eta)F(\rho, \eta) = 1 \pm \delta. \quad (30)$$

У випадку “типових” значень параметрів  $\rho, \eta$  ( $1 \lesssim \rho, \eta \lesssim 10$ ) розрахована величина похибки дорівнювала:  $\delta \lesssim 10^{-14} - 10^{-13}$ . У випадку ж “нетипових” значень параметрів ( $\rho \lesssim 1, \eta \sim 100$ ) отримана величина похибки суттєво зростала:  $\delta \lesssim 10^{-10} - 10^{-9}$ . Отриманий в такий спосіб результат в змозі переконати (без додаткових досліджень!) у відносній ефективності застосованої методики. Інший приклад. Не потрібно доводити, що ефективність розрахункової програми суттєво залежить від вдалого застосування методу Нумерова до розв’язку радіальних рівнянь Шредінгера типу (23). Втім, навіть після знайомства з максимально деталізованими аналізами застосування цього методу до розв’язку квантово-механічних радіальних рівнянь [12] у авторів залишається широке поле для власної ініціативи при інтерпретації тих чи інших конкретних питань такого застосування. В першу чергу, таке зауваження справедливо для застосування методу Нумерова в області  $r \ll r_0$ . Щоб переконатись у дієвості застосованих чисельних методів при стартовому розв’язку радіальних рівнянь Шредінгера, можна скористатись, наприклад, таким прийомом. Загальновідомо, що власні значення задачі Штурма–Ліувілля для випадку поліномів Лежандра або ж Гегенбауера нескладно визначити теоретично [14]. Наприклад, задача Штурма–Ліувілля для поліномів Гегенбауера визначається таким диференціальним рівнянням:

$$\frac{1}{\sin^2 \alpha} \frac{d}{d\alpha} \sin^2 \alpha \frac{dU}{d\alpha} + \left[ \varepsilon - \frac{l(l+1)}{\sin^2 \alpha} \right] U(\alpha) = 0. \quad (31)$$

Зазначене рівняння в області малих значень змінної  $\alpha$  практично ідентичне радіальному рівнянню Шредінгера [14]. Відповідь до задачі (31) відома:

Таблиця 4. Основні фізичні характеристики квазідискретних спектрів (кулонівські та відцентрові резонанси) ядра ( $^{181}\text{Ta}$ ) ( $V_{0p} = 62 \text{ MeV}$ ;  $V_{0n} = 50 \text{ MeV}$ ;  $\lambda = 0,25 \text{ Фм}^2$ ), розрахованих з врахуванням спин-орбітальної взаємодії

$NLJ^*x$	$E_{xNLJ}$	$A_{xNLJ}$	$A_{xnlj}$	$\gamma_{xNLJ}$
321n	-1,585	...	...	...
401n	-0,8508	...	...	...
311p	-0,2144	...	...	...
230p	$-9,719 \cdot 10^{-2}$	...	...	...
310p	1,250	$3,573 \cdot 10^8$	0,4785	$1,828 \cdot 10^{-17}$
251n	3,187	5,504	0,4670	0,1204
171p	3,695	$6,429 \cdot 10^5$	0,6716	$1,912 \cdot 10^{-11}$
241p	4,033	$4,355 \cdot 10^3$	0,5447	$2,863 \cdot 10^{-7}$
160p	4,698	$3,301 \cdot 10^4$	0,6669	$8,062 \cdot 10^{-9}$
181n	5,141	97,08	0,6528	$9,3460 \cdot 10^{-4}$
170n	6,421	22,20	0,6361	$1,9010 \cdot 10^{-2}$
321p	7,545	10,67	0,4445	$4,3796 \cdot 10^{-2}$
240p	9,064	21,67	0,5200	$1,5825 \cdot 10^{-2}$
320p	9,734	3,665	0,4166	0,3845
181p	11,67	241,6	0,6743	$2,426 \cdot 10^{-4}$
251p	11,69	9,652	0,5124	$8,861 \cdot 10^{-2}$
191n	13,26	10,44	0,6356	0,1242
170p	14,83	41,76	0,6620	$8,823 \cdot 10^{-3}$
180n	16,34	4,163	0,6123	0,8211
191p	19,99	26,50	0,6691	$2,602 \cdot 10^{-2}$
1(10)1n	21,62	4,618	0,6235	0,8224
180p	25,40	7,352	0,6414	0,3607
1(10)1p	28,59	9,253	0,6572	0,2478

Таблиця 5. Квазідискретний спектр (кулонівські та відцентрові резонанси:  $E_{xNL}, A_{xNL}, \gamma_{xNL}$ ) ядра  $^{181}\text{Ta}$ . Параметри потенціалу Вудса–Саксона:  $V_{0p} = 59,222 \text{ MeV}$ ;  $V_{0n} = 52,3405 \text{ MeV}$  ( $LS$ -зв’язок)

$NLx$	$E_{xNL}$	$A_{xNL}$	$A_{xnl}$	$\gamma_{xNL}$
17n	$6,701 \cdot 10^{-3}$	$2,5988 \cdot 10^{11}$	0,6509	$4,6801 \cdot 10^{-24}$
23p	$2,296 \cdot 10^{-2}$	$2,5128 \cdot 10^{97}$	0,5420	$6,4260 \cdot 10^{-196}$
31p	2,339	$8,3725 \cdot 10^4$	0,4730	$4,4478 \cdot 10^{-10}$
16p	2,590	$8,0588 \cdot 10^6$	0,6572	$9,7548 \cdot 10^{-14}$
25n	3,931	3,8596	0,4533	0,2603
24p	8,190	31,96	0,5201	$6,9120 \cdot 10^{-3}$
18n	9,070	16,92	0,6325	$3,8514 \cdot 10^{-2}$
17p	11,30	$1,312 \cdot 10^2$	0,6553	$7,6379 \cdot 10^{-4}$
19n	18,24	4,540	0,6077	0,7211
18p	20,34	13,14	0,6387	$9,7596 \cdot 10^{-2}$

