

М. ДЯЧЕНКО,¹ О. НОВАК,¹ Р. ХОЛОДОВ,¹ А. ФОМІНА²

¹ Інститут прикладної фізики НАН України

(Вул. Петропавлівська, 58, Суми 40000; e-mail: mykhailo.m.diachenko@gmail.com)

² Інститут теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України

(Вул. Метрологічна, 14-б, Київ 03680)

ФОТОНАРОДЖЕННЯ ЕЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННОЇ ПАРИ ЧЕРЕЗ ПОЛЯРИЗАЦІЙНИЙ КАСКАД У СИЛЬНОМУ МАГНІТНОМУ ПОЛІ

УДК 530.145

У роботі досліджено процес фотонародження e^-e^+ пари з врахуванням поляризаційного каскаду (народження та послідовної анігіляції пари в один фотон) в сильному магнітному полі. Проаналізовано кінематику та отримано вираз для загальної амплітуди процесу. Знайдено радіаційну поправку при народженні пари фотоном на найнижчі рівні Ландау для випадку, коли енергія початкового фотона має значення, близьке до порогового. Проведено порівняння з процесом народження e^-e^+ пари одним фотоном.

Ключові слова: фотонародження e^-e^+ пари, поляризація вакууму, квантова електродинаміка, сильне магнітне поле.

1. Вступ

Актуальність теоретичного дослідження процесів квантової електродинаміки (КЕД) (зокрема, фотонародження електрон-позитронної пари), що протікають за присутності сильного зовнішнього магнітного поля, зумовлена наявністю таких фізичних об'єктів, як нейтронні зірки, де магнітне поле досягає критичного значення $H_c = m^2 c^3 / e \hbar \approx 4,41 \cdot 10^{13}$ Гс (пульсари) або й перевищує його (магнітари).

При дослідженні подібних процесів головна увага, в більшості роботах, зосереджена на процесах першого порядку. Зокрема вважається, що процес фотонародження є основним механізмом генерації e^-e^+ плазми в магнітосфері пульсарів і відіграє ключову роль в механізмах генерації випромінювання цих об'єктів [1, 6]. При цьому не враховуються процеси вищих порядків, які в певних умовах можуть мати резонансний характер,

який виникає внаслідок виходу проміжної частинки на масову поверхню. Зокрема, малодослідженим аспектом процесу фотонародження електрон-позитронної пари є врахування поляризації фізичного вакууму, зумовленого народженням та послідовною анігіляцією віртуальної e^-e^+ пари в один фотон (поляризаційна петля).

Ефект поляризації вакууму за присутності зовнішнього електромагнітного поля був передбачений досить давно у роботах [7, 8], в яких було отримано лагранжіан Гейзенберга–Ейлера та передбачено ефект подвійного променезаломлення у сильних електромагнітних полях. Далі даний ефект був теоретично досліджений за допомогою поляризаційного тензора з використанням методу власного часу Швінгера [9–17]. В роботах [18, 19] вивчався резонансний випадок, коли проміжні частинки виходять на масову поверхню. В [20] було проведено дослідження поляризаційного тензора з використанням функцій Гріна в магнітному полі, яка визначається через суму по рівнях Ландау у базисі точних розв'язків рівняння Дірака.

© М. ДЯЧЕНКО, О. НОВАК, Р. ХОЛОДОВ,
А. ФОМІНА, 2020

ISSN 2071-0194. Укр. фіз. журн. 2020. Т. 65, № 3

Також загальний вигляд поляризаційного оператора в наближенні найнижчих рівнів Ландау був отриманий в роботі [21] і використаний у проблемі магнітного каталізу в [22]. В [23] теоретично було розглянуто можливість спостереження ефекту вакуумного подвійного променезаломлення в альтернативних конфігураціях зовнішнього поля – в полі кільцевого генератора з лазерною ЕРС та полі радіочастотного хвилеводу.

