

О.М. МАХАНЕЦЬ, А.І. КУЧАК, В.І. ГУЦУЛ

Чернівецький національний університет ім. Ю.Федьковича  
(Вул. Коцюбинського, 2, Чернівці 58012,; e-mail: kt@chnu.edu.ua)

## СПЕКТРАЛЬНІ ПАРАМЕТРИ ЕЛЕКТРОНА В БАГАТОШАРОВІЙ ЦИЛІНДРИЧНІЙ НАПІВПРОВІДНИКОВІЙ НАНОТРУБЦІ З ДОНОРНОЮ ДОМІШКОЮ НА АКСІАЛЬНІЙ ОСІ

УДК 538.958, 538.975

*У моделі ефективних мас та прямокутних потенціалів із залученням модифікованого варіаційного методу Бете досліджено спектральні параметри електрона в багатошаровій циліндричній напівпровідниковій нанотрубці з донорною домішкою на аксіальній осі. Проаналізовано залежності енергій зв'язку електрона з домішкою та сил осциляторів внутрішньозонних оптичних квантових переходів від геометричних параметрів складної нанотрубки на основі напівпровідників GaAs та  $Al_{0,4}Ga_{0,6}As$ .*

*Ключові слова:* напівпровідникова нанотрубка, донорна домішка, енергія зв'язку, сила осцилятора.

### 1. Вступ

Напівпровідникові наногетеросистеми вивчаються як теоретично, так і експериментально вже більше 20 років. На даний час експериментальні можливості вже дозволяють вченим формувати ансамблі простих (з однією квантовою ямою для електрона) та складних кількешарових напівпровідникових нанотрубок з чіткими геометричними формами [1–4].

Можливість різної локалізації квазічастинок у кількешарових нанотрубках дозволяє використовувати їх у ролі базових елементів сучасних наноприладів (тунельні нанодіоди, нанотранзистори, наносенсори і т. п.). Коефіцієнт корисної дії таких наноприладів повинен значно переважати той, який отримується у вже функціонуючих на основі простих квантових дротів. Зокрема, можлива локалізація носіїв заряду у внутрішній дротині суттєво зменшує інтенсивність поверхневого розсіювання та взаємодію з іншими дисипативними підсистемами.

Для таких наносистем циліндричної та шестигранної симетрії уже розроблена теорія екситонного і фононного спектрів, а також теорія електрон-екситон-фононної взаємодії, яка добре узгоджується як з експериментальними результатами, так і з загальними фізичними міркуваннями [5–7].

Зрозуміло, що наявність домішок у нанотрубках суттєво впливатиме на їхні фізичні властивості, що, в свою чергу, відобразиться на фізичних характеристиках наноприладів, створених на їх основі.

Зазначимо, що на даний час можливість контролюваного легування напівпровідникових наносистем домішками експериментально реалізована лише для сферичних квантових точок, отриманих методами колоїдної хімії. Зокрема, автори робіт [8, 9] дослідили вплив розташування домішки на інтенсивність квантових переходів електрона у сферичних квантових точках на основі напівпровідників ZnSe, CdS, ZnS. Зрозуміло, що швидкий розвиток експериментальних технологій епітаксійного росту наносистем дасть можливість контролювано вводити домішки і у складні напівпровідникові нанотрубки GaAs/ $Al_xGa_{1-x}As$  [3, 4].

Дослідження енергії зв'язку електрона з домішкою у циліндричних квантових дротах чи простих нанотрубках стикається із серйозними математичними труднощами, пов'язаними з тим, що необхідно узгоджувати між собою сферичну симетрію кулонівського потенціалу взаємодії між електроном та домішкою із несферичною симетрією самої системи. Тому для вивчення перенормованого домішкою електронного спектра в переважній більшості робіт використовується варіаційний метод Рітца [10–16]. Однак цей метод дозволяє досить точно і просто описати лише основний стан електрона. Вибір варіаційної функції для

збуджених станів є неоднозначним та громіздким [15]. Значно інформативнішим є метод ефективного потенціалу, який раніше використовувався для теоретичного дослідження екситонного спектра у простих та складних напівпровідникових нанотрубках [7, 17].

