

Л.А. БУЛАВІН,<sup>1</sup> В.І. ТКАЧЕНКО<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup> Київський національний університет імені Тараса Шевченка  
(Вул. Володимирська, 64/13, Київ 01601; e-mail: bulavin221@gmail.com)

<sup>2</sup> ННЦ “Харківський фізико-технічний інститут”  
(Вул. Академічна, 1, Харків 61108; e-mail: tkachenko@kipt.kharkov.ua)

<sup>3</sup> Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
(Майдан Свободи, 4, Харків 61022; e-mail: tkachenko@kipt.kharkov.ua)

## ДИСИПАТИВНА НЕСТІЙКІСТЬ РЕЛЕЯ–ТЕЙЛОРА ТА ЇЇ ВНЕСОК У ФОРМУВАННЯ МЕЖІ З’ЄДНАННЯ ПРИ ЕЛЕКТРИЧНОМУ ЗВАРЮВАННІ БІОМАТЕРІАЛІВ

УДК 539

*Розглянута дисипативна нестійкість Релея–Тейлора, яка може виникати на межі з’єднання біоматеріалів при впливі струмів високої частоти, та запропонований механізм формування гофрованої межі мезоморфної фази з оцінкою періоду та глибини її гофрування.*

*Ключові слова:* дисипативна нестійкість Релея–Тейлора, біологічні матеріали, інкремент нестійкості, біполярне електричне зварювання.

### 1. Вступ

У сучасній медичній практиці для виконання хірургічних операцій найчастіше використовують електрокоагулятор (коагулятор електрохірургічний, медичний коагулятор, ЕХВЧ, електроніж і т.д.) – високочастотний хірургічний апарат, призначений для розсічення тканин при одночасній зупинці кровотеч. Поняття електрокоагуляції, як методу лікування, ввів у 1909 році Е.Л. Доен. Він повідомив про двополюсний метод електрокоагуляції злоякісних пухлин [1]. У 1910 році Церни ввів поняття “пасивний електрод” та, використовуючи голку як “активний електрод”, описав розсічення тканин високочастотним струмом [2].

До складу сучасного електрокоагулятора входить генератор високочастотного електричного струму, активний електрод у вигляді голки та пасивний електрод. На активний електрод подається високочастотний електричний струм, який викли-

кає нагрівання внутрішньоклітинної рідини та розріз в місці його дотику до тканини. Апарат застосовується для проведення оперативного лікування пацієнтів у багатьох областях медицини, таких як загальна хірургія, гінекологія, урологія, нейрохірургія, ендоскопія, онкологія, судинна хірургія, ортопедія та отоларингологія.

Поряд з використанням електрокоагулятора для розсічення тканин, існує проблема їх з’єднання. Традиційні методи не завжди ефективні та пов’язані з можливістю розвитку таких серйозних наслідків застосування шовних матеріалів (дужок, клею), як:

- неминучий розвиток запальної реакції у відповідь на їх наявність у рані;
- небезпека поширення інфекції з порожнистих органів (кишечник, шлунок) через шовний матеріал з подальшим розвитком важких післяопераційних ускладнень;
- загроза стенозування анастомозів внаслідок розвитку грубих рубців у віддаленому післяопераційному періоді та ін.

© Л.А. БУЛАВІН, В.І. ТКАЧЕНКО, 2018

746

ISSN 2071-0194. Укр. фіз. журн. 2018. Т. 63, № 8

Розв'язком наведених вище проблем є використання розробленої в Інституті електрозварювання ім. Е.О. Патона НАН України технології та устаткування для біполярного електрозварювання струмами високої частоти [3].

Практичне застосування такої технології при операціях дозволяє прискорити виконання оперативного втручання в середньому на 20–40 хв., зменшити приблизно на 200–25 мл (а іноді й у кілька разів більше) втрату крові, досягти економічного ефекту через зменшення застосування дорогих апаратів та степлерів, заощадити нитковий шовний матеріал, наприклад, кетгут, шовкові нитки, нейлон, капрон (поліамід), лавсан (поліефір), або відмовитись від використання механічних з'єднувачів, наприклад, титанових кліпсів.

Удосконалення та розвиток технології біполярного електрозварювання струмами високої частоти пов'язані з дослідженням на мікрорівні механізмів, що лежать в основі процесу електрозварювання біологічних тканин.