Слід зазначити, що протягом останнього часу великий інтерес приділяється експериментальній перевірці нелінійних КЕД ефектів, зокрема ефекту вакуумного подвійного променезаломлення. Цей ефект полягає у зміні поляризації електромагнітної хвилі в сильному зовнішньому електромагнітному полі, що зумовлено флюктуацією електрон-позитронного поля у вакуумі. У таких полях нелінійні ефекти значно зростають і фізичний вакуум перетворюється на анізотропне середовище з різними властивостями вздовж та перпендикулярно по відношенню до поля. Незважаючи на велику кількість теоретичних досліджень, на сьогодні прямого експериментального підтвердження ефекту подвійного променезаломлення ще немає. Проводяться спроби виявити даний ефект в лабораторних умовах, зокрема на установці PVLAS (Polarization of the vacuum with laser) [24–26]. В даному експерименті пропускають лінійно поляризоване лазерне випромінювання через ділянку з магнітним полем і намагаються виміряти еліптичність та кут повороту площини поляризації, які виникають за рахунок поляризації фізичного вакууму. Але на сьогодні ще не вистачає чутливості приладів для підтвердження ефекту подвійного променезаломлення. Також останнім часом плануються експерименти з використанням потужних лазерів. Такі експерименти будуть проведені в HIBEF (the Helmholtz international beamline for extreme fields) на установці XFEL (European X-ray Free Electron Laser, Germany) [27], а також на установці ELI (Extreme Light Infrastructure, Czech Republic, Romania, Hungary) [28]. Слід відзначити і появу перших результатів дослідження поляризації оптичного випромінювання від нейтронних зірок, де значення магнітного поля близьке до критичного. Зокрема, було вперше визначено ступінь поляризації оптичних фотонів для ізольованої нейтронної зірки RX J1856.5-3754, що може бути наслідком поляризації вакууму [29].

Що стосується теоретичних досліджень процесу фотонародження електрон-позитронної пари в магнітному полі, то вперше він був розглянутий в роботі [30] у наближенні ультрарелятивістського руху частинок. В такому наближенні заряджені частинки знаходяться в сильнозбуджених станах і рух частинок є квазікласичним. За допомогою операторного методу ця задача була розглянута Байером та Катковим також у квазікласичному випадку [31, 32]. В роботі [33] цим методом було вивчено процес фотонародження пари, яка знаходиться на низьких рівнях Ландау. В роботі [34] розглянуто процес фотонародження поляризованих частинок для довільних рівнів Ландау та значень магнітного поля. У роботах [35, 36] знайдено вирази для ймовірності процесу у загальному квантово-релятивістському вигляді без додаткових обмежень на параметри (імпульси, енергії, величину поля). Були знайдені прості аналітичні вирази для ймовірності з явною залежністю від параметрів Стокса фотона. В роботах [12, 18, 37] за допомогою оптичної теореми були отримані загальні вирази для ймовірностей процесу народження електрон-позитронної пари фотонем. Відзначимо також, що в роботах [38, 39] був розглянутий процес народження пари двома фотонами в магнітному полі для резонансного випадку і в роботі [40] проведено порівняння 1γ та резонансного 2γ процесів народження пари для характерних параметрів магнітосфери нейтронних зірок та знайдено граничне значення концентрації циклотронних фотонів, при якій процес другого порядку домінує над процесом першого порядку.

Відзначимо також роботи, в яких розглядалися процеси третього порядку, оскільки саме такий процес досліджується у даній роботі. Так, в роботі [11] був вивчений процес розщеплення фотона (три зовнішні фотонні лінії) в магнітному полі. Подібні діаграми також використовуються для пояснення відмінності між втратами енергії протонів та антипротонів [43], для опису ефекту Баркаса, а також в хромодинаміці (ефективна $\gamma\gamma G$ вершина) [44].