Наскільки нам відомо, питання взаємодії електрона з донорною домішкою у складній кількочаровій напівпровідниковій нанотрубці не досліджувалось взагалі. Тому метою даної роботи є побудова одного із можливих теоретичних підходів для дослідження енергетичного спектра електрона у складній циліндричній напівпровідниковій нанотрубці з донорною домішкою на її аксіальній осі. Як приклад будуть проаналізовані залежності енергій зв'язку електрона з домішкою та сил осциляторів внутрішньозонних квантових переходів від геометричних параметрів наносистеми на основі напівпровідників GaAs і  $\text{Al}_{0,4}\text{Ga}_{0,6}\text{As}$ .

## 2. Теорія енергетичного спектра та хвильових функцій електрона в багатошаровій циліндричній напівпровідниковій нанотрубці з донорною домішкою на аксіальній осі

Досліджується складна циліндрична напівпровідникова нанотрубка, що складається із квантового дроту радіуса  $\rho_0$  (середовище “0” – GaAs), тонкого напівпровідникового шару-бар'єра товщиною  $\Delta$  (“1” –  $\text{Al}_{0,4}\text{Ga}_{0,6}\text{As}$ ) та нанотрубки товщиною  $h$  (“2” – GaAs), вміщених у зовнішнє середовище (“3” –  $\text{Al}_{0,4}\text{Ga}_{0,6}\text{As}$ ). Геометричну та енергетичну схеми такої нанотрубки зображено на рис. 1. З міркувань симетрії усі подальші розрахунки зручно виконувати у циліндричній системі координат  $(\rho, \varphi, z)$  з віссю  $Oz$  вздовж аксіальної осі складної нанотрубки. Донорна домішка розташована в початку координат і створює додатковий притягальний кулонівський потенціал, зображений на рис. 1 штриховою лінією.

Розрахунок спектральних параметрів електрона, що взаємодіє з домішкою, далі здійснюється у моделі ефективних мас. Ця модель, незважаючи на свою відносну простоту, дозволяє адекватно описувати енергетичні спектри електронів, дірок чи екситонів у наносистемах різної симетрії. Одержані в межах цієї моделі результати цілком узго-

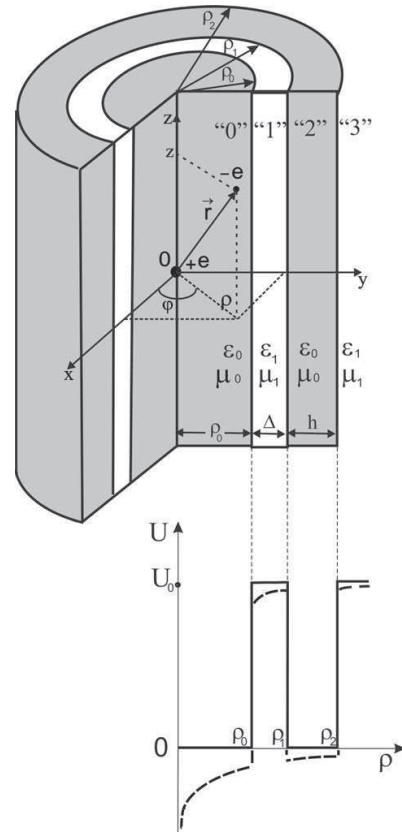


Рис. 1. Геометрична та енергетична схеми багатошарової нанотрубки

джуються із експериментальними вимірами навіть для наносистем з розмірами порядку декількох нанометрів [5, 7, 18, 19].

Отже, діелектричні проникності, ефективні маси та потенціальні енергії електрона вважаються відомими у всіх областях складної нанотрубки

$$\begin{aligned} \varepsilon(\rho) &= \begin{cases} \varepsilon_0, & \mu(\rho) = \begin{cases} \mu_0, \\ \mu_1, \end{cases} \\ \varepsilon_1, & \end{cases} \\ U(\rho) &= \begin{cases} 0, & 0 \leq \rho \leq \rho_0, \quad \rho_1 \leq \rho \leq \rho_2, \\ U_0, & \rho_0 \leq \rho \leq \rho_1, \quad \rho > \rho_2. \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

Для того щоб знайти енергетичний спектр та хвильові функції електрона, який взаємодіє з домішкою, необхідно розв'язати стаціонарне рівняння Шредінгера:

$$\hat{H}(\rho, \varphi, z)\Psi(\rho, \varphi, z) = E\Psi(\rho, \varphi, z) \quad (2)$$

з гамільтоніаном

$$\hat{H}(\rho, \varphi, z) = \hat{H}_0(\rho, \varphi) - \frac{\hbar^2}{2\mu(\rho)} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + V(\rho, z). \quad (3)$$

Тут

$$\hat{H}_0(\rho, \varphi) = -\frac{\hbar^2}{2} \nabla_{\rho, \varphi} \frac{1}{\mu(\rho)} \nabla_{\rho, \varphi} + U(\rho) \quad (4)$$

– гамільтоніан, що описує рух електрона у площині, перпендикулярній до аксіальної осі нанотрубки без домішки; другий доданок у правій частині (3) визначає кінетичну енергію електрона вздовж осі  $Oz$ ;

$$V(\rho, z) = -\frac{e^2}{\varepsilon(\rho) \sqrt{\rho^2 + z^2}} \quad (5)$$

– потенціальна енергія взаємодії між електроном і домішкою.