Особливість процесу електрозварювання полягає в тому, що з'єднання біологічних тканин відбувається без участі механічних з'єднувачів – ниток, клеїв, металевих дужок та ін. Утримання контакту між цими тканинами досягається за рахунок утворення деякої мезоморфної фази, яка виникає в обох з'єднуваних тканинах. Виходячи з гіпотетичної моделі, ця фаза створюється завдяки взаємодії колагенових структур [4]. Запропонована в [4] молекулярна модель структурних змін, що відбуваються при електрозварюванні м'яких біологічних тканин, дозволяє отримати інформацію про часові характеристики електричного поля: тривалість імпульсів, частота, часова залежність сили струму на всіх стадіях процесу. Однак ця модель не дає відповідь на питання про фізичну модель з'єднання біологічних тканин, та не визначає форму її межі.

Вперше про форму межі з'єднання при зварюванні різних металів у твердій фазі йдеться в роботі [5]. У цій роботі експериментально показано, що при спільній прокатці різнорідних металів у вакуумі при певних швидкостях прокатки існують нестійкі режими, які характеризуються появою хвилеподібної структури межі їх з'єднання вздовж напрямку прокатки. Для опису форми межі з'єднання запропоновано фізичну модель, яка оснований на нестійкості Кельвіна–Гельмгольца з урахуванням

в'язкості і поверхневого натягу металів, так звану дисипативну нестійкість Кельвіна–Гельмгольца. В рамках цієї моделі розглянуті умови виникнення нестійкості, визначені характерні масштаби довжини і часу нестійких збурень. Показана якісна і кількісна відповідність запропонованої моделі експериментальним результатам.

У даній роботі розглянута дисипативна нестійкість Релея–Тейлора, яка може виникати на межі з'єднання біоматеріалів при впливі струмів високої частоти, та запропонований механізм формування гофрованої межі мезоморфної фази з оцінкою періоду та глибини її гофрування.

## 2. Нестійкість Релея–Тейлора при врахуванні в'язкості середовищ

Нехай у декартовій системі координат у рівноважному стані дві нестисливі, в'язкі рідини знаходяться в полі сили тяжіння, яка направлена проти осі  $z$ . Рідини характеризуються густинами  $\rho_1$  і  $\rho_2$ , та коефіцієнтами динамічної в'язкості  $\mu_1$  і  $\mu_2$ . Незбурена межа поділу збігається з площиною  $z = 0$ . Рідина з індексом 1 розташована в області  $z > 0$ , тобто зверху.

Розглянемо малі відхилення узагальнених параметрів системи від рівноважних, вважаючи густину рівною  $\rho + \delta\rho$ , тиск  $-p + \delta p$ , збурену швидкість  $-u_l$ , де  $|\delta\rho| \ll \rho$ ,  $|\delta p| \ll p$ ,  $l = 1, 2, 3$  (1 відповідає  $x$  координаті, 2 –  $y$  координаті, 3 –  $z$  координаті), а компоненти збуреної швидкості мають такий самий порядок малості, що й густина та тиск.

Система рівнянь, що описують залежність малих відхилень збурених величин від координат і часу, складається з лінеаризованого рівняння руху з урахуванням в'язких сил та сили поверхневого натягу, а також лінеаризованого рівняння неперервності [6, 7]:

$$\rho \frac{\partial u_l}{\partial t} = -\frac{\partial \delta p}{\partial x_l} + \frac{\partial p_{lk}}{\partial x_k} + (-g\delta\rho + \delta(z)\sigma\Delta_\perp\eta) e_l, \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho + \delta\rho)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho + \delta\rho)u_l}{\partial x_l} = 0, \quad (2)$$

де  $e_l = (0, 0, 1)$ ,  $p_{lk} = \mu(z) \left( \frac{\partial u_l}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \right)$  – тензор в'язких напруг,  $\mu(z)$  – залежний від координати  $z$  коефіцієнт динамічної в'язкості,  $\sigma$  – коефіцієнт поверхневого натягу,  $\delta(z)$  – дельта-функція Дірака,

$\eta(x, y, t)$  – мале відхилення межі поділу від положення рівноваги  $z = 0$ ,  $\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  – плоский лапласіан.