В даній роботі розглянуто процес третього порядку фотонародження e^-e^+ пари через поляризаційну петлю в сильному магнітному полі. У розділі 2 знайдена загальна амплітуда процесу фотонародження пари з врахуванням послідовного народження та анігіляції віртуальної електрон-позитронної пари в один фотон. У розділі 3 приве-

дена кінематика досліджуваного процесу і знайдені порогові умови та значення імпульсів кінцевих частинок. У розділі 4 знайдена амплітуда процесу для випадка найнижчих рівнів Ландау народженої пари та знайдена ймовірність процесу, коли енергія початкового фотона має значення, близьке до порогового.

2. Загальна амплітуда фотонародження e^-e^+ пари з врахуванням поляризаційної петлі

В даній роботі проводяться розрахунки в релятивістській системі одиниць ($\hbar = c = 1$). Також використовується калібровка Ландау, коли 4-потенціал зовнішнього поля $A_{\text{ext}} = (0, 0, xH, 0)$.

Згідно з правилами квантової теорії поля, амплітуда процесу народження електрон-позитронної пари одним фотоном з врахуванням поляризаційної петлі визначається як

$$S_{fi} = e^3 \int d^4x d^4x' d^4x'' \bar{\Psi}_e'' \gamma^\mu \Psi_p'' D(x'' - x') \times \text{Sp} [\gamma_\mu G(x', x) \gamma_\nu G(x, x')] A^\nu. \quad (1)$$

Діаграма Фейнмана даного процесу зображена на рис. 1, де зовнішня та внутрішня хвильові лінії – хвильова функція та пропагатор фотона, а зовнішні та внутрішні подвійні суцільні лінії – хвильові функції та пропагатори електрона та позитрона в зовнішньому магнітному полі.

Слід зазначити, що є й інші діаграми Фейнмана з трьома вершинами в процесі фотонародження пари, наприклад, трикутник (внутрішні лінії – дві суцільні й одна хвильста) (рис. 2) та діаграми з масовим оператором (рис. 3). Але в даній роботі аналізується процес поблизу порога на основні рівні Ландау, що відповідає виходу проміжних частинок на масові поверхні, тобто резонансним умовам. В такому випадку процеси, які зображені на рис. 2, 3 можна представити як каскади процесів першого порядку (фотонародження пари, синхротронне випромінювання електрона або позитрона та поглинання фотона). Оскільки в даній роботі розглядаються лише нульові рівні Ландау, то процес синхротронного випромінювання з нульового рівня неможливий і тому внеском цих діаграм можна знехтувати. Але слід відзначити, що при дослідженні процесу фотонародження

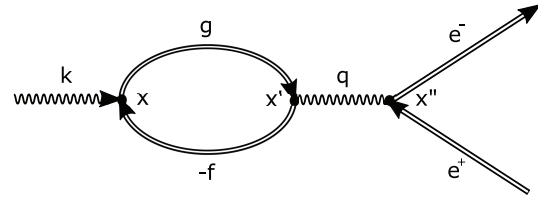


Рис. 1. Діаграма Фейнмана процесу народження e^-e^+ пари фотоном з врахуванням поляризаційної петлі

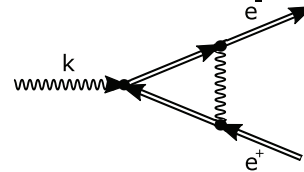


Рис. 2. Діаграма Фейнмана процесу фотонародження e^-e^+ пари через трикутник

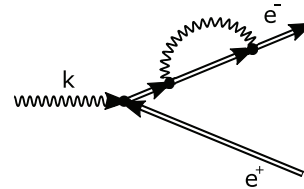


Рис. 3. Діаграма Фейнмана процесу фотонародження e^-e^+ пари через масовий оператор

електрон-позитронної пари на довільні рівні Ландау потрібно також враховувати і процеси з масовим оператором та внутрішнім трикутником.