Зауважимо, що рівняння Шредінгера з гамільтоніаном (4) розв'язується точно. Оскільки метод такого теоретичного розрахунку був детально викладений у наших роботах [5, 6], у цій роботі ми опустимо всі аналітичні викладки і далі вважатимемо енергетичний спектр ( $E_{n_\rho m}^{(0)}$ ) та хвильові функції

$$\varphi_{n_\rho m}^{(0)}(\rho, \varphi) = R_{n_\rho m}(\rho) \exp(im\varphi) \quad (6)$$

електрона в наносистемі без домішки відомими. Тут  $R_{n_\rho m}(\rho)$  – радіальні хвильові функції, які в загальному випадку є суперпозицією функцій Бесселя та Неймана цілого порядку,  $n_\rho = 1, 2, 3, \dots$  та  $m = 0, \pm 1, \pm 2$  – радіальне та магнітне квантові числа відповідно.

Рівняння Шредінгера (2) з гамільтоніаном (3) точно не розв'язується через складну залежність потенціальної енергії взаємодії (5) від змінних  $\rho$ ,  $z$  та діелектричної проникності від змінної  $\rho$ . Наближений розв'язок задачі шукається так.

Як видно з таблиці, величини діелектричних проникностей  $\varepsilon_0$  і  $\varepsilon_1$  настільки близькі, що складну циліндричну нанотрубку цілком можна вважати континуумом з сталою середньою діелектричною проникністю ( $\bar{\varepsilon} = (\varepsilon_0 + \varepsilon_1)/2$ ).

#### Параметри складових наносистеми

	$\mu_0$	$U_0$ , MeV	$\varepsilon$	$a$ , Å
GaAs	$0,063m_0$	297	12,9	5,65
Al <sub>0,4</sub> Ga <sub>0,6</sub> As	$0,0962m_0$		11,764	

Далі здійснюється усереднення величини потенціальної енергії взаємодії електрона з домішкою на електронних хвильових функціях (6):

$$V_{n_\rho m}(z) = \frac{e^2}{\bar{\varepsilon}} \iint \frac{|\varphi_{n_\rho m}^{(0)}(\rho, \varphi)|^2}{\sqrt{\rho^2 + z^2}} \rho d\rho d\varphi. \quad (7)$$

Зауважимо, що потенціал (7) не тільки описує кулонівську взаємодію між електроном і домішкою вздовж осі  $Oz$ , а й “ефективно” враховує її у перпендикулярній площині.

Тепер у просторі внутрішньої дротини (“0”) чи нанотрубки (“2”), усереднений на функціях (6), гамільтоніан (3) набуде вигляду

$$\hat{H}(z) = -\frac{\hbar^2}{2\mu_0} \frac{\partial^2}{\partial z^2} - V_{n_\rho m}(z) + E_{n_\rho m}^{(0)}. \quad (8)$$

Зрозуміло, що рівняння Шредінгера з гамільтоніаном (8) для  $z$ -ї компоненти точно не розв'язується. Для його наближеного розв'язку скористаємось модифікованим варіаційним методом Бете [20]. У гамільтоніані (8) додамо і віднімемо потенціал

$$V(z) = -\frac{e^2}{\bar{\varepsilon}} \frac{1}{(\beta + |z|)} \quad (9)$$

з варіаційним параметром  $\beta$ .

