ЗАГАЛЬНІ ПИТАННЯ ТЕОРЕТИЧНОЇ ФІЗИКИ

Я.О. ЛЯШЕНКО, А.М. ЗАСКОКА

Сумський державний університет (Вул. Римського-Корсакова, 2, Суми 40007; e-mail: nabla04@ukr.net, zaskoka23@ukr.net)

УДК 621.891

ПЕРЕРИВЧАСТИЙ РЕЖИМ МЕЖОВОГО ТЕРТЯ ЯК ФАЗОВИЙ ПЕРЕХІД ПЕРШОГО РОДУ

Розглянуто трибологічну систему, що складається з двох контактуючих блоків, один з яких закріплений між двома пружинами, а інший приведений в неперервний періодичний рух. Досліджено кінетику системи в режимі межового тертя, коли між атомарно-гладкими поверхнями блоків знаходиться ультратонка плівка мастила. Для опису стану мастила записаний вираз для густини вільної енергії у вигляді розкладання в ряд за степенями параметра порядку, який зводиться до модуля зсуву. Показано, що в широкому діапазоні параметрів реалізується переривчастий режим руху, до якого приводять періодичні фазові переходи першого роду між кінетичними режимами тертя. Спрогнозовано поведінку системи при зміні зовнішніх та внутрішніх параметрів. Ключові слова: ультратонка плівка мастила, межовий режим тертя, трибологічна система

1. Вступ

У зв'язку з бурхливим розвитком високоточних експериментальних методів дослідження наносистем останнім часом активно вивчаються процеси тертя при товщині мастила між тертьовими поверхнями товщиною у декілька атомарних діаметрів [1–3]. Такий режим тертя в трибології отримав назву межового тертя. Він часто реалізується у звичайних механізмах за рахунок контакту тертьових поверхонь через наявність нерівностей або неоднорідностей [1, 4]. Межове тертя принципово відрізняється від гідродинамічного режиму, коли сила тертя пропорційна степеневій функції швидкості. Відзначимо, що ультратонка плівка мастила не утворює звичайні рівноважні термодинамічні тверду та рідку фази, а являє собою рідиноподібні і твердоподібні стани, що є кінетичними режимами тертя, яких може бути декілька [5, 6]. Це відбувається за рахунок того, що на симетрію стану мастила істотно впливають поверхні тертя, вплив яких не є суттєвим для об'ємних мастил. У процесі тертя між стаціонарними станами можуть відбуватися фазові переходи як першого, так і другого роду [7, 8]. Ці переходи часто є причиною переривчастого режиму руху контактуючих поверхонь [5, 6, 9].

Для опису межового режиму тертя та наноконтактних явищ широко використовуються феноменологічні моделі [7–10]. Зокрема, в роботі [11] розроблено модель, у якій плавлення мастила відбувається в результаті термодинамічного і зсувного механізмів. У вказаній моделі досліджено вплив адитивних флуктуацій основних величин [12] і показано, що їх наявність в системі приводить до виникнення нових стаціонарних станів та кінетичних режимів тертя [13, 14], у той час як для об'ємних систем вони чинять незначний вплив. Причини гістерезисної поведінки, що спостерігається експериментально [3, 15, 16], з'ясовано в роботі [17]. У рамках вказаної моделі також описаний періодичний переривчастий режим руху [18, 19].

У роботах [7, 20] запропоновано термодинамічне представлення межового тертя, що ґрунтується на теорії фазових переходів Ландау [21]. У зазначеній моделі враховується той факт, що ультратонка плівка мастила може плавитися та перебувати в рідиноподібному невпорядкованому стані як за рахунок звичайного термодинамічного плавлення, так і в результаті перевищення зсувною компонентою напружень межі плинності ("зсувне плавлення"). Вплив цих факторів вивчається також у ро-

[ⓒ] Я.О. ЛЯШЕНКО, А.М. ЗАСКОКА, 2013

боті [8], у якій параметром порядку є надлишковий об'єм [22,23], що виникає за рахунок хаотизації мастила при плавленні. Зі збільшенням величини надлишкового об'єму зменшується модуль зсуву [8], що приводить до плавлення. У роботах [7, 20] у ролі параметра порядку вибраний безпосередньо модуль зсуву, що набуває нульових значень в рідиноподібній фазі.

Проте, в [7, 20] плавлення описується як неперервний фазовий перехід другого роду, але в режимі межового тертя часто спостерігаються стрибкоподібні фазові переходи першого роду [5, 6, 8], що спричиняють переривчастий режим руху [5,6]. Метою цієї роботи є опис фазового переходу першого роду в рамках моделі [7, 20] і дослідження поведінки трибологічної системи на основі вказаної модифікації. У запропонованій моделі не вивчаються конкретні типи мастил, оскільки її метою є опис причини явищ, що відбуваються при межовому терті. Для конкретних типів мастил і поверхонь тертя модель потрібно модифікувати. Частково це може бути зроблено вибором числових значень коефіцієнтів розкладання вільної енергії, часів релаксації, тощо. Модель описує лише однорідні мастила, що складаються з неполярних квазісферичних молекул [5, 6]. Однією з причин цього є те, що досліджується ситуація, коли в рідиноподібному стані пружні напруження набувають нульового значення, тобто при плавленні здійснюється повне розупорядкування молекул мастила, що не спостерігається в тонких мастилах із полімерних молекул. Іншою причиною є те, що отримані часові залежності сили тертя та напружень є строго періодичними, що теж спостерігається лише для квазісферичних молекул [5,6].

2. Трибологічна система

Оскільки отримання атомарно-гладких поверхонь великих розмірів пов'язане з суттєвими технологічними труднощами, для вимірювання динамічних параметрів ультратонкої плівки мастила, що затиснута між ними, використовують поверхні невеликого розміру, наклеєні на сферичні або циліндричні поверхні, які труться між собою. Такий принцип використаний при побудові апарата поверхневих сил¹ [3, 24, 25]. В огляді [3] описані два типи SFA – Mk II і Mk III. В останньому з них покращено систему регулювання відстані між тертьовими поверхнями. Він дозволяє визначати форму по-



Рис. 1. Схема трибологічної системи

верхонь і відстань між ними з точністю до 1 Å. Площа контакту поверхонь вимірюється із точністю до $\pm 5\%$, нормальні і зсувні компоненти діючих сил – до $\pm 1\%$, величина прикладеного навантаження – до $\pm 5\%$.