У виразі для амплітуди (1) A^ν – хвильова функція початкового фотона [45]:

$$A^\nu = \sqrt{\frac{2\pi}{\omega V}} e^\nu e^{-ikx}, \quad (2)$$

де V – об'єм нормування, $e^\nu = (0, \mathbf{e})$ – 4-вектор поляризації фотона,

$$\mathbf{e} = \begin{pmatrix} \cos \phi \cos \theta \cos \alpha - e^{i\beta} \sin \phi \sin \alpha \\ \sin \phi \cos \theta \cos \alpha + e^{i\beta} \cos \phi \sin \alpha \\ -\sin \theta \cos \alpha \end{pmatrix}, \quad (3)$$

ϕ, θ – азимутальний та полярний кути, α, β – параметри поляризації.

До виразу (1) також входить функція Гріна фотона [45]:

$$D(x'' - x') = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4q e^{-iq(x'' - x')} \frac{4\pi}{q^2 + i\Gamma}, \quad (4)$$

та хвильові функції електрона та позитрона:

$$\begin{aligned}\Psi_e &= \frac{1}{\sqrt{S}} e^{-i(E_e t - p_{ey} y - p_{ez} z)} \psi_e(\zeta_e), \\ \Psi_p &= \frac{1}{\sqrt{S}} e^{i(E_p t - p_{py} y - p_{pz} z)} \psi_p(\zeta_p),\end{aligned}\quad (5)$$

де $\zeta_{e,p} = m\sqrt{h}(x \pm p_{(e,p)y}/m^2 h)$,

$$\begin{aligned}\zeta_{e,p} &= m\sqrt{h} \left(x \pm \frac{p_{(e,p)y}}{m^2 h} \right), \\ \psi_e(\zeta_e) &= C_e [i\sqrt{m_e - \mu_e m} U_{l_e}(\zeta_e) + \\ &+ \mu_e \sqrt{m_e + \mu_e m} U_{l_{e-1}}(\zeta_e) \gamma^1] u_e,\end{aligned}\quad (6)$$

$$\begin{aligned}\psi_p(\zeta_p) &= C_p [i\sqrt{m_p + \mu_p m} U_{l_p}(\zeta_p) - \\ &- \mu_p \sqrt{m_p - \mu_p m} U_{l_{p-1}}(\zeta_p) \gamma^1] u_p,\end{aligned}\quad (7)$$

S – площа нормування, $\mu_{e,p}$ – подвоєна проекція спіна електрона (позитрона), $C_{e,p}$ – константи нормування, $u_{e,p}$ – постійні біспінори:

$$C_{e,p} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sqrt{eH}}{E_{e,p} m_{e,p}}},\quad (8)$$

$$m_{e,p} = m\sqrt{1 + 2l_{e,p} h},\quad (9)$$

$$u_{e,p} = \frac{1}{R_{e,p}} (0, \mp R_{e,p}^2, 0, p_{(e,p)z}),\quad (10)$$

$$R_{e,p} = \sqrt{E_{e,p} - \mu_{e,p} m_{e,p}}.\quad (11)$$

У виразі для амплітуди процесу (1), $G(x, x')$ – функція Гріна електрона в магнітному полі, яка вперше отримана в [46] та іншим методом в [47], а також була знайдена на основі точних розв'язків рівняння Дірака у роботі [48] і має такий вигляд:

$$G(x', x) = -\frac{m\sqrt{h}}{(2\pi)^3} \int d^3 g e^{-i\Phi} G_H(x', x),\quad (12)$$

де $d^3 g = dg_0 dg_y dg_z$, $\Phi = g_0(t' - t) - g_y(y' - y) - g_z(z' - z)$ – фаза, $h = H/H_c$, $H_c = m^2/e = 4,41 \cdot 10^{13}$ Гс – критичне магнітне поле Швінгера,

$$\begin{aligned}G_H(x', x) &= \sum_n \frac{1}{g_0^2 - E_g^2} ((\gamma P + m)[\tau U_n U'_n + \\ &+ \tau^* U_{n-1} U'_{n-1}] + im\sqrt{2nh} \gamma^1 [\tau U_{n-1} U'_n - \\ &- \tau^* U_n U'_{n-1}]),\end{aligned}\quad (13)$$