Рівняння (1) отримано, виходячи з умови балансу сил в рівноважному стані:

$$\rho \frac{\partial p}{\partial x_l} = -g\rho_l. \quad (3)$$

В рівнянні (2) необхідно забезпечити виконання рівності:

$$\frac{\partial \delta \rho}{\partial t} + u_l \frac{\partial \rho}{\partial x_l} = 0, \quad (4)$$

що приводить до виконання вимоги нестисливості рідин.

Перетворимо рівняння (1), (2) з урахуванням (2), (4), та запишемо вихідну систему рівнянь:

$$\rho \frac{\partial u_l}{\partial t} = -\frac{\partial \delta p}{\partial x_l} + \mu \Delta u_l + \frac{\partial \mu}{\partial z} \left( \frac{\partial u_l}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x_l} \right) + (-g\delta \rho + \delta(z)\sigma \Delta_{\perp} \eta) e_l, \quad (5)$$

$$\frac{\partial u_l}{\partial x_l} = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \delta \rho}{\partial t} + u_z \frac{\partial \rho}{\partial z} = 0, \quad (7)$$

де  $\Delta = \Delta_{\perp} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \Delta_{\perp} + D^2$  – лапласіан.

Рівняння (5)–(7) допускають існування рішень, пропорційних нормальним модам  $NM(x, y, t) = \exp(ik_x x + ik_y y + \lambda t)$ :

$$\delta p = p_0(z) NM(x, y, t), \quad (8)$$

$$\delta \rho = \rho_0(z) NM(x, y, t), \quad (9)$$

$$u_l = u_{l0}(z) NM(x, y, t), \quad (10)$$

де  $p_0(z)$ ,  $\rho_0(z)$ ,  $u_{l0}(z)$  – залежні від  $z$  величини;  $k_x$ ,  $k_y$  – проекції хвильового числа збурення на осі  $x$  та  $y$  відповідно,  $\lambda$  – константа;  $i$  – уявна одиниця.

Підстановка (8)–(10) в систему рівнянь (5)–(7) дає таку систему диференціальних щодо змінної рівнянь:

$$\lambda \rho u_x = -ik_x \delta p + \mu(D^2 - k^2)u_x + D\mu(ik_x u_z + Du_x), \quad (11)$$

$$\lambda \rho u_y = -ik_y \delta p + \mu(D^2 - k^2)u_y + D\mu(ik_y u_z + Du_y), \quad (12)$$

$$\lambda \rho u_z = -D\delta p + \mu(D^2 - k^2)u_z + 2D\mu Du_z - g\delta \rho - k^2 \delta(z)\sigma \eta, \quad (13)$$

$$ik_x u_x + ik_y u_y = -Du_z \quad (14)$$

$$\delta \rho = -\frac{u_z(D\rho)}{\lambda}, \quad (15)$$

де  $k^2 = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ .

З (11), (12) та (14) можна отримати рівняння:

$$k^2 \delta p = (-\lambda \rho + \mu(D^2 - k^2))du_z + (D\mu)(D^2 + k^2)u_z. \quad (16)$$

З (13) та (15) випливає:

$$D\delta p = -\lambda \rho u_z + \mu(D^2 - k^2)u_z + 2(D\mu)Du_z + g\frac{(D\rho)}{\lambda}u_z - \frac{k^2}{\lambda}\delta(\eta)\sigma u_z. \quad (17)$$

У виразі (17) міститься дельта-функція. Це означає, що внесок поверхневого натягу істотний поблизу  $z = \eta(x, y, t)$ . Його можна врахувати інтегруванням рівняння (17) по координаті  $z$  по вузькій  $\varepsilon$  – області відносно поверхні  $\eta(x, y, t)$ , тобто застосувати до (17) процес інтегрування по тонкому перехідному шару:

$$\langle A(x, y, z, t) \rangle = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left( \int_{\eta-\varepsilon}^{\eta+\varepsilon} A(x, y, z, t) dz \right). \quad (18)$$

В результаті застосування процедури (18) до рівності (17) маємо

$$\delta p \Big|_{\eta-0}^{\eta+0} = 2\langle (Du_z)(D\mu) \rangle + \frac{g}{\lambda} u_z \rho \Big|_{\eta-0}^{\eta+0} - \frac{k^2}{\lambda} \sigma u_z(z = \eta). \quad (19)$$

У рівнянні (19)  $a(z) \Big|_{\eta-0}^{\eta+0} = a(\eta+0) - a(\eta-0)$ , де  $a(\eta \pm 0)$  визначає значення параметра  $a(\eta \pm 0)$  у верхньому ( $a(\eta+0)$ ) або нижньому ( $a(\eta-0)$ ), щодо межі поділу, середовищі, відповідно. Оскільки незбурена межа поділу збігається з площиною  $z = 0$ , то  $\eta$  в (19) необхідно покласти рівним нулю.