У SFA одна з тертьових поверхонь є нерухомою, а інша приводиться в періодичний рух. Під час руху вимірюються зсувні напруження, ефективна в'язкість мастила, визначається його структура, тощо. У даній роботі ми будемо розглядати спрощений механічний аналог SFA, наведений на рис. 1. Тут дві пружини з коефіцієнтами жорсткості К зв'язані з блоком маси М, який знаходиться на роликах, тертям кочення яких в подальшому нехтуємо. На вказаному блоці знаходиться інший блок, який приводиться в періодичний рух за допомогою зовнішніх сил. За наявності сил взаємодії між поверхнями двох блоків рух верхнього приводить до руху нижнього, траєкторія якого суттєво залежить від режиму тертя, що встановлюється в системі. Подібна трибологічна система експериментально досліджувалася в роботах [26, 27]. Зазначимо, що на відміну від SFA, обидва блоки є рухомими, що дозволяє отримувати часові залежності координат та швидкостей блоків, і при їх аналізі визначати реологічні та трибологічні характеристики системи.

Нехай $X, V = \dot{X}$ – координата і швидкість верхнього блока, $x, v = \dot{x}$ – координата і швидкість нижнього. Розглянемо випадок, коли верхній блок приводиться в рух за циклічним законом:

$$X = X_m \cos \omega t,\tag{1}$$

$$V = -X_m \omega \sin \omega t, \tag{2}$$

де X_m – амплітуда, ω – циклічна частота. Запишемо рівняння руху нижнього блока у вигляді [26]:

$$M\ddot{x} + 2Kx - F = 0, (3)$$

де *F* – сила тертя, що виникає між блоками при їх взаємному русі. З останнього виразу випливає, що

¹ В англомовній термінології surface force apparatus (SFA). ISSN 2071-0194. Укр. фіз. журн. 2013. Т. 58, № 1

характер руху в системі суттєво залежить від режиму тертя і властивостей мастила, оскільки вони задають силу *F*.

Силу тертя визначимо стандартним чином:

$$F = \sigma A,\tag{4}$$

де σ – зсувне напруження, що виникає в мастилі, A – площа контакту тертьових поверхонь.

У режимі межового тертя в шарі мастила виникають пружні $\sigma_{\rm el}$ і в'язкі (дисипативні) σ_v напруження [7,8,16]. Як правило, з плавленням пружна компонента напружень зменшується, а в'язка росте за рахунок збільшення відносної швидкості зсуву тертьових поверхонь [16]. Отже, повне напруження визначається сумою вказаних компонент:

$$\sigma = \sigma_{\rm el} + \sigma_v. \tag{5}$$

В'язкі напруження в шарі мастила визначатимемо за емпіричною формулою [28, 29]:

$$\sigma_v = \frac{\eta_{\text{eff}}(V - v)}{h},\tag{6}$$

де введено в розгляд ефективну в'язкість мастила η_{eff} , яка залежить від багатьох факторів та знаходиться експериментально, а також відносну швидкість руху поверхонь (V - v).

Зазвичай, при межовому терті у ролі мастил використовуються полімерні розчини або розплави. Необхідність цього викликана тим, що поверхні тертя мають малий розмір і плівка мастила не повинна видавлюватися з-під них під дією великих трибологічних навантажень. Такі мастила являють собою неньютонівські рідини, в'язкість яких залежить не лише від температури, а також від градієнта швидкості. Однак використання апарату поверхневих сил дозволяє досліджувати поведінку широкого класу мастил у режимі межового тертя, оскільки в цих експериментах тертьові поверхні повністю занурені в ємність з досліджуваною рідиною, і її видавлювання з-під поверхонь під час руху не відбувається [3]. Але зазначимо, що навіть звичайна вода у режимі межового змащування може поводити себе як неньютонівська рідина, оскільки в процесі руху за рахунок взаємодії з поверхнями може створювати просторові впорядковані структури. Неньютонівські рідини поділяють на два класи: псевдопластичні рідини, в'язкість яких з ростом швидкості деформації $\dot{\varepsilon}$

зменшується (приклад – полімерні розчини і розплави) і ділатантні рідини, в'язкість яких з ростом $\dot{\varepsilon}$ збільшується (приклад – суспензії твердих частинок). Для врахування обох ситуацій використаємо просту степеневу апроксимацію [28, 29]:

$$\eta_{\text{eff}} = k(\dot{\varepsilon})^{\gamma}.\tag{7}$$

Тут введено коефіцієнт пропорційності $k [\Pi a \cdot c^{\gamma+1}]$ і безрозмірний показник γ (для псевдопластичних рідин $\gamma < 0$, ділатантні характеризуються показником $\gamma > 0$, і у випадку ньютонівських рідин $\gamma = 0$).

Швидкість деформації визначається через відносну швидкість руху і товщину мастила *h* [28]:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{V - v}{h}.\tag{8}$$

З урахуванням (7), (8) вираз для в'язких напружень (6) записується у вигляді

$$\sigma_v = k \left(\frac{V-v}{h}\right)^{\gamma+1}.$$
(9)

Зазначимо, що згідно з (9) в'язкі напруження присутні як в рідиноподібному, так і в твердоподібному станах мастила. На наявність в'язких (дисипативних) напружень в обох фазах було вказано в експериментальній роботі [16]. Проте в твердоподібному стані мастила в'язкі напруження набувають малого значення, оскільки згідно з (9) вони пропорційні відносній швидкості зсуву (V-v), яка при цьому мала.

Підставивши (5) і (9) в (4), отримаємо остаточний вираз для сили тертя [30–33]:

$$F = \left[\sigma_{\rm el} + k \, \operatorname{sgn}(V - v) \left(\frac{|V - v|}{h}\right)^{\gamma + 1}\right] A,\qquad(10)$$

де для врахування напряму дії сили введено знакову функцію, яку визначимо таким чином:

$$sgn(V - v) = \begin{cases} 1, \ V \ge v, \\ -1, \ V < v. \end{cases}$$
(11)

Перший доданок в (10) подає пружну компоненту сили тертя, другий – в'язку, яка зростає зі швидкістю. Таким чином, сила тертя залежить від швидкості руху нижнього блока v і пружних напружень $\sigma_{\rm el}$, які виникають в мастилі.