$\varepsilon = N(N + 2)[14]$ . Отримуючи цю відповідь за допомогою чисельних розрахунків з використанням привнесених в програмах власних прийомів розв'язку рівнянь (31) ( $\varepsilon = N(N + 2) \pm \delta$ ) та оцінюючи точність отриманої відповіді ( $|\delta| \leq 10^{-10}$ ), можемо переконатись у відносній ефективності застосованих технічних прийомів програмування методу Нумерова для розв'язку радіального рівняння Шредінгера.

Порівнюючи наведені вище дані, насамперед відзначимо суттєве збільшення числа квазидискретних станів (а також зв'язаних станів нуклонів) у випадку  $jj$ -оболонкової моделі (порівняно з  $LS$ -оболонковою моделлю: табл. 1, 4). На практиці зазначений факт приводить до суттєвого збільшення числа резонансних точок в залежності  $\sigma(\omega, \theta')$  від переданої енергії  $\omega$ , що все ж породжує додаткові і часто неординарні труднощі технічного плану вже у випадку навіть середніх атомних ядер. Зважаючи на майже повну відсутність детальних експериментальних даних в даній області досліджень, а також попередній характер даних розрахунків, подальші висновки та якісні дослідження варто виконувати в рамках спрощеної оболонкової моделі з  $LS$ -зв'язком. Зауважимо, що при цьому основні компоненти теоретичних висновків даної роботи не зазнають суттєвих змін. Ще один важливий висновок, що його доцільно відзначити, полягає у взаємозаміні дискретних та квазидискретних рівнів енергії при зміні параметрів потенціалу оболонкової моделі. Іншими словами, інколи навіть при відносно незначних, майже непомітних і навіть неістотних змінах параметрів потенціалу квазидискретний рівень (або ж його частина, що утворюється при розщепленні такого рівня) може трансформуватись у зв'язаний стан. І навпаки, зв'язаний стан нуклона в атомному ядрі при протилежному напрямку приросту параметрів оболонкового потенціалу може трансформуватись в квазидискретний стан цього нуклона в атомному ядрі.

Як приклад, розглянемо зміну статусу квазидискретного рівня  $p_{15}$ : якщо у випадку  $V_{0p} = 58,6$  МеВ (табл. 3) рівень  $p_{15}$  є низьколежачим резонансним станом ядра  $^{119}\text{Sn}$ , то у випадку  $V_{0p} = 62$  МеВ стан  $p_{15}$  – зв'язаний протонний стан цього ж ядра з вказаною в табл. 2 енергією зв'язку  $\varepsilon_{p_{15}} = -2,263$  МеВ. Подібних прикладів для кулонівських та відцентрових нейтронних резонансів можна навести як завгодно багато.

Ще раз зауважимо, що в окремих випадках для зміни статусу високолежачого дискретного рівня (або ж низьколежачого квазидискретного рівня) цілком досить практично малопомітних змін параметрів оболонкового потенціалу. Такі (дискретний та квазидискретний) квантово-механічні стани, отримані при довільних змінах потенціалу моделі оболонок, будемо називати спорідненими.

Вказаний щойно фактор зміни статусу оболонкового рівня енергії  $\varepsilon$  в даному разі тим вирішальним і провокуючим моментом, що наглядно засвідчує і в неявній формі проголошує єдність дискретного та квазидискретного спектрів атомних ядер в оболонковій моделі ядра. Оболонкову модель з приєднаним до неї набором квазидискретних рівнів енергій будемо надалі іменувати розширеною оболонковою моделлю атомних ядер. В зв'язку з зазначеною вище можливою зміною статусу рівнів дискретного та квазидискретного спектрів при варіації параметрів потенціалу та з метою коректної інтерпретації результатів експериментів (наприклад, уточнення параметрів потенціалу Вудса–Саксона) в оболонковій моделі ядер першорядної ваги набуває порівняння перерізів непружного розсіяння електронів високих енергій на ядрах, що супроводжуються збудженням споріднених між собою рівнів дискретного та квазидискретного спектрів. Для такого порівняння в таблицях розрахованих квазидискретних спектрів ядер (табл. 1, 2, 3, ...) наводиться основна та допоміжна інформація у вигляді стовпчиків амплітуд  $A_{xNL}$  [6, 30] та  $A_{xnl}$  [6, 30], нормованих згідно з поданими нижче формулами хвильових функцій низьколежачого квазидискретного та високолежачого, спорідненого зв'язаного (з тими ж квантовими числами  $NL$ ) станів (при практично одних і тих же параметрах оболонкового потенціалу):

$$A_{xNL} = \frac{R_{KL}(r_{1m})}{|i[F_L(Kb)R'_{KL}(b) - F'_L(Kb)R_{KL}(b)]|}; \quad (32)$$

$$A_{xnl} = \frac{R_{nl}(r_{1m})}{\int_0^\infty [R_{nl}(r)]^2 r^2 dr}; \quad (33)$$

де  $r_{1m}$  – точка, в якій функції  $R_{KL}(r)$  та  $R_{nl}(r)$  сягають першого максимуму. Зауважимо, що при цьому з великою точністю в довільній точці  $r$  справджується співвідношення пропорційності радіальних компонент  $R_{KL}(r)$  та  $R_{nl}(r)$  в точках, де