Такий потенціал, з одного боку, має основні властивості ефективного потенціалу взаємодії між електроном і домішкою (7), а тому в сумі з кінетичною енергією  $z$ -ї компоненти він дасть енергію зв'язаного стану ( $E_{n_z}$ ), а з іншого боку, в різниці з потенціалом (7) він дасть уже досить малу величину в розумінні теорії збурень

$$\Delta V_{n_\rho m}(z) = \frac{e^2}{\bar{\varepsilon}} \left( \frac{1}{\beta + |z|} - V_{n_\rho m}(z) \right). \quad (10)$$

Рівняння Шредінгера для  $z$ -ї компоненти

$$\hat{H}_z \Psi_{n_z}(z) = E_{n_z} \Psi_{n_z}(z) \quad (11)$$

з гамільтоніаном

$$\hat{H}_z = -\frac{\hbar^2}{2\mu_0} \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{e^2}{\bar{\varepsilon}} \frac{1}{(\beta + |z|)} \quad (12)$$

розв'язується точно [21], а хвильова функція отримується у вигляді

$$\Psi_{n_z}(\beta, z) = A \exp(-\chi(z + \beta)) \times U\left(-\frac{\nu}{2\chi}; 0; 2\chi(z + \beta)\right). \quad (13)$$

$$\text{Тут } \nu = \frac{2\mu_0}{\hbar^2} \frac{e^2}{\varepsilon}, \quad \chi^2 = \frac{2\mu_0}{\hbar^2} E_{n_z}, \quad (14)$$

$A$  – нормувальний множник,  $U$  – конфлюентна гіпергеометрична функція.

Оскільки рівняння (11) з гамільтоніаном (12) симетричне відносно заміни  $z \rightarrow -z$ , то його розв'язки повинні бути або парними, або непарними. Ця вимога приводить до двох крайових умов

$$\left. \frac{\partial \Psi_{n_z}(z)}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \quad \Psi_{n_z}(0) = 0, \quad (15)$$

з яких однозначно визначається енергетичний спектр  $E_{n_z}(\beta)$ .

Тепер енергія електрона, як функція варіаційного параметра  $\beta$ , задається виразом

$$E_{n_\rho m n_z}(\beta) = E_{n_\rho m}^{(0)} + \Delta E_{n_\rho m n_z}(\beta), \quad (16)$$

а хвильові функції

$$\begin{aligned} \Psi_{n_\rho m n_z}(\beta, \mathbf{r}) &= \Psi_{n_z}(\beta, z) \varphi_{n_\rho m}^{(0)}(\rho, \varphi) = \\ &= |n_\rho m n_z\rangle. \end{aligned} \quad (17)$$

Енергія зв'язку ( $\Delta E_{n_\rho m n_z}(\beta)$ ) електрона з домішкою в (16), природно, складається із енергії зв'язаного стану ( $E_{n_z}(\beta)$ ) вздовж осі  $Oz$  і поправки ( $\delta E_{n_\rho m n_z}(\beta)$ ), яка розраховується, як діагональний матричний елемент оператора збурення (10) на хвильових функціях (13)

$$\Delta E_{n_\rho m n_z}(\beta) = E_{n_z}(\beta) + \delta E_{n_\rho m n_z}(\beta), \quad (18)$$

$$\delta E_{n_\rho m n_z}(\beta) = \frac{e^2}{\varepsilon} \langle n_z | \left( \frac{1}{\beta + |z|} - V_{n_\rho m}(z) \right) | n_z \rangle. \quad (19)$$

Знайшовши значення  $\bar{\beta}$ , яка реалізує мінімум функціонала (18)  $\Delta E_{n_\rho m n_z}(\bar{\beta})$ , отримуються кінцеві вирази для енергетичного спектра (16) і хвильових функцій (17) електрона у складній циліндричній напівпровідниковій нанотрубці з донорною домішкою.

Отримані хвильові функції електрона (17) дозволяють також виконати оцінку сил осциляторів внутрішньозонних оптичних квантових переходів за відомою формулою [22, 23]:

$$F_{n_\rho m n_z}^{n'_\rho m' n'_z} \sim (E_{n'_\rho m' n'_z} - E_{n_\rho m n_z}) \left| M_{n_\rho m n_z}^{n'_\rho m' n'_z} \right|^2, \quad (20)$$

де

$$M_{n_\rho m n_z}^{n'_\rho m' n'_z} = \int \psi_{n_\rho m n_z}^* (\bar{\beta}, \mathbf{r}) e\rho \times$$

$$\times \cos \varphi \psi_{n'_\rho m' n'_z} (\bar{\beta}', \mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (21)$$

– дипольний момент переходу.

Зауважимо, що використовуючи явний вигляд хвильових функцій (6) у (21), легко встановити правила добору, згідно з якими ненульовими будуть лише переходи між електронними енергетичними рівнями, для яких різниця магнітних квантових чисел дорівнює  $\pm 1$  ( $\Delta m = \pm 1$ ).