3. Термодинамічна модель

Густина вільної енергії для ультратонкого шару плівки мастила в однорідному випадку записується у вигляді [7, 20, 30, 31]:

$$f = \alpha (T - T_c)\varphi^2 + \frac{a}{2}\varphi^2 \varepsilon_{\rm el}^2 - \frac{b}{3}\varphi^3 + \frac{c}{4}\varphi^4, \qquad (12)$$

де T – температура мастила, T_c – критична температура, $\varepsilon_{\rm el}$ – зсувна компонента пружної деформації, α , a, b, c – додатні сталі, φ – параметр порядку (амплітуда періодичної складової мікроскопічної функції густини середовища [7, 20]). Параметр φ дорівнює нулю в рідиноподібній фазі і набуває ненульових значень в твердоподібній. У потенціалі (12), у порівнянні з роботами [7, 20], додатково врахований член третьої степені. Такий вигляд розкладання використовується для опису фазових переходів першого роду [21, 34]. Також у другому доданку (12) введений множник a, що дозволяє варіювати внесок у потенціал пружної енергії.

Пружні напруження, що виникають в шарі мастила, згідно з (12), визначаються як $\sigma_{\rm el} = \partial f / \partial \varepsilon_{\rm el}$:

$$\sigma_{\rm el} = a\varphi^2 \varepsilon_{\rm el}.\tag{13}$$

Таким чином, з введенням у розкладання (12) коефіцієнта a модуль зсуву визначається як

$$\mu = a\varphi^2,\tag{14}$$

і в залежності від значення параметра а може набувати як малих, так і великих значень при $|\varphi| < 1$. Зазначимо, що в режимі межового тертя модуль зсуву може бути на декілька порядків більший, ніж у гідродинамічному режимі для того самого мастила. Зазвичай у процесі тертя при перевищенні критичних значень температури T, або пружних зсувних напружень $\sigma_{\rm el}$, мастило плавиться неповністю, а створюється доменна структура з областями рідинного і сухого тертя. Для вивчення такої ситуації в (12) потрібно враховувати градієнтні доданки, що значно ускладнює подальший розгляд. Але дослідження таких просторових структур – це окрема задача, яка не є метою даної роботи. Тому градієнтні доданки в (12) не враховуються, що відповідає розгляду поведінки мастила в рамках одного домену з однорідною структурою.

Згідно з принципом мінімуму енергії система при будь-яких початкових умовах прагне зайняти стаціонарний стан, що відповідає мінімуму вільної енергії $f(\varphi)$ (12). Оскільки параметр φ є амплітудою періодичної складової мікроскопічної функції

ISSN 2071-0194. Укр. фіз. журн. 2013. Т. 58, № 1



Рис. 2. Залежність густини вільної енергії f (12) від параметра порядку φ (безрозмірна величина) при $\alpha = 0.95$ Дж· К⁻¹/ м³, $T_c = 290$ К, $a = 4 \cdot 10^{12}$ Па, b = 230 Дж/м³, c = 850 Дж/м³. Криві 1–3 відповідають температурам T = 265, 286, 310 К і деформації зсуву $\varepsilon_{\rm el} = 2.1 \cdot 10^{-6}$

густини середовища, розглядаємо далі лише фізичну область значень $\varphi \ge 0$. Введемо функцію

$$B(\varepsilon_{\rm el}, T) = a\varepsilon_{\rm el}^2 + 2\alpha(T - T_c).$$
⁽¹⁵⁾

Аналіз виразу для вільної енергії (12) дозволяє виділити такі ситуації. При виконанні умови $B(\varepsilon_{\rm el}, T) \leq 0$ реалізується нульовий максимум потенціалу (12) і його ненульовий мінімум при $\varphi > 0$ (крива 1 на рис. 2).

У цьому випадку мастило твердоподібне, оскільки модуль зсуву $\mu > 0$. У проміжному діапазоні значень $0 < B(\varepsilon_{\rm el}, T) < b^2/(4c)$ нульовий максимум потенціалу перетворюється на мінімум і додатково з'являється максимум, який розділяє нульовий і ненульовий мінімуми (крива 2 на рис. 2, також показана у збільшеному вигляді на вставці). У цьому випадку стан мастила залежить від початкових умов і воно може перебувати як у твердоподібному, так і в рідиноподібному стані. В останньому випадку $B(\varepsilon_{\rm el}, T) \ge b^2/(4c)$, показаному кривою 3 на рис. 1, реалізується єдиний мінімум потенціалу при $\varphi = 0$, що згідно з (14) відповідає нульовому значенню модуля зсуву мастила і його рідиноподібній структурі.

Стаціонарні значення параметра порядку φ визначаються коренями рівняння $\partial f / \partial \varphi = 0$ [30, 31]:

$$\varphi_{\mp} = \frac{b}{2c} \mp \sqrt{\left(\frac{b}{2c}\right)^2 - \left(\frac{a}{c}\varepsilon_{\rm el}^2 + \frac{2\alpha(T - T_c)}{c}\right)}, \quad (16)$$

де φ_{-} відповідає нестійкому стаціонарному стану, оскільки відповідає максимуму потенціалу (12).

Стійкий стан, що відповідає мінімуму потенціалу, дається значенням φ_+ . Додатково до умови (16) завжди існує стаціонарний розв'язок $\varphi_0 = 0$, який відповідає екстремуму потенціалу (12) при нульовому значенні параметра порядку, причому це може бути як максимум, так і мінімум потенціалу. Згідно з (16) плавлення мастила може здійснюватися як за рахунок підвищення температури T, так і при зростанні зсувної компоненти пружної деформації $\varepsilon_{\rm el}$. Таким чином, модель враховує термодинамічне і зсувне плавлення.