З іншого боку, з рівності (16) можна обчислити різницю збуреного тиску по обидва боки межі  $z = \eta(x, y, t)$ :

$$\delta p \Big|_{\eta-0}^{\eta+0} = k^{-2} [(-\lambda \rho + \mu(D^2 - k^2))Du_z + (D\mu)(D^2 + k^2)u_z] \Big|_{\eta-0}^{\eta+0}. \quad (20)$$

Виключивши з (19), (20) різницю тисків  $\delta p|_{\eta-0}^{\eta+0}$ , отримаємо зв'язок збурених величин на межі поділу:

$$k^{-2}[(-\lambda\rho + \mu(D^2 - k^2))Du_z + (D\mu)(D^2 + k^2)u_z] \Big|_{\eta-0}^{\eta+0} = 2\langle(Du_z)(D\mu)\rangle + \frac{g}{\lambda}u_z\rho \Big|_{\eta-0}^{\eta+0} - \frac{k^2}{\lambda}\sigma u_z(z = \eta). \quad (21)$$

Вираз, що описує залежність збурених величин на межі поділу середовищ (21), доповнимо рівнянням, що визначає цей зв'язок далеко від неї. Для цього виключимо з (17) збурений тиск, зумовлений виразом (16). У підсумку маємо

$$D \left[ \left( \rho - \frac{\mu}{\lambda}(D^2 - k^2) \right) Du_z - \frac{1}{\lambda} D\mu(D^2 + k^2)u_z \right] = k^2 \left[ \left( -g \frac{D\rho}{\lambda^2} + \frac{k^2}{\lambda^2} \delta(\eta)\sigma \right) u_z + \left( \rho - \frac{\mu}{\lambda}(D^2 - k^2) \right) u_z - \frac{2}{\lambda} D\mu Du_z \right]. \quad (22)$$

За сталих густині та в'язкості середовищ вираз (22) спрощується:

$$\left( 1 - \frac{\nu}{\lambda}(D^2 - k^2) \right) (D^2 - k^2)u_z = 0, \quad (23)$$

де  $\nu = \mu/\rho$  - коефіцієнт кінематичної в'язкості.

У [7] вказано, що загальний розв'язок (23) можна представити лінійною комбінацією часткових рішень  $\exp(\pm kz)$  та  $\exp(\pm qz)$ , де  $q = \sqrt{k^2 + \lambda/\nu}$  - глибина проникнення збурення. Однак це не відповідає дійсності. У цьому легко перекоонатися, якщо рівняння (2) записати через потенціал швидкості  $\mathbf{u} = -\nabla\phi$ , де  $\nabla = \mathbf{e}_l \frac{\partial}{\partial x_l}$  - оператор градієнта. Тоді рівняння (2) перетворюється у рівняння Лапласа:  $\Delta\phi = 0$ . Вигляд потенціалу, наприклад, в нижньому півпросторі можна знайти з визначення вертикальної складової швидкості:

$$\varphi(x, y, z, t) = \left( \frac{A}{k} e^{kz} + \frac{B}{q} e^{qz} \right) NM(x, y, t). \quad (24)$$

Потенціал (24) не задовольняє рівняння Лапласа, тому в (23) розв'язком вибираємо у вигляді:

$$\varphi_{1,2}(x, y, z, t) = A_{1,2} e^{\pm kz} NM(x, y, t), \quad (25)$$

де індекси 1 і 2 відповідають знакам "+" та "-" відповідно.