$(R_{nl}(r) \neq 0)$ :

$$\frac{R_{KL}(r)}{R_{nL}(r)} \approx \frac{|A_{xNL}|}{|A_{xnl}|} \approx \frac{\sqrt{\int_0^b [R_{nl}(r)]^2 r^2 dr}}{|i[F_L(Kb)R'_{KL}(b) - F'_L(Kb)R_{KL}(b)]|}, \quad r \lesssim r_0. \quad (34)$$

Маючи в своєму розпорядженні представлену вище інформацію, читач в змозі знайти відношення перерізів збудження високолежачого дискретного стану атомного ядра  $\sigma_{n_x l_x \rightarrow n_l l}^u$  [3] та низьколежачого (спорідненого) квазидискретного стану  $\sigma_{n_x l_x \rightarrow N_L L}^u$ . Зауважимо:  $n_l = N_L$ ;  $l = L$ .

Отже, зазначені вище факти свідчать про можливість доповнення оболонкової моделі ядер квазидискретним спектром цього ядра, тобто, розширити межі ядерних оболонок за допомогою специфічних одночастинкових станів нуклонів в області позитивних енергій. Зауважимо, що параметри потенціалу  $r_0$  та  $a$  в усіх наведених в роботі розрахунках фіксовані:  $r_0 = 1,24$  Фм;  $a = 0,55$  Фм. Нагадаємо також, що квантові числа  $E_{xNL}$ ,  $\gamma_{xNL}$ ,  $A_{xNL}$  станів нуклонів квазидискретного спектра атомного ядра наближені. Точним квантовим числом являється вектор імпульсу вибитого протона  $\mathbf{K}_p$ .

І, нарешті, в табл. 6 досить повно проілюстрована залежність основних характеристик кулонівського резонансу з квантовими числами  $pNL = p15$  від параметра  $V_{0p}$  потенціалу Вудса–Саксона  $V_{pWS}(r)$ . Із даних, приведених в табл. 6, випливає, що в деяких областях параметра  $V_{0p}$  зміна цього параметра  $V_{0p}$  в шостому(!) знаці мантиси:  $V_{0p} : 0,5920222 \cdot 10^2 \rightarrow 0,5920200 \cdot 10^2$  приводить до відносно незначного збільшення енергії кулонівського резонансу та одночасного збільшення його півширини на 6(!) порядків.

#### 4. Непружне розсіяння електронів високих енергій при великих кутах $\theta'$ розсіяння електронів

В даній роботі ми проаналізуємо та порівняємо перерізи збудження кулонівських резонансів ядер при розсіянні електронів у випадку великих ( $\theta' = 60^\circ$ ) та малих ( $\theta' = (10^{-12}) \times 1^\circ$ ) кутів. В

Таблиця 6. Залежність основних характеристик ( $E_{xNL}$ ,  $A_{xNL}$ ,  $\gamma_{xNL}$ ) резонансу  $15p$  ядра  $^{119}\text{Sn}$  від енергії  $E_{xNL}$  квазидискретного рівня вказаного кулонівського резонансу (або ж глибини оболонкового потенціалу  $V_{0p}$ )

$xnl$	$E_{p15}$	$A_{p15}$	$A_{p15}$	$\gamma_{p15}$	$V_{0p}$
$p15$	$4,178 \cdot 10^{-3}$	$1,828 \cdot 10^{161}$	0,6660	$9,881 \cdot 10^{-324}$	59,20242
$p15$	$4,193 \cdot 10^{-3}$	$9,151 \cdot 10^{160}$	0,6660	$2,964 \cdot 10^{-323}$	59,20240
$p15$	$4,270 \cdot 10^{-3}$	$3,043 \cdot 10^{159}$	0,6660	$2,853 \cdot 10^{-320}$	59,20230
$p15$	$4,332 \cdot 10^{-3}$	$2,135 \cdot 10^{158}$	0,6660	$5,839 \cdot 10^{-318}$	59,20222
$p15$	$4,501 \cdot 10^{-3}$	$1,901 \cdot 10^{155}$	0,6660	$7,503 \cdot 10^{-312}$	59,20200
$p15$	$5,272 \cdot 10^{-3}$	$2,106 \cdot 10^{143}$	0,6660	$6,616 \cdot 10^{-288}$	59,20100
$p15$	$5,349 \cdot 10^{-3}$	$1,872 \cdot 10^{142}$	0,6660	$8,434 \cdot 10^{-286}$	59,20090
$p15$	$5,658 \cdot 10^{-3}$	$1,928 \cdot 10^{138}$	0,6660	$8,184 \cdot 10^{-278}$	59,20050
$p15$	$6,005 \cdot 10^{-3}$	$1,485 \cdot 10^{134}$	0,6660	$1,420 \cdot 10^{-269}$	59,20005
$p15$	$3,687 \cdot 10^{-2}$	$9,993 \cdot 10^{52}$	0,6659	$7,770 \cdot 10^{-107}$	59,16000
$p15$	$5,228 \cdot 10^{-2}$	$9,959 \cdot 10^{34}$	0,6658	$3,426 \cdot 10^{-89}$	59,14000
$p15$	$6,770 \cdot 10^{-2}$	$4,364 \cdot 10^{38}$	0,6658	$5,518 \cdot 10^{-78}$	59,12000
$p15$	0,5444	$3,102 \cdot 10^{12}$	0,6646	$3,087 \cdot 10^{-25}$	58,50000
$p15$	0,9274	$1,403 \cdot 10^{09}$	0,6657	$1,962 \cdot 10^{-18}$	58,00000
$p15$	1,690	$1,900 \cdot 10^{06}$	0,6614	$1,436 \cdot 10^{-12}$	57,00000
$p15$	2,822	$2,436 \cdot 10^{04}$	0,6579	$1,117 \cdot 10^{-8}$	55,50000

табл. 7, 8 наведені перерізи збудження кулонівських (протони) та відцентрових (нейтрони) резонансів при непружному розсіянні електронів на кут  $\theta' = 60^\circ$ , а в табл. 9 наведені перерізи збудження кулонівських (лише протони) резонансів при непружному розсіянні електронів на кут  $\theta' = [10^{-12}] \times 1^\circ \lll \frac{m\omega}{\varepsilon\varepsilon'}$ .