Як вже зазначалося вище, за малих значень температури T і деформації $\varepsilon_{\rm el}$, коли функція $B(\varepsilon_{\rm el},T) \leq 0$, мастило твердоподібне, оскільки згідно з (16) реалізується відмінне від нуля стаціонарне значення параметра φ , і згідно з (14) модуль зсуву μ також не дорівнює нулю. У цьому випадку потенціал має єдиний мінімум при $\varphi \geq 0$. При перевищенні температурою T критичної величини

$$T_{c0} = T_c - \frac{a}{2\alpha}\varepsilon_{\rm el}^2 + \frac{b^2}{8\alpha c} \tag{17}$$

параметр порядку стрибкоподібно змінюється до нульового значення з переходом мастила в рідиноподібний стан, у якому потенціал $f(\varphi)$ має єдиний нульовий мінімум [30, 31]. Якщо після вказаного переходу знижувати T, то мастило твердне за механізмом фазового перетворення першого роду при меншому значенні температури:

$$T_c^0 = T_c - \frac{a}{2\alpha} \varepsilon_{\rm el}^2 \tag{18}$$

і параметр φ знову стає ненульовим. У проміжній області температур $T_c^0 < T < T_{c0}$ потенціал характеризується двома мінімумами при додатних φ . Таким чином, залежність $\varphi(T)$ має гістерезисний характер [30, 31] і відповідає фазовому переходу першого роду. Вираз (18) подає фізичний зміст критичної температури T_c – це температура тверднення мастила при нульових деформаціях, коли в системі наявний лише механізм термодинамічного плавлення.

Із виразу (17) випливає, що мастило плавиться не лише з підвищенням температури, а також при зовнішній механічній дії, коли пружна компонента зсувної деформації перевищує критичне значення:

$$\varepsilon_{\rm el,c0} = \sqrt{\frac{2\alpha(T_c - T)}{a} + \frac{b^2}{4ac}}.$$
(19)

96

З формули (18) визначимо пружну деформацію $\varepsilon_{\rm el}$, при якій мастило твердне:

$$\varepsilon_{\text{el},c}^{0} = \sqrt{\frac{2\alpha(T_c - T)}{a}}.$$
(20)

Зазначимо, що згідно зі співвідношенням (19) плавлення може відбуватися навіть при нульовій температурі T = 0, якщо деформація перевищує критичне значення. При нульовій деформації $\varepsilon_{\rm el} = 0$ мастило плавиться, коли його температура перевищує критичне значення T_{c0} (17).

Зазвичай в експериментах фіксується не зсувна компонента деформації $\varepsilon_{\rm el}$, а відносна швидкість зсуву поверхонь тертя [5, 6]. Тому для подальшого дослідження необхідно отримати зв'язок між цими двома величинами. Використаємо дебаївське наближення, згідно з яким пружна компонента деформації $\varepsilon_{\rm el}$ виникає в шарі мастила при пластичній течії зі швидкістю $\dot{\varepsilon}_{\rm pl}$ [7]:

$$\dot{\varepsilon}_{\rm pl} = \frac{\varepsilon_{\rm el}}{\tau_{\varepsilon}},\tag{21}$$

де τ_{ε} – максвеллівський час релаксації внутрішніх напружень. Повна деформація в шарі визначається сумою пружної $\varepsilon_{\rm el}$ та пластичної $\varepsilon_{\rm pl}$ компонент [7, 23]:

$$\varepsilon = \varepsilon_{\rm el} + \varepsilon_{\rm pl}.\tag{22}$$

Комбінуючи співвідношення (8), (21) і (22), отримуємо кінетичне рівняння для еволюції пружної компоненти деформації зсуву [8, 30, 31, 33]:

$$\tau_{\varepsilon} \dot{\varepsilon}_{\rm el} = -\varepsilon_{\rm el} + \frac{(V-v)\tau_{\varepsilon}}{h}.$$
(23)

Експерименти з дослідження межового тертя вказують на те, що час релаксації пружної деформації зазвичай дуже малий. Його можна оцінити зі співвідношення $\tau_{\varepsilon} \approx a/c \sim 10^{-12}$ с, де $a \sim 1$ нм – стала ґратки або міжмолекулярна відстань, $c \sim 10^3$ м/с – швидкість звуку [11]. Однак у межовому режимі час τ_{ε} може відрізнятись на декілька порядків [5, 6]. Зважаючи на те, що час релаксації деформації τ_{ε} малий, далі будемо використовувати адіабатичне наближення $\tau_{\varepsilon} \dot{\varepsilon}_{\rm el} \approx 0$ [35], яке дозволяє замість (23) для визначення деформації використовувати її стаціонарне значення

$$\varepsilon_{\rm el}^0 = \frac{(V-v)\tau_{\varepsilon}}{h}.$$
(24)

У загальному випадку вільна енергія (12) залежить від товщини мастила h [20]. Зазначимо, що в рамках нашого представлення другий доданок у виразі (12) пропорційний квадрату пружної деформації $\varepsilon_{\rm el}^2$. Згідно зі співвідношенням (24) стаціонарна пружна деформація збільшується зі зменшенням товщини мастила h. Тому для граничного випадку дуже тонкого шару $h \rightarrow 0$ деформація $\varepsilon_{\rm el} \rightarrow \infty$. При цьому в розкладанні (12) визначальним стає другий доданок, а стаціонарне значення параметра порядку дорівнює нулю, отже, мастило рідиноподібне, як і в роботі [20]. Детальне вивчення впливу товщини мастила на режими тертя проводилось в роботах [36, 37].

4. Кінетика плавлення

Зміни температури мастила T і деформації $\varepsilon_{\rm el}$ спричиняють зміну параметра порядку φ , який задає вільну енергію f (12) згідно зі степеневим розкладанням у ряд [21]. Час встановлення нового стаціонарного значення φ_+ , яке подається виразом (16), визначається узагальненою термодинамічною силою $-\partial f/\partial \varphi$. Якщо $\varphi \approx \varphi_+$, то ця сила мала і процес релаксації описується лінійним кінетичним рівнянням Ландау–Халатнікова [38]:

$$\dot{\varphi} = -\delta \frac{\partial f}{\partial \varphi},\tag{25}$$

де кінетичний коефіцієнт δ характеризує інерційні властивості системи. Підставивши до (25) енергію (12), отримаємо рівняння у явному вигляді:

$$\dot{\varphi} = -\delta \left(2\alpha (T - T_c)\varphi + a\varphi \varepsilon_{\rm el}^2 - b\varphi^2 + c\varphi^3 \right) + \xi(t).$$
(26)

У рівнянні (26) враховано доданок, який подає адитивні флуктуації малої інтенсивності [30, 31]. Їх інтенсивність вибирається настільки малою, що вони не впливають на детерміністичну поведінку системи, але їх введення є необхідним, оскільки при подальшому числовому розрахунку корінь рівняння (26) $\varphi = 0$, відповідаючий максимуму потенціалу $f(\varphi)$, тобто нестійкому стаціонарному стану, згідно зі структурою рівняння є стійким. З введенням $\xi(t)$ в описаній ситуації система з нестійкого стану перейде у стійкий, який відповідає мінімуму енергії. Таким чином, флуктуації враховуються через особливості подальшого числового розрахунку.