Виходячи з вигляду розв'язка для збуреної вертикальної швидкості, обчислимо в рівнянні (21) значення  $\langle(Du_z)(D\mu)\rangle$ :

$$\begin{aligned} \langle(Du_z)(D\mu)\rangle &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left( \int_{\eta-\varepsilon}^{\eta+\varepsilon} (Du_z)(D\mu) dz \right) = \\ &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left( \int_{\eta-\varepsilon}^{\eta} (Du_z)(D\mu) dz \right) + \\ &+ \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left( \int_{\eta}^{\eta+\varepsilon} (Du_z)(D\mu) dz \right) = \\ &= -ku_z(\mu(\eta - \varepsilon) + \mu(\eta + \varepsilon)). \end{aligned} \quad (26)$$

Згідно з (25) вертикальна швидкість має вигляд

$$\begin{aligned} u_{z1}(x, y, z, t) &= A_1 e^{-kz} NM(x, y, t) \quad (z > 0), \\ u_{z2}(x, y, z, t) &= A_2 e^{kz} NM(x, y, t) \quad (z < 0). \end{aligned} \quad (27)$$

На межі  $z = \eta(x, y, t) = 0$  повинні виконуватися умови безперервності швидкості  $u_z$  та умова рівності тисків (21). Звідси маємо два рівняння для визначення констант  $A_1$  і  $A_2$ :

$$\begin{aligned} A_1 &= A_2, \\ -\frac{\lambda(-k\rho_1 A_1 - k\rho_2 A_2)}{k^2} &= \\ &= -2kA_1(\mu_1 + \mu_2) + \frac{g}{\lambda}(\rho_1 - \rho_2)A_1 - \frac{k^2}{\lambda}\sigma A_1. \end{aligned} \quad (28)$$

З рівнянь (27) неважко отримати дисперсійне рівняння, яке визначає залежність значення  $\lambda$  від параметрів середовищ:

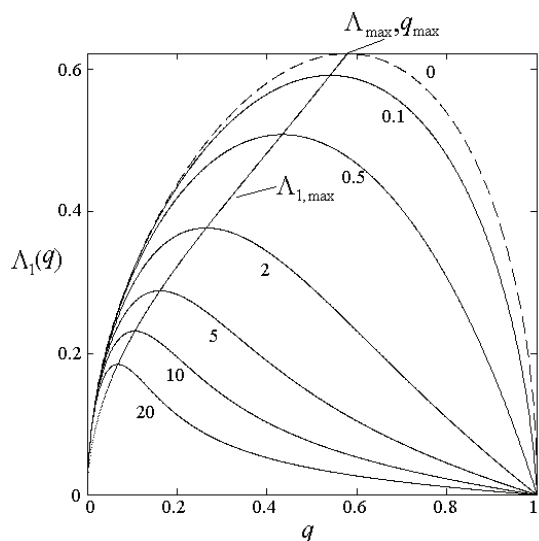
$$\lambda^2 + 2k^2\lambda \frac{(\mu_1 + \mu_2)}{(\rho_1 + \rho_2)} - gk \frac{(\rho_1 - \rho_2)}{(\rho_1 + \rho_2)} + \frac{k^3\sigma}{(\rho_1 + \rho_2)} = 0. \quad (29)$$

Необхідно зазначити, що рівняння (29) може бути отримано з дисперсійного рівняння для дисипативної нестійкості Кельвіна - Гельмгольца при рівності нулю швидкостей руху обох середовищ [8].

В безрозмірних змінних  $\Lambda = \lambda t_0$  та  $q = kl_0$ ,  $\mu^* = \frac{(\mu_1 + \mu_2)t_0}{(\rho_2 + \rho_1)l_0^2}$  рівняння (29) матиме вигляд

$$\Lambda^2 + 2\Lambda q^2 \mu^* - \text{sign}(\rho_1 - \rho_2)q + q^3 = 0, \quad (30)$$

де  $l_0 = \sqrt{\frac{\sigma}{g|\rho_1 - \rho_2|}}$ ,  $t_0 = \sqrt{\frac{(\rho_1 + \rho_2)l_0}{g|\rho_1 - \rho_2|}}$ .



Залежність безрозмірного інкремента нестійкості межі поділу рідин  $\Lambda_1(q)$  від безрозмірної в'язкості середовищ  $\mu^*$ . Величина безрозмірної в'язкості  $\mu^*$  показана знизу відповідної кривої безрозмірного інкремента нестійкості

За відсутності в'язкості ( $\mu_1, \mu_2 \rightarrow 0$ ) рівняння (30) описує стан нестійкої (нестійкість Релея–Тейлора) або стійкої рівноваги плоскої межі поділу двох рідин різної густини, залежно від того, зверху чи знизу знаходиться щільніша з них. В цьому випадку інкремент нестійкості визначається з рівняння:

$$\Lambda^2 = \text{sign}(\rho_1 - \rho_2) q - q^3. \quad (31)$$

З (31) випливає, якщо  $\rho_1 < \rho_2$ , то  $\Lambda_{1,2} = \pm \sqrt{-q - q^3}$  – суто уявна величина і збурення межі не зростають по амплітуді, а коливається з певною амплітудою.