$$E_g = \sqrt{m^2(1 + 2nh) + g_z^2},\quad (14)$$

$$\tau = \frac{1}{2}(1 + i\gamma^2 \gamma^1),\quad (15)$$

$$P = (g_0, 0, 0, g_z),\quad (16)$$

γ – матриці Дірака, U_n – функція Ерміта, $\rho(x) = m\sqrt{hx} + g_y/m\sqrt{h}$ – аргумент U_n і штриховані функції в (13) залежать від x' . Зазначимо, що даний пропатор широко використовується для обчислення амплітуд процесів другого порядку, де проміжна частинка – електрон, зокрема в роботах [38–40], [49].

Після інтегрування по $d^3 x$, $d^3 x'$, $d^3 x''$, $d^3 f$, $d^3 q$ можна отримати:

$$\begin{aligned}S_{fi} &= C \delta^3(p_e + p_p - k) \int d^3 g dq_x dx dx' dx'' \times \\ &\times \frac{e^{ik_x x - iq_x x' + iq_x x''}}{\omega^2 - k_y^2 - k_z^2 - q_x^2 + i\Gamma} \sum_{n,n'} \frac{B}{(g_0^2 - E_g^2)(f_0^2 - E_f^2)},\end{aligned}\quad (17)$$

де

$$C = \frac{2e^3}{S} \sqrt{\frac{2\pi}{V\omega}},$$

$$\begin{aligned}B &= \bar{\psi}_e(\zeta_e) \gamma^\mu \psi_p(\zeta_p) \text{Sp}[\gamma_\mu G_H(g; \rho', \rho) \gamma_\nu \times \\ &\times G_H(-f; \eta, \eta')] e^\nu.\end{aligned}\quad (18)$$

Зазначимо, що отримана формула (18) є загальним виразом для амплітуди процесу третього порядку за постійною тонкої структури і має досить складний для аналізу вигляд, оскільки містить нескінченні суми по рівнях Ландау проміжних частинок, і в свою чергу B у виразі (18) складається з суми від 64 доданків. Тому в подальшому будемо розглядати випадок, коли магнітне поле досить сильне і можна використовувати наближення найнижчих рівнів Ландау, що суттєво спрощує розрахунки.

3. Кінематика процесу

Перед розрахунком амплітуди і ймовірності процесу розглянемо його кінематику. Кінематика досліджуваного процесу повністю збігається з кінематикою фотонародження пари, яка детально досліджувалася в багатьох роботах, зокрема в [35, 36].

Закони збереження для даного процесу в магнітному полі мають такий вигляд:

$$\begin{cases} \omega = E_e + E_p, \\ k_z = p_{ez} + p_{pz}. \end{cases}\quad (19)$$

Як видно з (19), в магнітному полі виконуються закони збереження енергії та поздовжньої компоненти імпульсів електрона та позитрона відносно напрямку магнітного поля. Для знаходження порогових умов вводиться функція:

$$f(p) = \omega - E_e - E_p, \quad (20)$$

де p – z -компонента імпульсу електрона. При цьому закон збереження енергії виконується, коли $f = 0$. Функцію f також можна записати у вигляді:

$$\tilde{f} = \tilde{\omega} - \sqrt{1 + 2l_e h + \tilde{p}^2} - \sqrt{1 + 2l_p h + (\tilde{\omega} u - \tilde{p})^2}, \quad (21)$$

де \sim позначає ділення на масу електрона, $u = \cos \theta$, θ – кут між напрямком поширення фотона та магнітним полем. Залежність функції \tilde{f} від імпульсу електрона та частоти фотона для випадків поздовжнього та поперечного поширення фотона відносно магнітного поля для рівнів Ландау $l_e = 3$, $l_p = 1$ наведено на рис. 4, 5. Як видно з рис. 4, функція \tilde{f} ніколи не дорівнює нулю, тому процес народження пари, коли $\theta = 0$ є неможливим.