Динамічні характеристики будь-якої трибологічної системи визначаються її властивостями в

ISSN 2071-0194. Укр. фіз. журн. 2013. Т. 58, № 1

цілому. Наприклад, в ситуації, що показана на рис. 1, поведінка системи суттєво залежить від коефіцієнта жорсткості пружини К і маси нижнього блока M. На відміну від руху зі сталими пружними деформаціями, у такій трибологічній системі у процесі тертя можлива реалізація переривчастого (stick-slip) режиму руху [5, 6, 9, 18]. Вказаний режим встановлюється за рахунок того, що мастило у процесі руху періодично плавиться і твердне, що приводить до осцилюючого характеру сили тертя F. Для розрахунку часової еволюції будемо чисельно розв'язувати систему кінетичних рівнянь (3), (26), визначаючи силу тертя F із (10), (11), пружні напруження $\sigma_{\rm el}$ – згідно з (13), а значення деформації $\varepsilon_{\rm el}$ – зі співвідношення (24). Також при цьому необхідно враховувати зв'язок $\dot{x} = v$ і визначення (1), (2). Далі при числовому розв'язанні диференціальних рівнянь застосовується метод Ойлера-Кромера із кроком інтегрування за часом $\Delta t\,=\,10^{-10}$ с, при цьому вибираються початкові умови $\varphi_0 = x_0 = v_0 = 0.$

Результат розв'язку вказаних рівнянь показаний на рис. 3. На верхній панелі рисунка штриховою лінією показана залежність координати верхнього блока X(t) (1), а суцільною – координата нижнього x(t), яка має більш складну залежність. Також на рисунку показані залежності швидкостей блоків від часу, пружні напруження зсуву $\sigma_{\rm el}$ (13), які виникають в мастилі, і повна сила тертя F (10). Розглянемо ці залежності більш детально. У початковий момент часу t = 0 блоки нерухомі, а мастило твердоподібне, оскільки залежності побудовані при температурі мастила T, яка менша за критичну T_c^0 (18), а в стані спокою $\varepsilon_{\rm el} = 0$. При t > 0верхній блок починає рух, і його швидкість при цьому збільшується згідно з (2). Оскільки мастило твердоподібне, сила тертя F має в'язку і пружну компоненти, і нижній блок рухається разом з верхнім, але під час його руху збільшується абсолютне значення пружної сили 2Kx, яка перешкоджає руху нижнього блока, і тому швидкість v росте не так стрімко, як V. При цьому із часом збільшується відносна швидкість зсуву поверхонь блоків (V - v), і відповідно до (24) росте значення пружної деформації є_{еl}. З часом настає момент, коли виконується умова $\varepsilon_{\rm el} > \varepsilon_{\rm el,c0}$ (19), і мастило при цьому плавиться за механізмом "зсувного плавлення". При цьому сила тертя суттєво зменшується, оскільки напруження стають нульовими, тому нижній блок проковзує на значну відстань за рахунок пружної сили, що створюється стиснутою і розтя-



Рис. 3. Залежності координат X, x, швидкостей V, v, пружних напружень $\sigma_{\rm el}$ (13) і сили тертя F (10) від часу t при параметрах, наведених на рис. 2 і $h = 10^{-9}$ м, $\tau_{\varepsilon} = 10^{-8}$ с, $\gamma = -2/3$, A = 0, $6 \cdot 10^{-9}$ м², $k = 5 \cdot 10^4$ Па·с^{1/3}, $\delta = 100$ Дж⁻¹·м³/с, T = 200 K, $X_m = 0, 8 \cdot 10^{-6}$ м, $\omega = 10$ рад/с, M = 0, 4 кг, K = 3000 Н/м. Штриховими лініями показано координату X(t) і швидкість V(t) верхнього блока, суцільними – координату x(t) і швидкість v(t) нижнього блока

гнутою пружинами. Тому відносна швидкість зсуву зменшується, і за виконання умови $\varepsilon_{\rm el} < \varepsilon_{{\rm el},c}^0$ (20) мастило знову набуває твердоподібної структури. Розглянутий процес періодичний у часі.

На рис. 4 додатково наведено часові залежності відносного зміщення блоків і їх відносної швидкості. Тут в моменти часу, коли відбувається "прилипання" поверхонь, відносне зміщення (X - x)залишається сталим, а відносна швидкість зсуву (V - v) близька до нульового значення (при цьому на рис. 3 залежності V(t) і v(t) візуально збігаються). Таким чином, реалізується періодичний переривчастий режим руху (stick-slip), який також характерний для сухого тертя без мастила [1,2,39]. При вибраних параметрах за один повний період



Рис. 4. Залежності відносного зміщення (X - x) і відносної швидкості (V - v) блоків від часу t, що відповідають параметрам, наведеним на рис. 3

блоки 4 рази "прилипають" один до одного – по 2 рази під час руху в кожному з напрямків, причому отримані залежності симетричні відносно напряму руху. Проте залежно від параметрів системи можлива реалізація різних ситуацій.

Фазові портрети системи при параметрах, показаних на рис. 3, і різних значеннях циклічної частоти ω наведено на рис. 5. При цьому кінетичні залежності, що наведені на рис. 3, повністю відповідають фазовому портрету на рис. 5, а, оскільки вони побудовані для однакових значень частоти ω . Важливо відзначити той факт, що фазові портрети на рис. 5, а і в симетричні відносно початку координат, а фазові портрети на рис. 5, *б* і *г*, демонструють ситуацію, коли рух верхньої поверхні тертя в обох напрямках не однаково впливає на переміщення нижньої. Такий випадок відповідає реалізації в системі ефектів пам'яті, які спостерігаються експериментально [5]. У цьому випадку рух нижнього блока також періодичний у часі, але часові залежності параметрів, які наведені на рис. 3, не є симетричними відносно їх нульових значень [30]. На рис. 5, б на вставці показано збільшену область, що умовно позначена символом А, оскільки вона має виражені особливості, які на рисунку у звичайному масштабі неможливо розглянути. Таким чином, частота ω впливає на поведінку трибологічної системи нетривіальним чином, і її варіацією можна підбирати різні режими руху, які суттєво відрізняються один від одного. Зауважимо, що при деяких частотах стаціонарна поведінка системи, що встановлюється в результаті її еволюції, залежить від початкових умов, або від передісторії. Наприклад,



Рис. 5. Фазові портрети системи при параметрах, наведених на рис. 3, і значеннях циклічної частоти: $a - \omega = 10, \delta - 15, \epsilon - 32, \epsilon - 38$ рад/с

на рис. 5,*г* при початковому значенні $\varphi_0 \neq 0$ можливе встановлення режиму, який подібний до наведеного на рис. 5,*в*. Цей факт також підтверджує наявність в системі ефектів пам'яті, що спостерігалися експериментально [5].