При  $\rho_1 > \rho_2$  інкремент  $\Lambda$  має додатне значення при  $0 < q < 1 = q_c$ . Максимальний інкремент нестійкості рівний  $\Lambda_{\max} = \sqrt{2} \cdot 3^{-3/2}$  та досягається при  $q_{\max} = 1/\sqrt{3}$ .

Таким чином, нестійкість Релея–Тейлора під час відсутності в'язкості має пороговий характер по хвильовому числу, тобто реалізується тільки для хвильових чисел, менших  $q_c$ . З максимальною швидкістю межа руйнується при хвильових числах  $q_{\max} = 1/\sqrt{3}$ .

Розглянемо вплив в'язкості середовища на нестійкість межі. У цьому випадку інкремент нестійкості визначається виразом:

$$\Lambda_{1,2} = \pm \sqrt{q^4 \mu^{*2} + \text{sign}(\rho_1 - \rho_2) q - q^3} - q^2 \mu^*. \quad (32)$$

Дослідимо залежність (32) від хвильового числа  $q$ . Якщо  $\rho_1 < \rho_2$  збурення завжди стійкі, оскільки  $\Lambda_{1,2} < 0$ . Якщо  $\rho_1 > \rho_2$  інкремент нестійкості визначається виразом  $\Lambda_1(q) = \sqrt{q^4 \mu^{*2} + q - q^3} - q^2 \mu^*$ , звідки випливає, що збурення на межі поділу, так само як і під час відсутності в'язкості, мають місце для довжин хвиль в інтервалі  $0 < q < 1 = q_c$ .

На рисунку показано залежність інкремента нестійкості межі поділу середовищ  $\Lambda_1(q)$  від безрозмірного хвильового числа для різних значень в'язкості  $\mu^*$ . На рисунку також показано залежність максимального інкремента  $\Lambda_{1,\max}$  від хвильового числа  $q$ , де  $\Lambda_{1,\max} = \sqrt{q^4 \mu^{*2} + q - q^3} - q^2 \mu^*$  при  $\mu^* = \sqrt{\frac{9q^4 - 6q^2 + 1}{8q^3(q^2 + 1)}}$ .

З рисунка випливає, що зі збільшенням в'язкості середовищ величина максимального інкремента зменшується, а сам він зміщується в довгохвильову частину спектра збурень.

### 3. Межа з'єднання біополімерів при біполярному електричному зварюванні високочастотним струмом

Розглянемо задачу формування межі з'єднання двох однакових біополімерів при біполярному електричному зварюванні високочастотним струмом. Біополімери мають однакову динамічну в'язкість і густину, та на початковій стадії дотикаються через зовнішній механічний вплив [9]. Далі, через межу з'єднання керовано пропускається високочастотний струм відповідної напруги та частоти. В результаті проходження струму білок коагулює та утворює межу з'єднання.

Дане дослідження буде стосуватися опису форми межі з'єднання зварювальних біологічних тканин. Для цього скористаємося наведеними в попередньому розділі результатами дослідження нестійкості Релея–Тейлора в полі гравітаційної сили при врахуванні поверхневого натягу та в'язкості. Внаслідок рівності густин з'єднувальних середовищ  $\rho_1 = \rho_2 = \rho$  гравітаційний доданок відсутній. Однак, в даному процесі існує сила негравітаційного походження – сила притягання діелектричних напівпросторів, що з'єднуються, розділених тонким діелектричним прошарком товщиною  $d$  з діелектричною проникністю  $\epsilon_0$ . Ця сила виникає в діелектричних напівпросторах, що знаходяться в електричному полі напруженістю  $E$  [10]. У плоскій

геометрії напруженість  $E$  оцінюється по вихідній напрузі зварювального апарата:

$$E = \frac{U_0 \cos(\Omega t)}{d}, \quad (33)$$

де  $U_0 = 10\text{--}200$  В,  $\Omega \simeq 10$  Гц–60 кГц – амплітудне значення та частота вихідної напруги зварювального апарата живих м'яких тканин ЕК-300М “СВАРМЕД”, відповідно [11],  $d = 1\text{--}10$  мкм – ширина проміжку між тканинами в момент початку зварювання.