Щоб проілюструвати окремі, зазначені вище твердження, розглянемо як приклад розсіяння електронів високих енергій ( $\varepsilon = 500$  МеВ;  $\theta' = 60^\circ$ ) [11] на атомному ядрі  $^{119}\text{Sn}$ . Параметри потенціалу Вудса–Саксона вибираємо в такий спосіб, щоб 50 протонів та 69 нейтронів цього ядра можна було ефективно розмістити у зв'язаних станах, розрахованих у вибраному оболонковому потенціалі<sup>8</sup>.

<sup>8</sup> Зауважимо, що вибір параметрів потенціалу Вудса–Саксона на основі лише однотипних експериментальних даних – це неоднозначна операція. Використовуючи результати окремих фізичних експериментів, часто можемо вказати лише межі, в яких змінюються параметри оболонкового потенціалу. У цьому та всіх наступних розрахунках параметри потенціалу Вудса–Саксона  $a$  та  $r_0$  зафіксовані:  $a = 0,55$  Фм;  $r_0 = 1,24$  Фм. Необхідні зміни в структуру ядерних спектрів здійснюємо, змінюючи параметр  $V_{0x}$ .

Таблиця 7. Питомі перерізи збудження  $\sigma_{pnl \rightarrow pNL}^{ur}$  (в нб/ср) протонних кулонівських резонансів при непружному розсіянні електронів на кут  $\theta' = 60^\circ$  на ядрі  $^{119}\text{Sn}$ . Параметр глибини потенціалу Вудса–Саксона (МеВ):  $V_{0p} = 58,6$  МеВ. Енергія налітаючих електронів  $\epsilon = 500$  МеВ

$\sigma_{pnl \rightarrow pNL}^{ur}$					
Квантові числа $pNL$ кулонівських резонансів					
$[pnl] \downarrow$	15	23	31	16	17
10	$4,770 \cdot 10^{-3}$	$7,591 \cdot 10^{-3}$	$4,3712 \cdot 10^{-3}$	$5,1680 \cdot 10^{-3}$	0,1063
11	$1,194 \cdot 10^{-2}$	$1,259 \cdot 10^{-2}$	$3,1082 \cdot 10^{-3}$	0,1324	0,4333
12	0,1120	0,1574	0,0690	0,4047	0,9243
20	0,1948	0,3064	0,1381	0,3564	0,3925
13	0,3379	0,3628	0,1374	0,8411	1,4070
21	0,3815	0,7533	0,4227	0,3730	0,4695
14	0,6688	0,4884	0,0942	1,2521	1,7340

Таблиця 8. Питомі перерізи збудження  $\sigma_{nl(n) \rightarrow NL(n)}^{ur}$  (нб/ср) нейтронних (відцентрових) резонансів, енергії збудження цих відцентрових резонансів (МеВ) та інтегральні перерізи розсіяння  $\sigma_{[r]}^{i(n)}$  (нб/ср) при непружному розсіянні електронів на кут  $\theta' = 60^\circ$  на ядрі  $^{119}\text{Sn}$ . Параметр глибини потенціалу Вудса–Саксона (МеВ):  $V_{0n} = 44,8$  МеВ. Позначення:  $[r] \equiv nl(n) \rightarrow NL(n)$ . Енергія налітаючих електронів  $\epsilon = 500$  МеВ

Зв'язані стани	Питомі перерізи нейтронних $NLn$ -резонансів (нб/ср), енергії збудження цих резонансів $\omega_{[r]}$ (МеВ), інтегральні перерізи розсіяння $\sigma_{[r]}^{in}$ (нб/ср)					
	$nl(n)$	$23n$	$\omega_{nl(n) \rightarrow 23n}$	$16n$	$\omega_{nl(n) \rightarrow 16n}$	$\sigma_{[r]}^{i(d)}$ (нб/ср)
10	$4,133 \cdot 10^{-4}$	39,70	$9,222 \cdot 10^{-4}$	45,88	27,44	29,67
11	$1,488 \cdot 10^{-3}$	34,17	$1,895 \cdot 10^{-2}$	40,35	27,57	29,70
12	$1,910 \cdot 10^{-2}$	27,55	$6,366 \cdot 10^{-2}$	33,72	27,73	29,86
20	$3,923 \cdot 10^{-2}$	25,23	$6,326 \cdot 10^{-2}$	31,41	27,80	29,89
13	$4,971 \cdot 10^{-2}$	20,01	0,141	26,18	27,83	30,13
21	0,107	16,69	$7,870 \cdot 10^{-2}$	22,86	27,81	30,40
14	$7,377 \cdot 10^{-2}$	11,71	0,223	17,88	28,18	30,17
22	0,141	8,01	0,109	14,18	27,94	29,95
30	0,150	6,93	$1,099 \cdot 10^{-2}$	13,10	28,17	29,71

Варто також зауважити, що квазідискретні рівні, енергія яких близька до енергії  $V_C$  кулонівського бар'єра ядра, мають досить значну півширину  $\gamma_{xNL}$ . Прикладом такого квазідискретного стану є стан з квантовими числами  $xNL = p17$ . І хоча нерівність  $\gamma_{xNL} \ll E_{xNL}$  для таких станів все ще має силу, сильна нерівність  $\gamma_{xNL} \ll \Delta E_s \ll \omega_{xnl \rightarrow xNL}$  вже не виконується, а тому розрахунки (згідно з формулою (22)) для таких високолежащих квазідискретних рівнів, що зароджуються, суттєво втрачають в точності. Наприклад, питомі перерізи збудження таких резонансів, розраховані

згідно з тією ж формулою (22), будуть мати завищені значення. Отже, розрахунки для таких квазідискретних станів носять попередній і оціночний характер.