Рис. 6 побудований для з'ясування впливу температури Т мастила на кінетику плавлення. Залежності на вказаному рисунку за віссю часу поділені на чотири ділянки. Для першої ділянки вибирається найменша температура, для кожної наступної температура збільшується, тобто має місце нерівність $T_1 < T_2 < T_3 < T_4$. Залежність на першій ділянці $T = T_1$ повторює залежність, показану більш детально на рис. 3, оскільки вона отримана при такому самому значенні Т. З подальшим підвищенням температури $T = T_2$, як і при $T = T_1$, реалізується переривчастий (stick-slip) режим руху, але зменшується максимальне значення пружних напружень $\sigma_{\rm el}$. За рахунок цього сила тертя F в твердоподібному стані мастила з підвищенням температури також зменшується. Зі збільшенням температури $T = T_3$ вказана тенденція зберігається. Відзначимо, що зменшення кількості піків прилипання з підвищенням температури не є правилом, і може спостерігатися зворотна ситуація. При $T = T_4$ мастило рідиноподібне весь час, а пружні напруження дорівнюють нулю. Це відбувається за рахунок того, що при вибраній температурі умова $T > T_c^0$ (18) виконується навіть при $\varepsilon_{\rm el} = 0$, тобто у разі плавлення мастило не може затвердіти за рахунок зменшення відносної швидкості зсуву тертьових поверхонь. Експерименти з подібними дослідженнями впливу температури нам невідомі, тому залежності, наведені на рис. 6, є прогнозуючими.

5. Числовий експеримент

Залежності, що показані на рис. 6, вказують на те, що зі збільшенням температури T спостерігається зменшення амплітуди пружних напружень $\sigma_{\rm el}$, також зменшується максимальне значення сили тертя F. Дослідимо більш детально залежності амплітуд $\sigma_{\rm el}$ і F від температури T у різних режимах функціонування системи. Будемо визначати амплітуду напружень як $\sigma_{\rm el,max} := (\sigma_{\rm el,max} - \sigma_{\rm el,min})/2$, а амплітуду сили тертя як $F_{\rm max} := (F_{\rm max} - F_{\rm min})/2$, де $\sigma_{\rm el,max}$, $F_{\rm max} -$ максимальні значення пружних напружень і сили тертя, а $\sigma_{\rm el,min}$, $F_{\rm min}$ – їх мінімальні значення, які визначаються протягом одного повного періоду $T = 2\pi/\omega$ після встановлення стаціонарного режиму тертя.

Залежності вказаних величин від температури для трьох типів мастил (псевдопластична рідина при $\gamma < 0$, ньютонівська при $\gamma = 0$, і ділатантна при $\gamma > 0$) наведені на рис. 7.



Рис. 6. Залежності координат X, x, швидкостей V, v, пружних напружень $\sigma_{\rm el}$ (13) і сили тертя F (10) від часу t при параметрах, наведених на рис. 3 і температурах $T_1 = 200$ K, $T_2 = 220$ K, $T_3 = 250$ K, $T_4 = 300$ K. Штриховими лініями показані X(t), V(t), суцільними – x(t), v(t)

Верхня панель рисунка показує, що з підвищенням температури пружні напруження $\sigma_{
m el,max}$ зменшуються для всіх трьох типів рідин, тобто підвищення температури сприяє плавленню мастила. Відзначимо той факт, що для псевдопластичних рідин ($\gamma = -2/3$), які найчастіше використовуються у ролі мастил для таких систем, амплітуда напружень набуває максимальних значень майже на всьому наведеному діапазоні температур, але плавлення в цьому випадку відбувається за менших Т. На нижній панелі рисунка наведені залежності амплітуд сили тертя F_{max} від температури мастила Т. З рисунка випливає, що сила тертя зменшується з ростом температури лише для псевдопластичних рідин, і вона у всьому діапазоні температур у порівнянні з іншими типами рідин є мінімальною. Для ділатантних і ньютонівських рідин при вибраних параметрах максимальна сила тертя з ростом температури не змінює-



Рис. 7. Залежності амплітудних значень пружних напружень $\sigma_{\rm el,max}$ і сили тертя $F_{\rm max}$ від температури T при параметрах, наведених на рис. З для псевдопластичної ($\gamma = -2/3$), ньютонівської ($\gamma = 0$) і ділатантної ($\gamma = 2/3$) рідин у ролі мастила

ться. Оскільки для цих рідин з ростом температури зменшуються пружні напруження (верхня панель рисунка), це означає, що з ростом T зростає в'язка компонента сили тертя, що подається другим доданком у формулі (10), що в такій ситуації може відбуватися лише при збільшенні відносної швидкості руху блоків (V – v). Відзначимо, що згідно з рисунком для ньютонівської і ділатантної рідини амплітуда сили тертя з підвищенням температури залишається сталою навіть у випадку $\sigma_{\rm el} = 0$, тобто коли сила тертя має лише в'язку компоненту. Оскільки амплітуди F для $\gamma = 0$ і $\gamma = 2/3$ збігаються для всіх температур, вимірювати повну силу тертя в експерименті для визначення режиму недостатньо, і майже завжди додатково вивчають поведінку пружних $\sigma_{\rm el}$ і в'язких σ_v напружень [16]. Зазначимо також те, що згідно з результатами, наведеними на рис. 7, використання



Рис. 8. Залежності амплітудних значень пружних напружень $\sigma_{\rm el,max}$ і сили тертя $F_{\rm max}$ від коефіцієнта пропорційності k (7) при параметрах, наведених на рис. 3 для псевдопластичної ($\gamma = -2/3$), ньютонівської ($\gamma = 0$) і ділатантної ($\gamma = 2/3$) рідин у ролі мастила

псевдопластичних рідин є оптимальним для зменшення тертя, оскільки вони сприяють встановленню режиму з мінімальною силою F, незважаючи на те, що пружні напруження для таких мастил майже у всьому діапазоні температур набувають максимальних значень.