Сила притягання виявляється порядку:

$$F = \varepsilon_0 \frac{\overline{E^2}}{8\pi} \Delta S = \varepsilon_0 \frac{U_0^2}{16\pi d^2} \Delta S, \quad (34)$$

де  $\overline{E^2}$  – усереднення за періодом високочастотних коливань,  $\Delta S$  – площа впливу високочастотної напруги.

Глибина зварювального шву  $h$  є величиною порядку декількох міліметрів [11]. Тому ефективне прискорення, що відповідає силі (34), визначається виразом:

$$g^* = g^*(\rho) = \varepsilon_0 U_0^2 \Delta S / 16\pi d^2 \rho V, \quad (35)$$

де  $V = h\Delta S$  – об'єм зварюваного матеріалу.

З (35) отримаємо величину прискорення:  $g^*(\rho) = \varepsilon_0 U_0^2 / 16\pi d^2 \rho h$ . Для  $\varepsilon_0 = 100$ ,  $U_0 = 100$  В,  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>,  $h = 0,1$  см прискорення буде порядку  $g^* \simeq 2 \cdot 10^8$  см/с<sup>2</sup>.

Це прискорення повинно бути підставлено в дисперсійне рівняння (29) з умовою, що  $g^*(\rho_1) = g^*$ , а  $g^*(\rho_2) = -g^*$ . Крім того, оскільки правило Антонова для міжфазного шару (біо) полімер – (біо) полімер не застосовне [12], вважаємо, що поверхневий натяг зберігає свою первинну величину.

У цих умовах дисперсійне рівняння, що характеризує залежність інкремента від хвильового числа, набуває вигляду

$$\lambda^2 + 2k^2 \lambda \frac{\mu}{\rho} - g^* k + \frac{k^3 \sigma}{2\rho} = 0. \quad (36)$$

У нових безрозмірних змінних  $\Lambda_b = \lambda t_b$  та  $q_b = k l_b$ ,  $\mu_b = \frac{\mu t_b}{\rho l_b^2}$  рівняння (36) набуває універсального вигляду:

$$\Lambda_b^2 + 2\Lambda_b q_b^2 \mu - q_b + q_b^3 = 0, \quad (37)$$

де  $l_b = \sqrt{\sigma/2\rho g^*}$ ,  $t_b = \sqrt{l_b/g^*}$ .

Залежність інкремента  $\Lambda_b$  від хвильового числа  $q_b$  визначається розв'язком рівняння (37), яке збігається з розв'язком (32) для рідин різної густини та в'язкості, розглянутому в попередньому розділі. Криві рисунка повністю відповідають дисперсії збурень в біополімерному середовищі за умови заміни  $\Lambda \rightarrow \Lambda_b$ ,  $q \rightarrow q_b$ , та  $\mu^* \rightarrow \mu_b$ .

Для оцінки параметрів межі зварювального з'єднання біотканин будемо орієнтуватися на характерні параметри динамічної в'язкості  $\mu$  та густини  $\rho$  людини, які рівні близько 10–90 Па·с [13] та 1,1 г/см<sup>3</sup>, відповідно.

Поверхневий натяг біотканин визначається міжфазним натягом на поверхнях клітинних мембран, яке не перевищує 5 дин./см [14].

Виходячи з наведених вище значень характерних параметрів біотканин оцінимо величини  $l_b$  та  $t_b$ :

$$l_b = 1,067 \cdot 10^{-4} \text{ см}, \quad t_b = 0,73 \cdot 10^{-6} \text{ с}, \quad \mu_b = 100\text{--}900. \quad (38)$$

З рисунка випливає, що при  $\mu_b = 100$  хвильове число найбільш нестійкої моди мале  $q_b \ll 1$ . Тоді період гофрування межі з'єднання біоматеріалу  $L = 2\pi/k$  знайдемо з рівності  $\mu_b = \sqrt{(9q_b^4 - 6q_b^2 + 1)/(8q_b^3(q_b^2 + 1))}$ :

$$\mu_b = 10^4, \quad L = 0,029 \text{ см}. \quad (39)$$

Глибина гофрування  $a$  оцінюється з умови, що до моменту зшивання тканин амплітуда збурень мала, тобто  $ka \ll 1$ . Звідси, з урахуванням (39), витікає обмеження зверху амплітуди гофрування:  $a \ll L/2\pi = 4 \cdot 10^{-3}$  см.