Переглядаючи питомі перерізи збудження кулонівських та відцентрових резонансів при розсіянні електронів на великий кут  $\theta' = 60^\circ$ , наведені в табл. 7, 8, можемо відзначити малу величину та малопомітне зростання вказаних перерізів для протонів та нейтронів зовнішніх оболонок, а також таке ж незначне зростання питомих перерізів збудження резонансів із зростанням квантового чи-

сла  $L$  резонансу при незмінному квантовому числі  $N \equiv N_L$ .

Звернемо увагу також на практично незмінну величину інтегрального перерізу розсіяння, розрахованого з врахуванням перерозсіяння в кінцевому стані (табл. 8, 5-й стовпчик) та в плоскохвильовому наближенні (табл. 8, 6-й стовпчик), при вибиванні нейтронів із всіх нейтронних оболонок ядра  $^{119}\text{Sn}$ . Іншими словами, інтегральна розсіювальна здатність нуклона (і протона [30], і нейтрона) в умовах досліджуваної кінематики практично не залежить від квантових чисел оболонки, в якій рухається ядерний нуклон.

Зауважимо також, що при великих кутах непружного розсіяння електронів високих енергій питомі перерізи збудження і протонів, і нейтронів – це однопорядкові величини. Теорія свідчить, що не можна нехтувати нейтронною компонентою ядер в експериментах по непружному розсіянню електронів високих енергій на великі кути. Втім та сама теорія засвідчує, що при непружному розсіянні електронів на надмалі кути нейтронну компоненту ядер можна не враховувати. Деякі особливості  $0 - 0'$ -розсіяння електронів високих енергій на ядрі  $^{119}\text{Sn}$  ми розглянемо в наступному розділі даної роботи.

### 5. Непружне розсіяння електронів на надмалі кути. Феномен дипольного гігантського резонансу

Щоб розглянути можливість проінтерпретувати таке добре відоме в ядерній фізиці явище, як гігантський дипольний резонанс у рамках оболонкової моделі ядра, розглянемо особливості непружного розсіяння електронів на надмалі кути:  $\theta' = [10^{-12}] \times 1^\circ \lll \frac{m\omega}{\varepsilon\varepsilon'}$ . Перш за все зауважимо, що для розрахунку різнобічних перерізів непружного розсіяння електронів високих енергій на атомних ядрах необхідно вміти досить точно розрахувати інтеграл перекриття [31]:

$$I(\mathbf{K}, \mathbf{q}, nlm) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} d\mathbf{r} \psi_{\mathbf{K}}^{(-)*}(\mathbf{r}) \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) \varphi_{nlm}(\mathbf{r}). \quad (35)$$

В нашій роботі ми використовуємо таку розрахункову схему. Користуючись стандартними розвиненнями функцій  $\psi_{\mathbf{K}}^{(-)*}(\mathbf{r})$  та  $\exp(i\mathbf{q}\mathbf{r})$  в ряди по сфе-

ричних функціях [31], а також значеннями інтегралу від трьох сферичних функцій [36], можемо записати:

$$I(\mathbf{K}, \mathbf{q}, nlm) = (4\pi)^2 \times \sum_{l_k=0}^{l_k=\infty} \sum_{m_k=-l_k}^{m_k=+l_k} \sum_{l_q=0}^{l_q=\infty} \sum_{m_q=-l_q}^{m_q=+l_q} \sqrt{\frac{(2l_q+1)(2l+1)}{4\pi(2l_k+1)}} \times \langle i \rangle^{l_q+l_k} (-1)^{l_k} \langle l_q 0 l 0 | l_k 0 \rangle \langle l_q 0 l m | l_k m \rangle \times B_{l_k l_q}(K, q, nl) Y_m^{l_k*} \left( \frac{\mathbf{K}}{K} \right) Y_m^{l_q} \left( \frac{\mathbf{q}}{q} \right), \quad (36)$$

де

$$B_{l_k l_q}(K, q, nl) = \int_0^b [R_{K l_k}(r) j_{l_q}(qr) R_{nl}(r) r^2 dr] / [(G_{l_k}(Kb) R'_{l_k}(b) - G'_{l_k}(Kb) R_{l_k}(b))] + i(F_{l_k}(Kb) R'_{l_k}(b) - F'_{l_k}(Kb) R_{l_k}(b)). \quad (37)$$

Скориставшись відомим із теорії сферичних функцій [36] результатом

$$Y_m^l(\nu) |_{\nu \parallel e_z} = \delta_{m0} \sqrt{\frac{(2l+1)}{4\pi}}, \quad (38)$$