З метою визначення залежності в'язкості від градієнта швидкості та температури проводяться як реальні [28], так і комп'ютерні [29] експерименти. Актуальність проблеми викликана тим, що у режимі межового тертя для нанорозмірних трибологічних систем залежності в'язкості від вказаних величин набувають аномальних властивостей. Навіть можливий режим, у якому при кріотемпературах сила тертя набуває майже нульових значень, що відповідає малій в'язкості мастила, і відповідно дуже слабкій дисипації енергії. В англомовній термінології такий режим отримав назву superlubricity [40, 41]. Дослідимо залежності сили тертя і напружень для трьох типів мастил, як і на рис. 7, але не від температури, а від коефіцієнта пропорційності k між в'язкістю і градієнтом

ISSN 2071-0194. Укр. фіз. журн. 2013. Т. 58, № 1



Рис. 9. Залежності амплітудних значень пружних напружень $\sigma_{\rm el,max}$ і сили тертя $F_{\rm max}$ від коефіцієнта жорсткості пружини K (3) при параметрах, наведених на рис. 3 для псевдопластичної ($\gamma = -2/3$), ньютонівської ($\gamma = 0$) і ділатантної ($\gamma = 2/3$) рідин у ролі мастила

швидкості (7). На рис. 8 наведено вказані залежності. Відзначимо, що на відміну від рис. 7, різні значення к відповідають різним мастилам, поверхням тертя, або геометрії експерименту. Тобто на залежностях, що наведені на рис. 8, кожна точка відповідає трибологічним системам, що відрізняються за своїми властивостями. Як можна бачити, для псевдопластичних рідин ($\gamma = -2/3$) пружні напруження зі збільшенням величини коефіцієнта к залишаються сталими. Для ньютонівських і ділатантних рідин максимальні напруження зі збільшенням к монотонно зменшуються. Амплітуда сили тертя F_{max} у випадку псевдопластичної рідини ($\gamma = -2/3$) зростає зі збільшенням коефіцієнта k, в той час як для показників $\gamma = 0$ і $\gamma = 2/3$ сила тертя поводить себе таким самим чином, як і на рис. 7, тобто залишається сталою. Однак, $F_{\rm max}$ на всьому наведеному діапазоні значень k мінімальна саме для псевдопластичної рідини, тому вона і в цьому випадку є оптимальною для створення умов зменшення тертя.

На рис. 9 наведено поведінку досліджуваних величин зі збільшенням коефіцієнта жорсткості пружини К. Для ділатантних і ньютонівських рідин пружні напруження $\sigma_{\rm el,max}$ монотонно і повільно зростають. У випадку псевдопластичної рідини ($\gamma = -2/3$) напруження спочатку різко збільшуються, а далі залишаються майже сталими. Сила тертя в даному випадку для показника $\gamma =$ = -2/3 також зростає до певного значення, котре далі майже не змінюється. Для показників $\gamma = 0$ і $\gamma = 2/3$ амплітуди сили тертя $F_{\rm max}$ лінійно збільшуються з ростом коефіцієнта жорсткості K, причому їх значення однакові, як і на попередніх двох рисунках. Таким чином, у цьому випадку псевдопластична рідина також забезпечує в системі мінімальну силу тертя. Можна зробити загальний висновок, що псевдопластичні рідини забезпечують оптимальний режим тертя в трибологічній системі, що наведена на рис. 1, оскільки максимальна сила тертя F_{max} для них найменша.

6. Висновки

У запропонованій роботі розроблена термодинамічна модель, що описує поведінку трибологічної системи у режимі межового тертя, яка дозволяє пояснити ряд ефектів, що були виявлені експериментально. Показано, що до переривчастого режиму руху приводить фазовий перехід першого роду між рідиноподібним і твердоподібним станами мастила. Досліджено вплив температури мастила, коефіцієнта жорсткості пружини і коефіцієнта пропорційності між в'язкістю та градієнтом швидкості на поведінку системи. Встановлено, що для псевдопластичних рідин з ростом температури мастила пружні напруження і сила тертя в системі зменшуються. При збільшенні коефіцієнта жорсткості пружини сила тертя і напруження зростають для всіх типів мастил. При зростанні коефіцієнта пропорційності k для псевдопластичних рідин максимальні напруження суттєво не змінюються, а сила тертя зростає. Для порівняння наведені результати розрахунків для ділатантних та ньютонівських рідин. Знайдено режими, у яких зсув поверхонь тертя нееквівалентний напряму руху верхнього блока, що відповідає реалізації в системі ефектів пам'яті. При побудові моделі використовується термодинамічний потенціал з двома стійкими стаціонарними станами, у якого нульовий і ненульовий мінімуми розділені максимумом. Проте експериментально встановлено, що мастило

характеризується більше ніж одним типом переходу і може існувати в декількох (твердоподібному або рідиноподібному) метастабільних станах. Для опису такої ситуації достатньо врахувати додаткові члени розкладання вільної енергії більш високих порядків.

Я.О. Ляшенко вдячний Б.Н.Й. Перссону за запрошення відвідати Науковий центр Юліха (Forschungszentrum Jülich, Germany) з дослідницьким візитом, під час якого частково була виконана робота. Також вдячний організаторам конференції "Joint ICTP-FANAS Conference on Trends in Nanotribology" (12–16 вересня 2011, Мірамаре, м. Трієст, Італія) за запрошення та фінансову підтримку участі, а також А.Е. Філіппову та В.М. Самойлову за обговорення роботи під час конференції.

Робота виконана при підтримці МОНмолодьспорту України в рамках проекту "Моделювання тертя металевих наночастинок і межових плівок рідин, що взаємодіють із атомарно-гладкими поверхнями", № 0112U001380.