### 3. Аналіз та обговорення результатів

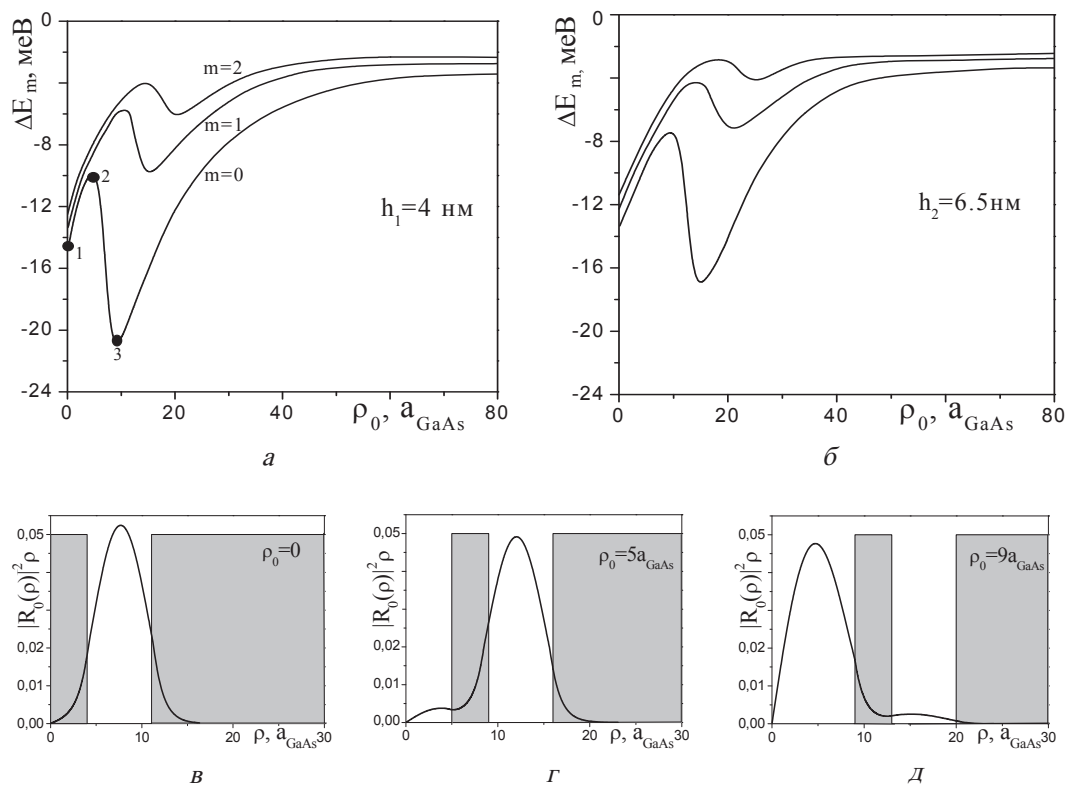
Розрахунок електронного спектра і аналіз його властивостей здійснювався числовими методами на прикладі складної кількешарової циліндричної нанотрубки на основі напівпровідників GaAs/Al<sub>0,4</sub>Ga<sub>0,6</sub>As з матеріальними параметрами, поданими в таблиці ( $m_0$  – маса електрона у вакуумі).

Зауважимо, що надалі розглядатимуться лише ті переходи між електронними рівнями, для яких  $n_\rho = n_z = 1$ ,  $\Delta m = \pm 1$  (як показують дослідження саме такі переходи є домінуючими). Тому в наступному аналізі результатів індекси  $n_\rho$  і  $n_z$ , для зручності, опущені.