а також властивостями коефіцієнтів Клебша–Гордона [36], рівність (36) в системі координат, де  $e_z \parallel \mathbf{q}$ , можемо представити в такому вигляді:

$$I(\mathbf{K}, \mathbf{q}, nlm) = (4\pi) \sum_{l_k=0}^{l_k=\infty} \sum_{k=0}^{k=l} (2l_q+1) \times \sqrt{\frac{(2l+1)}{(2l_k+1)}} (i)^{l_q+l_k} (-1)^{l_k} \langle (l_k-l+2k) 0 l 0 | l_k 0 \rangle \times \langle (l_k-l+2k) 0 l m | l_k m \rangle B_{l_k l_q}(K, q, nl) Y_m^{l_k*}(\nu_{\mathbf{K}}) \quad (39)$$

де

$$\nu_{\mathbf{K}} = \left( \frac{\mathbf{K}}{K} \right). \quad (40)$$

І, нарешті, функція збуреного розподілу нуклонів по імпульсах  $G_{xNL}(\mathbf{q}, \mathbf{K})$ , визначена в (8), може

бути представлена в такому вигляді:<sup>9</sup>

$$\begin{aligned}
 G_{xnl}(\mathbf{q}, \mathbf{K}) &= \frac{1}{(2l+1)(2\pi)^3} \times \\
 &\times \sum_{m=-l}^{m=l} \left| \int (\psi_{\mathbf{K}}^{(-)*}(\mathbf{r}) \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) \varphi_{xnlm}(\mathbf{r})) d^3\mathbf{r} \right|^2 = \\
 &= \frac{2}{\pi} \sum_{m=-l}^{m=l} \left| \sum_{l_k=0}^{l_k=L_{\max}} \sum_{k=0}^{k=l} (2l_q+1) \sqrt{\frac{1}{(2l_k+1)}} \times \right. \\
 &\times (i)^{l_q+l_k} (-1)^{l_k} \langle (l_k-l+2k)0 \ l_0|l_k0 \rangle \times \\
 &\times \langle (l_k-l+2k)0 \ l_m|l_k m \rangle \times \\
 &\times B_{l_k l_q}(K, q, nl) Y_m^{l_k*}(\nu_{\mathbf{K}}) \Big|^2. \quad (41)
 \end{aligned}$$

Експеримент [10] засвідчує, що переріз непружного розсіяння електронів високих енергій на ядрах суттєво зростає при зменшенні кута непружного розсіяння електронів на всіх без винятку атомних ядрах. Як свідчать теоретичні розрахунки ([8, 9]) інтерпретація експерименту [10] залишається незмінною при суттєвому зменшенні кута розсіяння електронів. Оскільки ж існує деяка імовірність (і навіть нагальна необхідність) розширення області експериментальних досліджень непружного розсіяння електронів при малих та надмалих кутах розсіяння електронів, авторами [31] була розроблена техніка та були виконані попередні

<sup>9</sup> Стосовно ж чисельних результатів даної роботи можна зауважити таке. Розрахунки основних компонент, що визначають переріз непружного розсіяння електрона на атомному ядрі (функція збуреного розподілу  $G_{xnl}(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{K})$  та функція  $P(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ ), відносно нескладно проконтролювати – розрахунки цих функцій піддаються безпосередньому та незалежному математичному контролю [31]. Найбільшою несподіванкою розрахунку перерізу розсіяння електронів високих енергій на ядрах є той факт, що найбільша імовірність можливої похибки зазначених розрахунків криється у відносно нескладних розрахунках простих множників, що містяться у формулі (2) для перерізу електродезінтеграції ядер (наприклад, функції  $S_x(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{K})$ , визначеній в (6)). Контроль вказаних розрахунків за допомогою калькулятора, як правило, часто досить неефективний: автор відтворює (не без допомоги калькулятора) ті ж помилки, які вже припущені ним при програмуванні даної задачі. Зважаючи на важливість конкретних розрахунків при порівнянні отриманих теоретичних результатів з експериментальними даними, більш надійним в даному випадку варто вважати дублювання розрахунків, що виконується, незалежно складеними програмами різних наукових груп.

розрахунки перерізів непружного розсіяння електронів на малі та надмали кути ( $\theta' \lesssim 10^{-10}$ ).

Порівнюючи отримані результати, в першу чергу акцентуємо увагу на нетривіальній відмінності в одиницях [нб/ср] ( $\theta' = 60^\circ$ )<sup>10</sup> та барни ( $\theta' = [10^{-12}] \times 1^\circ$ ), в яких вимірюються ідентичні величини (перерізи збудження кулонівських резонансів) для вказаних вище двох варіантів розсіяння електронів. Принагідно зауважимо, що практично стопроцентний внесок у щойно вказану відмінність належить функції  $P(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ , визначеній в (7).

Наступна неординарна і твердо встановлена відмінність (табл. 9) полягає в очевидному домінуванні перерізів збудження кулонівських резонансів за рахунок дипольних переходів над перерізами, зумовленими переходами більших мультипольностей при непружному розсіянні електронів на надмали кути  $\theta' \lll 1$ . Іншими словами, мультипольність переходу в цьому випадку ( $\theta' \lll 1$ ) відіграє домінуючу роль. Зауважимо також, що в даному випадку вся відповідальність за зазначений феномен належить іншій функції, а саме  $G_{xnl}(\mathbf{q}, \mathbf{K})$ , визначеній в рівності (8). Варто також відзначити, що згаданий вище результат не залежить від похибки в коефіцієнті, що стоїть перед добутком функцій  $P(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$  та  $G_{xnl}(\mathbf{q}, \mathbf{K})$ .