- B.N.J. Persson, Sliding friction. Physical principles and applications (Springer-Verlag, Berlin, 2000).
- V.L. Popov, Kontaktmechanik und Reibung. Ein Lehrund Anwendungsbuch von der Nanotribologie bis zur numerischen Simulation (Springer, Berlin, 2009).
- 3. J. Israelachvili, Surf. Sci. Rep. 14, 109 (1992).
- J. Ringlein and M.O. Robbins, Am. J. Phys. 72, 884 (2004).
- H. Yoshizawa and J. Israelachvili, J. Phys. Chem. 97, 11300 (1993).
- A.D. Berman, W.A. Ducker, and I.N. Israelachvili, Langmuir 12, 4559 (1996).
- 7. В.Л. Попов, ЖТФ **71(5)**, 100 (2001).
- Я.А. Ляшенко, А.В. Хоменко, Л.С. Метлов, ЖТФ 80(8), 120 (2010).
- A.E. Filippov, J. Klafter, and M. Urbakh, Phys. Rev. Lett. 92, 135503 (2004).
- J.M. Carlson and A.A. Batista, Phys. Rev. E 53, 4153 (1996).
- О.В. Хоменко, Я.О. Ляшенко, Журн. фіз. досл. 11(3), 268 (2007).
- А.В. Хоменко, Я.А. Ляшенко, ЖТФ 77(9), 137 (2007).
- О.В. Хоменко, Я.О. Ляшенко, В.М. Борисюк, УФЖ 54, 1142 (2009).
- A.V. Khomenko, I.A. Lyashenko, and V.N. Borisyuk, Fluct. Noise Lett. 9, 19 (2010).
- A.L. Demirel and S. Granick, J. Chem. Phys. 109, 6889 (1998).

ISSN 2071-0194. Укр. фіз. журн. 2013. Т. 58, № 1

102

- 16. G. Reiter, A.L. Demirel, J. Peanasky, L.L. Cai, and S. Granick, J. Chem. Phys. 101, 2606 (1994).
- 17. А.В. Хоменко, Я.А. Ляшенко, ФТТ 49, 886 (2007).
- 18. А.В. Хоменко, Я.А. Ляшенко, ЖТФ 80(1), 27 (2010).
- 19. А.В. Хоменко, Я.А. Ляшенко, Трение и износ 31, 412 (2010).
- 20. V.L. Popov, Solid State Commun. **115**, 369 (2000).
- 21. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, Статистическая физика. Ч. 1. (Наука, Москва, 1995).
- 22. A. Lemaître and J. Carlson, Phys. Rev. E 69, 061611 (2004).
- 23. A. Lemaître, Phys. Rev. Lett. 89, 195503 (2002).
- 24. J.N. Israelachvili, Intermolecular and surface forces: with applications to colloidal and biological systems (New York, Academic Press, 1991).
- 25. J.N. Israelachvili, Chemtracts: Analytical and Physical Chemistry 1, 1 (1989).
- 26. C.-R. Yang, Y.-C. Chiou, and R.-T. Lee, Tribol. Int. **32**, 443 (1999).
- 27. C.-R. Yang, R.-T. Lee, and Y.-C. Chiou, Tribol. Int. **30**, 719 (1997).
- 28. G. Luengo, J. Israelachvili, and S. Granick, Wear 200, 328 (1996).
- 29. I.M. Sivebaek, V.N. Samoilov, and B.N.J. Persson, Phys. Rev. Lett. 108, 036102 (2012).
- 30. Я.А. Ляшенко, ЖТФ **81(6)**, 125 (2011).
- 31. Я.А. Ляшенко, ЖТФ **82(1)**, 19 (2012).
- 32. Я.О. Ляшенко, О.В. Хоменко, Л.С. Метлов, УФЖ 56, 278 (2011).
- 33. I.A. Lyashenko, A.V. Khomenko, and L.S. Metlov, Tribol. Int. 44, 476 (2011).
- 34. В.Л. Попов, ПЖТФ 25(20), 31 (1999).
- 35. A.I. Olemskoi, Physica A **310**, 223 (2002).
- 36. O.M. Braun, N. Manini, and E. Tosatti, Phys. Rev. B 78, 195402 (2008).
- 37. I.S. Aranson, L.S. Tsimring, and V.M. Vinokur, Phys. Rev. B 65, 125402 (2002).
- 38. Л.Д. Ландау, И.М. Халатников, Докл. Акад. Наук CCCP 96, 469 (1954).
- 39. Я.А. Ляшенко, ЖТФ **81(5)**, 115 (2011).

- 40. A.E. Filippov, M. Dienwiebel, J.W.M. Frenken, J. Klafter, and M. Urbakh, Phys. Rev. Lett. 100, 046102 (2008).
- 41. М. Hirano, Wear **254**, 932 (2003). Одержано 20.03.12

Я.А. Ляшенко, А.Н. Заскока

ПРЕРЫВИСТЫЙ РЕЖИМ ГРАНИЧНОГО ТРЕНИЯ КАК ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД ПЕРВОГО РОДА

Резюме

Рассмотрена трибологическая система, состоящая из двух контактирующих блоков, один из которых закреплен между двумя пружинами, а другой приводится в непрерывное периодическое движение. Исследована кинетика системы в режиме граничного трения, когда между атомарногладкими поверхностями блоков находится ультратонкая пленка смазки. Для описания состояния смазки записано выражение для плотности свободной энергии в виде разложения в ряд по степеням параметра порядка, который сводится к модулю сдвига. Показано, что в широком диапазоне параметров реализуется прерывистый режим движения, к которому приводят периодические фазовые переходы первого рода между кинетическими режимами трения. Спрогнозировано поведение системы при изменении внешних и внутренних параметров.

I.A. Lyashenko, A.M. Zaskoka

STICK-SLIP MODE OF BOUNDARY FRICTION AS THE FIRST-ORDER PHASE TRANSITION

Summary

A tribological system consisting of two contacting blocks has been considered. One of them is arranged between two springs. the other is driven periodically. The kinetics of the system has been studied in the boundary friction mode, when an ultrathin lubricant film is contained between the atomically smooth surfaces. In order to describe the film state, the expression for the free energy density is used in the form of an expansion in a power series in the order parameter, the latter being reduced to the shear modulus of a lubricant. The stick-slip mode is shown to be realized in a wide range of parameters, being a result of the periodic first-order phase transitions between kinetic friction regimes. The behavior of the system governed by internal and external parameters has been predicted.