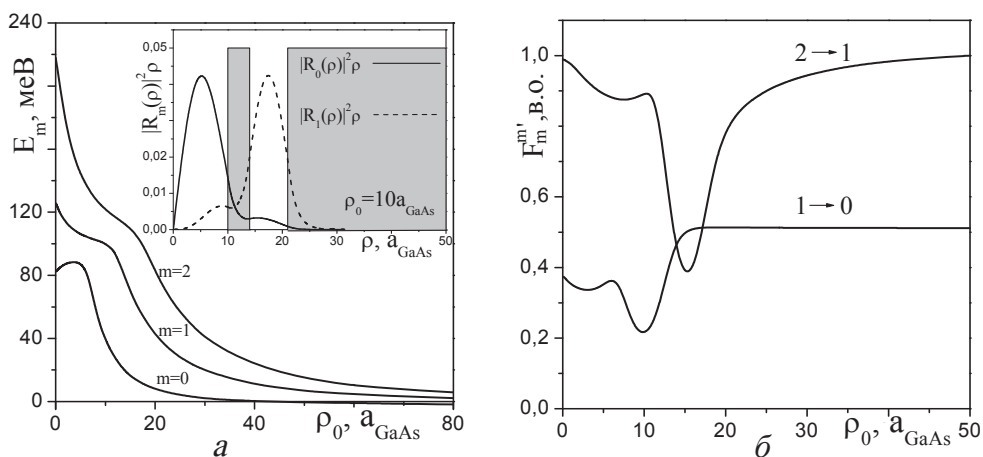
На рис. 2, *a*, *b* наведено залежності від радіуса ( $\rho_0$ ) внутрішньої дротини GaAs енергій зв'язку ( $\Delta E_m$ ) електрона з домішкою при фіксованій товщині шару-бар'єра  $\Delta = 4$  нм і двох різних значеннях товщини нанотрубки  $h_1 = 4$  нм (рис. 2, *a*) та  $h_2 = 6,5$  нм (рис. 2, *b*). Саме такі величини  $\Delta$  і  $h$  є характерними для напівпровідникових нанотрубок, створених експериментально [4].

Як видно з рис. 2, *a*, *b*, енергії зв'язку електрона у всіх станах немонотонно залежать від радіуса внутрішньої дротини  $\rho_0$ , досягаючи певних мінімальних та максимальних значень. Таку поведінку  $\Delta E_m$  легко зрозуміти із простих фізичних міркувань.

Для цього доцільно розглянути розподіл густини ймовірності знаходження електрона в основному стані в наносистемі для трьох значень:  $\rho_0 = 0$  (рис. 2, *в*),  $\rho_0 \approx 5 a_{\text{GaAs}}$  (рис. 2, *г*),  $\rho_0 \approx 9 a_{\text{GaAs}}$  (рис. 2, *д*) (точки 1, 2, 3 на рис. 2, *a*). З рис. 2, *в* видно, що якщо  $\rho_0 = 0$ , то квантова дротина відсутня, а електрон локалізується у просторі нанотрубки товщиною  $h_1 = 4$  нм з певним значенням енергії зв'язку  $\Delta E_1 \approx -14$  MeV (точка "1" на рис. 2, *a*). З появою і збільшенням радіуса внутрішньої дротини абсолютне значення енергії зв'яз-



**Рис. 2.** Залежності від радіуса ( $\rho_0$ ) внутрішньої дротини GaAs енергій зв'язку ( $\Delta E_m$ ) електрона з домішкою при фіксованій товщині шару-бар'єра  $\Delta = 4$  нм і двох різних значень товщини нанотрубки  $h_1 = 4$  нм (рис. 2, а) та  $h_2 = 6,5$  нм (рис. 2, б); розподіл густини ймовірності знаходження електрона в основному стані в наносистемі при  $\rho_0 = 0$  (рис. 2, в),  $\rho_0 = 5a_{\text{GaAs}}$  (рис. 2, г),  $\rho_0 = 9a_{\text{GaAs}}$  (рис. 2, д)



**Рис. 3.** Залежності від радіуса ( $\rho_0$ ) внутрішньої дротини GaAs енергій ( $E_m$ ) ( $m = 0, 1, 2$ ) електрона (а) та сил осциляторів внутрішньозонних оптичних квантових переходів ( $F_m^{m'}$ ) ( $1 \rightarrow 0, 2 \rightarrow 1$ ) (б) при фіксованих товщинах шару-бар'єра  $\Delta = 4$  нм і нанотрубки  $h = 4$  нм

ку зменшується, оскільки ефективна відстань між електроном і домішкою зростає. Мінімального значення  $|\Delta E_1| \approx 10$  MeV енергія зв'язку набуває у точці 2 при  $\rho_0 \approx 5a_{\text{GaAs}}$ . Як видно з рис. 2, з, саме за такого значення  $\rho_0$  хвильова функція електрона починає проникати в область внутрішньої дротини, ефективна відстань між електроном і домішкою зменшується, а абсолютне значення  $\Delta E_1$  при збільшенні радіуса  $\rho_0$  зростає. Максимальне значення енергії зв'язку  $|\Delta E_1| \approx 21$  meV одержується при  $\rho_0 \approx 9a_{\text{GaAs}}$  (точка 3 на рис. 2, а). При цьому, як видно з рис. 2, д, електрон з близькою до одиниці ймовірністю виявляється локалізованим у внутрішній дротині, а ефективна відстань між ним та домішкою мінімальна. Далі зі збільшенням радіуса внутрішньої дротини абсолютне значення енергії зв'язку лише зменшується із виходом на насичення за достатньо великих  $\rho_0$ . Цілоком аналогічно, зміною локалізації електрона в просторі тунельно-зв'язаних між собою квантової дротини і нанотрубки, можна пояснити немонотонну залежність енергій зв'язку електрона у його збуджених станах.