#### 4. Висновки

В роботі розглянуто нестійкість Релея–Тейлора при врахуванні в'язкості контактуючих середовищ. Аналіз рівнянь, що описують залежність збурень на межі поділу середовищ від вертикальної координати показав, що їх розв'язок визначається не сумою двох експонент, а однією, яка задовольняє рівняння Лапласа для потенціалу швидкості. Друга експонента є зайвим розв'язком, і не може враховуватися при вирішенні поставленої задачі. Показано, що за наявності в'язкості нестійкість

можлива для випадку, коли, як і у випадку відсутності в'язкості, рідина з більшою густиною перебуває зверху. Але при цьому, характер нестійкості змінюється на дисипативний, коли зі збільшенням в'язкості середовища спостерігається зменшення інкремента нестійкості, і зміщення його максимуму в область довгохвильових збурень. На основі дисипативної нестійкості Релея–Тейлора описано процес електрозварювання біологічних матеріалів. Показано, що межа з'єднання біоматеріалів є гофрованою поверхнею. Зроблено оцінки періоду та глибини гофрування цієї поверхні.

1. R. Kramme, K.-P. Hoffmann. *Springer Handbook of Medical Technology* (Springer, 2011).
2. *Большая Медицинская Энциклопедия (БМЭ)*, под редакцией Б.В. Петровского (Советская энциклопедия, 1986).
3. Б.Е. Патон. Электрическая сварка мягких тканей в хирургии. *Автоматическая сварка* **9**, 7 (2004).
4. Б.Е. Патон, Л.А. Булавін, О.Ю. Актан та ін. Структурні перетворення колагену при електрозварюванні м'яких біологічних тканин. *Доп. НАН України* № 2, 94 (2010).
5. И.М. Неклюдов, Б.В. Борц, В.И. Ткаченко. Диссипативная неустойчивость Кельвина–Гельмгольца границы разнородных металлов при их совместной прокатке в вакууме. *Физ. и хим. обработки материалов* **5**, 96 (2010).
6. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Теоретическая физика: Т. 6. Гидродинамика* (Наука, 1986).
7. S. Chandrasekhar. *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability* (Dover, 1981).
8. В.І. Ткаченко. Диссипативная неустойчивость Кельвина–Гельмгольца (КГ) и ее многоликие проявления в окружающей среде (обзор). *Вісник ХНУ ім. В.Н. Каразіна. Серія фізична: ядра, частинки, поля* № 916, Вип. 3(47), 4 (2010).
9. Б.Е. Патон, В.А. Ткаченко, Г.С. Маринський та ін. Спосіб з'єднання зварюванням біологічних тканин людей і тварин з використанням височастотного струму. *Пат. № 106513, Україна (UA)*, оп. 10.09.14, Бюл. № 17.
10. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Электродинамика сплошных сред* (Наука, 1959).
11. <http://iaw.org.ua/products/1.html>.
12. Ж.И. Беспалова, В.И. Любушкин, И.А. Пятерко, В.А. Клущин. *Коллоидная химия полимеров: Учеб. пособие* (Юж.-Рос. гос. техн. ун-т, 2009).
13. А.И. Дьяченко, М.В. Веремьева, Е.С. Фомина. Упругость и вязкость поверхностных тканей грудной клетки человека. *Росс. журнал биомеханики* **21**, 2 (2017).
14. *Большая Медицинская Энциклопедия (БМЭ)*, под редакцией Б.В. Петровского (Советская энциклопедия, 1983).

Одержано 11.04.18

L.A. Bulavin, V.I. Tkachenko

DISSIPATIVE RAYLEIGH–TAYLOR INSTABILITY AND ITS CONTRIBUTION TO THE FORMATION OF AN INTERFACE BETWEEN BIOMATERIALS AT THEIR ELECTRIC WELDING

S u m m a r y

The dissipative Rayleigh–Taylor instability, which can arise at the interface between biomaterials under the action of high-frequency currents, has been considered. A mechanism describing the formation of a corrugated boundary of the mesomorphic phase is proposed. The corrugation period and depth are evaluated.