Зауважимо, що саме неординарна величина перерізів збудження (десятки та сотні барн для представленої кінематики розсіяння) кулонівських резонансів визначає нетривіальні можливості суттєвого впливу цих резонансів на перебіг процесів електродезінтеграції атомних ядер при непружному розсіянні електронів високих енергій. Зауважимо також, що визначення параметрів потенціалу розширеної оболонкової та інших моделей атомних ядер не в останню чергу суттєво залежить від можливостей відповідних ядерних експериментів.

Користуючись емпіричними формулами для визначення середньої довжини пробігу електрона в атомному ядрі, можемо стверджувати, що релятивістський електрон, рухаючись, наприклад, в атомному ядрі  $^{119}\text{Sn}$ , досить вільно проникає крізь центр цього атомного ядра. Із табл. 9 випливає,

<sup>10</sup> Відмінність в одиницях вимірювання питомих перерізів в даному випадку неістотна, оскільки питомі перерізи, що вимірюються в [нб/ср], при відомій геометрії експерименту (вважаємо, що  $\Delta\Omega_{\text{exper}} \ll 1$ ) легко переходять в прості [нб].

Таблиця 9. Питомі перерізи збудження  $\sigma_{nl(n) \rightarrow NL(n)}^{ur}$  (б) протонних кулонівських резонансів при непружному розсіянні електронів на кут  $\theta' = 10^{-12} \times 1^\circ \ll \frac{m\omega}{\varepsilon\varepsilon'}$  на ядрі  $^{119}\text{Sn}$ . Параметр глибини потенціалу Вудса–Саксона (MeV):  $V_{0p} = 58,6$  MeV. Енергія налітаючих електронів  $\varepsilon = 500$  MeV

$[pnl] \downarrow$	$[pNL \rightarrow] 15$	23	13	16	17
10	$2,721 \cdot 10^{-6}$	$8,558 \cdot 10^{-4}$	$3,7342 \cdot 10^{-5}$	$5,4054 \cdot 10^{-7}$	$6,4525 \cdot 10^{-6}$
11	$1,186 \cdot 10^{-4}$	$7,352 \cdot 10^{-3}$	$6,6438 \cdot 10^{-3}$	$1,2378 \cdot 10^{-5}$	$1,2662 \cdot 10^{-4}$
12	$5,630 \cdot 10^{-3}$	$2,505 \cdot 10^{-2}$	$2,9398 \cdot 10^{-3}$	$2,8603 \cdot 10^{-4}$	$4,0838 \cdot 10^{-4}$
20	$1,865 \cdot 10^{-7}$	$6,661 \cdot 10^{-3}$	$2,5291 \cdot 10^{-2}$	$1,1900 \cdot 10^{-5}$	$5,7686 \cdot 10^{-4}$
13	0,298	0,203	$1,3172 \cdot 10^{-2}$	$9,9552 \cdot 10^{-3}$	$1,1255 \cdot 10^{-3}$
21	$1,703 \cdot 10^{-6}$	0,241	0,2899	$8,6609 \cdot 10^{-5}$	$1,0697 \cdot 10^{-3}$
14	29,83	2,5605	$3,6267 \cdot 10^{-3}$	0,4062	$1,9780 \cdot 10^{-2}$

що перерізи електророзщеплення внутрішніх оболонок  $^{119}\text{Sn}$ , тобто, вибивання протонів із глибоких оболонок цього ядра, занадто малі, щоб суттєво змінити траєкторію при повторному непружному розсіянні електрона на протоні внутрішньої оболонки  $^{119}\text{Sn}$ . Винятком із наведеного твердження в рамках оболонкової моделі, що використовується, може служити лише результат зіткнення релятивістського електрона із одним із 10 протонів  $p1f$ -оболонки (в нашій моделі  $xnl = p14$ ). Теорія стверджує, що імовірність такого зіткнення надзвичайно висока – адже переріз збудження  $p1G$ -кулонівського резонансу визначається (як для випадку електромагнітної взаємодії) неймовірно великим числом – десятками і навіть сотнями барнів. Безумовно, такий нетривіальний результат в обов'язковому порядку може ще проявитися в різноманітних аспектах теорії непружного розсіяння електронів високих енергій на ядрах.

Отриманий вище результат являється також основою для очевидної інтерпретації феномену дипольного гігантського резонансу в рамках саме оболонкової моделі(!) атомного ядра. Принаймні не викликає сумніву факт якісної (і навіть кількісної) коректної інтерпретації зменшення енергії дипольного гігантського резонансу при збільшенні атомної ваги хімічного елемента. Зауважимо, наприклад, що енергія збудження  $\omega_{[r]}$  кулонівських резонансів в оболонковій моделі ядра зменшується від величини  $\omega_{[r]} \sim 20$  MeV в ядрі  $^{12}\text{C}$  до  $\omega_{[r]} \sim 7$  MeV в ядрі  $^{208}\text{Pb}$ . Ще раз зазначимо, що фізичні (квантово-механічні) властивості квазіреальних ( $q_\mu^2 \approx 0$ ) та реальних ( $q_\mu^2 \equiv 0$ ) фотонів в області атомного ядра практично ідентичні.

Отже, теорія непружного розсіяння електронів високих енергій на ядрах вказує ще на один альтернативний підхід до інтерпретації феномену дипольного гігантського резонансу і якісно вірно відтворює загально відомі експериментальні дані про це електроядерне явище. Зазначимо також, що, як випливає із щойно сказаного, для експериментального вивчення феномену гігантського дипольного резонансу тепер уже в рамках оболонкової моделі атомного ядра можна скористатись також і процесами непружного розсіяння електронів високих енергій на малі та надмалі кути.