Із порівняння рисунків 2, а та 2, б видно, що збільшення товщини ( $h$ ) нанотрубки веде до зсуву всіх максимальних та мінімальних значень енергії зв'язку в область більших радіусів ( $\rho_0$ ) внутрішньої дротини, а відстань між ними у шкалі енергій зменшується.

На рис. 3, а, б зображено залежності від радіуса ( $\rho_0$ ) внутрішньої дротини GaAs енергій ( $E_m$ ) ( $m = 0, 1, 2$ ) електрона (рис. 3, а) та сил осциляторів внутрішньозонних оптичних квантових переходів ( $F_m^m$ ) ( $1 \rightarrow 0, 2 \rightarrow 1$ ) (рис. 3, б) при фіксованих товщинах шару-бар'єра  $\Delta = 4$  нм і нанотрубки  $h = 4$  нм.

Як видно з рис. 3, а, залежність кожної з енергій електрона  $E_m$  від  $\rho_0$  має немонотонно спадний характер, що, як описано вище, пояснюється різною локалізацією квазічастинки у складній нанотрубі. Зауважимо також, що внаслідок зменшення абсолютного значення енергії зв'язку в області радіусів  $0 \leq \rho_0 \leq 5a_{\text{GaAs}}$ , енергія основного стану електрона зі збільшенням  $\rho_0$  спочатку дещо зростає, досягає максимуму, а лише потім зменшується.

Можливість локалізації електрона, що перебуває в різних станах, в області внутрішньої дротини ( $\rho_0$ ), або нанотрубки ( $h$ ) приводить до складної і немонотонної залежності сил осциляторів внутрі-

шньозонних квантових переходів від  $\rho_0$  (рис. 3, б). Зокрема, для обох типів переходів у відповідних залежностях спостерігається мінімум  $F_m^{m'}$  (для переходу  $1 \rightarrow 0$  в околі  $\rho_0 \approx 10a_{\text{GaAs}}$ ). Наявність мінімуму кривої  $F_0^1$  при  $\rho_0 \approx 10a_{\text{GaAs}}$  цілоком зумовлена слабким перекриттям хвильових функцій електрона у станах з  $m = 0$  та  $m = 1$ , що добре видно із вкладки на рис. 3, а. У випадку малих ( $\rho_0 < 6a_{\text{GaAs}}$ ) або ж великих ( $\rho_0 > 15a_{\text{GaAs}}$ ) радіусів внутрішньої дротини перекриття хвильових функцій електрона у станах з  $m = 0$  та  $m = 1$  значне, а тому значною виявляється величина  $F_0^1$ . Цілоком аналогічні міркування дозволяють пояснити складну поведінку сили осцилятора квантового переходу електрона між станами з  $m = 2$  та  $m = 1$ .

Зауважимо також, що як видно з рис. 3, б, сила осцилятора квантового переходу  $F_1^2$  значно переважає  $F_0^1$  у всій області зміни радіуса  $\rho_0$ , за винятком невеликого околу точки з  $\rho_0 \approx 16a_{\text{GaAs}}$ .

#### 4. Висновки

У моделі ефективних мас та прямокутних потенціалів запропоновано один із можливих теоретичних підходів для дослідження спектральних параметрів електрона у складній циліндричній напівпровідниковій нанотрубі з донорною домішкою на аксіальній осі.

Показано, що енергії зв'язку електрона з домішкою та сили осциляторів внутрішньозонних квантових переходів складно і немонотонно залежать від радіуса внутрішньої дротини  $\rho_0$ , досягаючи певних мінімальних та максимальних значень.

Така поведінка спектральних параметрів електрона цілоком зумовлюється складним характером розподілу густини ймовірності знаходження квазічастинки, що взаємодіє з домішкою, у просторі кількешарової напівпровідникової нанотрубки.

1. P. Mohan, J. Motohisa, and T. Fukui, Appl. Phys. Lett. **88**, 013110 (2006).
2. P. Mohan, J. Motohisa, and T. Fukui, Appl. Phys. Lett. **88**, 133105 (2006).
3. M. Heigoldt, J. Arbiol, D. Spirkoska *et al.*, J. Mater. Chem. **19**, 840 (2009).
4. A. Fontcuberta i Morral, D. Spirkoska, J. Arbiol *et al.*, Small **4**, 899 (2008).
5. O.M. Makhanets, N.R. Tsiupak, and O.M. Voitsekhivska, Semicond. Phys. Quant. Electr. Optoelectr. **15**, 156 (2012).

6. О.М. Маханець, Н.Р. Цюпак, В.И. Гуцул, УФЖ **57**, 1060 (2012).
7. O.M. Makhanets, V.I. Gutsul, N.R. Tsiupak *et al.*, Condens. Matter Phys. **15**, 33704 (2012).
8. Y. Yang, O. Chen, A. Angerhofer, and Y. Charles Cao, J. Am. Chem. Soc. **128**, 12428 (2006).
9. N. Pradhan, D. Goorskey, J. Thessing, and X. Peng, J. Am. Chem. Soc. **127**, 17586 (2005).
10. I.F.I. Mikhail and S.B.A. El Sayed, Superlatt. Microstruct. **55**, 198 (2013).
11. S. Aktas, F.K. Boz, and S.S. Dalgic, Physica E **28**, 96 (2005).
12. B.Zh. Poghosyan, Nanoscale Res Lett. **2**, 515 (2007).
13. U. Yesilgul, S. Sakiroglu, E. Kasapoglu *et al.*, Superlatt. Microstruct. **48**, 106 (2010).
14. N. Porras Montenegro, J. Lopez-Gondar, and L.E. Oliveira, Phys. Rev. B **43**, 1824 (1991).
15. I.F.I. Mikhail and S.B.A. El Sayed, Physica E **42**, 2307 (2010).
16. F.A.P. Osorio, A.N. Borges, A.A. Caparica, and J.R. Leite, Solid State Commun. **103**, 375 (1997).
17. М. Ткач, О. Маханець, М. Довганиук, and О. Войцехівська, Physica E **41**, 1469 (2009).
18. М.В. Ткач, В.А. Головацький, О.М. Войцехівська та ін., Журнал фізичних досліджень **4**, 342 (2000).
19. Г.Г. Зегря, Н.В. Ткач, И.В. Бойко, Ю.А. Сеги, ФТТ **55**, 2067 (2013).
20. H.A. Bethe and E.E. Salpeter, *Quantum mechanics of one- and two-electron atoms* (Springer, Berlin, 1957).
21. T. Ogawa and T. Takagahara, Phys. Rev. B **44**, 8138 (1991).
22. M. Masale, Physica B **292**, 241 (2000).
23. M. Masale, Physica B **291**, 256 (2000).

Одержано 20.02.14

А.М. Маханець, А.И. Кучак, В.И. Гуцул

СПЕКТРАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ  
ЭЛЕКТРОНА В МНОГОСЛОЙНОЙ  
ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ  
НАНОТРУБКЕ С ДОНОРНОЙ ПРИМЕСЬЮ  
НА АКСИАЛЬНОЙ ОСИ

Резюме

В модели эффективных масс и прямоугольных потенциалов с использованием модифицированного вариационного метода Бете исследованы спектральные параметры электрона в многослойной цилиндрической полупроводниковой нанотрубке с донорной примесью на ее аксиальной оси. Проанализированы зависимости энергий связи электрона с примесью и сил осцилляторов внутризонных оптических квантовых переходов от геометрических параметров сложной нанотрубки на основе полупроводников GaAs и  $Al_{0,4}Ga_{0,6}As$ .

О.М. Маханець, А.И. Кучак, В.И. Гуцул

SPECTRAL PARAMETERS OF ELECTRON  
IN A MULTISHELL SEMICONDUCTOR CYLINDRICAL  
NANOTUBE WITH A DONOR IMPURITY AT ITS AXIS

Summary

The spectral parameters of an electron in the multishell semiconductor cylindrical nanotube with a donor impurity at its axis have been studied in the framework of the effective mass and rectangular potential models, by using the modified Bethe variational method. The electron-impurity binding energies and the oscillator strengths of intra-band optical quantum transitions have been analyzed as functions of the geometrical parameters of a combined nanotube composed of semiconductors GaAs and  $Al_{0,4}Ga_{0,6}As$ .