1. А.Г. Ситенко, В.Н. Гурьев, ЖЭТФ **39**, 1208 (1960).
2. K.W. McVoy and L. Van Hove, Phys. Rev. **125**, 1034 (1962).
3. R.S. Willey, Nucl. Phys. **40**, 529, (1963).
4. W. Czyż, Phys. Rev. **131**, 2141 (1963).
5. V. Devanathan, Ann. Phys. **43**, 74 (1967).
6. В.К. Тартаковский, А.А. Пасичный, УФЖ **13**, 1361 (1968).
7. А.А. Пасичный, В.К. Тартаковский, УФЖ **13**, 2013 (1968).
8. А.Г. Ситенко, А.А. Пасичный, В.К. Тартаковский, ЯФ **12**, 1208 (1970).
9. А.А. Пасичный, УФЖ **17**, 1130 (1972).
10. Н.Г. Афанасьев, И.М. Аркатов, В.Г. Власенко, В.А. Гольдштейн, С.В. Дементий, Э.Л. Кушленников, В.И. Огурцов, В.И. Старцев, Сечения квазиупругого рассеяния электронов ядрами  $^6\text{Li}$ ,  $^7\text{Li}$ ,  $^9\text{Be}$ ,  $^{12}\text{C}$ ,  $^{27}\text{Al}$ ,  $^{28}\text{Si}$ ,  $^{32}\text{S}$ ,  $^{39}\text{K}$ ,  $^{40}\text{Ca}$  (Препринт ХФТИ 74-7, Харьков, 1974).
11. R.R. Whitney *et al.*, Phys. Rev. **C 9**, 2230 (1974).
12. Л. Маттис, Дж. Вуд, А. Свитендик Расчет электронных энергетических зон с помощью симметризованных присоединенных плоских волн. Сб.: Вычислительные методы в теории твердого тела, 75 (Мир, Москва, 1975).

13. J. Mougey *et al.*, Nucl. Phys. A **262**, 461 (1976).
14. А.А. Пасичный, УФЖ **22**, № 12, 2039 (1977).
15. В.В. Балашов, *Квантовая теория столкновений* (Изд-во МГУ, Москва, 1985).
16. J.S. O'Connell *et al.*, Phys. Rev. C **35**, 1063 (1987).
17. А.И. Ахиезер, А.Г. Ситенко, В.К. Тартаковский, *Электродинамика ядер* (Наукова думка, Киев, 1989).
18. А.А. Пасичный, ЯФ **54**, 1543 (1991).
19. А.А. Пасичный, УФЖ **37**, 487 (1992).
20. M. Zhongyu and F. Dachun, Phys. Rev. C **45**, 811 (1992).
21. G. Garino *et al.*, Phys. Rev. C **45**, 780 (1992).
22. V.R. Pandharipande and S.C. Pieper, Phys. Rev. C **45**, 791 (1992).
23. А.А. Пасичный, УФЖ **38**, 1619 (1993).
24. D.V. Day *et al.*, Phys. Rev. C **48**, 1849 (1993).
25. C.F. Williamson *et al.*, Phys. Rev. C **56**, 3152(1997).
26. D. Dutta *et al.*, Phys. Rev. C **61**, 061602(R),(2000).
27. A. Meucci, C. Giusti, and F.D. Pacati, Phys. Rev. C **64**, 014604 (2001).
28. O. Benhar, D. Day, and I. Sick, Rev. Mod. Phys. **80** 189 (2008).
29. А.А. Пасичный, О.А. Пригодюк, ЯФ **68**, 2051 (2005).
30. А.А. Пасичный, ЭЧАЯ **41**, 197 (2010).
31. А.А. Pasichnyi and O.A. Prygodiuk, Open Journal of Microphysics (OJM) **3**, 12 (2013).
32. К.Н. Мухин, *Экспериментальная ядерная физика. Т. 1. Физика атомного ядра* (Атомиздат, Москва, 1974).
33. J.J. Sakurai, *Advanced quantum mechanics* (Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1967).
34. В.Б. Берестецкий, Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский, *Квантовая электродинамика* (Наука, Москва, 1989).
35. А.И. Базь, Я.Б. Зельдович, Переломов *Рассеяние, распады и реакции в нерелятивистской квантовой механике* (Атомиздат, Москва, 1971).
36. Д.А. Варшалович, А.Н. Москалев, В.К. Херсонский, *Квантовая теория углового момента* (Наука, Ленинград, 1975).
37. С. Кунин, *Вычислительная физика* (Мир, Москва, 1992).
38. H.F. Lutz and M.D. Karvelis, Nucl. Phys. **43**, 31(1963).

Одержано 18.11.12

А. Пасичный, В. Пригодюк

КУЛОНОВСКИЕ РЕЗОНАНСЫ,  
КВАЗИРЕАЛЬНЫЕ ФОТОНЫ И ФЕНОМЕН  
ДИПОЛЬНОГО ГИГАНТСКОГО РЕЗОНАНСА

Р е з ю м е

В рамках оболочечной модели ядра исследованы различные аспекты влияния кулоновских резонансов и квазиреальных фотонов на динамику электрорасщепления ядер электронами высоких энергий. Особенности численных методов исследования сечений неупругого рассеяния электронов высоких энергий на ядрах также рассмотрены в данной работе.

А.А. Pasichnyi, O.A. Prygodiuk

COULOMB RESONANCES,  
QUASIREAL PHOTONS, AND GIANT  
DIPOLE RESONANCE PHENOMENON

S u m m a r y

Various aspects of the influence of Coulomb resonances and quasireal photons on the dynamics of nuclear electrodisintegration by high-energy electrons have been studied in the framework of the nuclear shell model. Some peculiarities of numerical methods used to study the inelastic scattering cross-sections of high-energy electrons are also considered.