Поріг же процесу визначається з умови, що функція f у точці максимуму, дорівнює нулю. Досліджуючи на максимум дану функцію, маємо

$$p_m = \frac{m_e}{m_e + m_p} \omega u. \quad (22)$$

Як видно з виразу (22) та рис. 5, коли фотон поширюється перпендикулярно відносно магнітного поля в точці максимуму імпульс електрона завжди дорівнює нулю. Тому при виконанні порогових умов, електрон-позитронна пара народжується на рівнях Ландау і при цьому z -компоненти імпульсів електрона та позитрона відсутні.

Тоді виходячи з (21) та (22) порогове значення енергії фотона можна знайти у вигляді:

$$\omega_{tr} = \frac{m_e + m_p}{\sqrt{1 - u^2}}. \quad (23)$$

Для випадку, коли фотон поширюється перпендикулярно магнітному полю ($k_z = 0$), маємо просту умову для порога процесу:

$$\omega_{tr} = m_e + m_p. \quad (24)$$

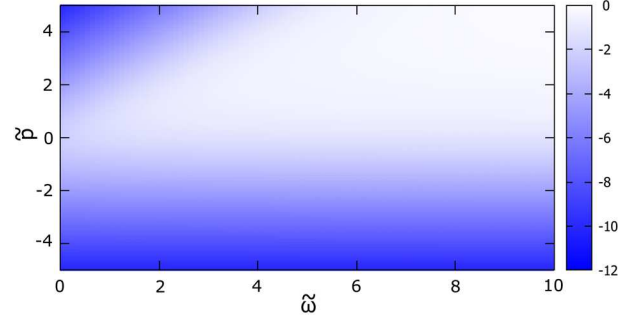


Рис. 4. Залежність функції \tilde{f} від імпульсу електрона та частоти фотона в одиницях маси електрона для поздовжнього поширення фотона відносно магнітного поля ($\theta = 0$) та рівнів Ландау $l_e = 3$, $l_p = 1$

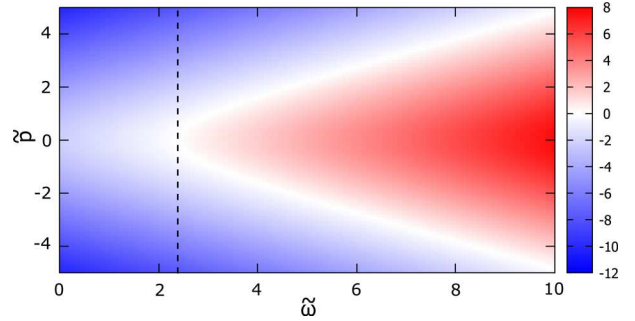


Рис. 5. Залежність функції \tilde{f} від \tilde{p} та $\tilde{\omega}$ для поперечного поширення фотона відносно магнітного поля ($\theta = \pi/2$) та $l_e = 3$, $l_p = 1$

Виходячи з законів збереження, можемо також знайти імпульс електрона. В загальному випадку, коли енергія фотона більша за порогову:

$$p_{1,2} = \frac{m_e^2 - m_p^2 + \omega^2 v^2}{2\omega v^2} u \pm \sqrt{\frac{\omega^2}{4} - \frac{m_e^2 + m_p^2}{2v^2} + \frac{(m_e^2 - m_p^2)^2}{4\omega^2 v^4}}, \quad (25)$$

де $v = \sin \theta$.

Для випадку, коли $\theta = \pi/2$, імпульс електрона має вигляд:

$$p_{1,2} = \pm m \sqrt{\frac{\tilde{\omega}^2}{4} - 1 - h(l_e + l_p) + \frac{h^2}{\tilde{\omega}^2} (l_e - l_p)^2}. \quad (26)$$

Для найнижчих рівнів Ландау ($l_{e,p} = 0$) маємо

$$p_{1,2} = \pm m \sqrt{\frac{\tilde{\omega}^2}{4} - 1}. \quad (27)$$

4. Амплітуда та ймовірність процесу для випадку найнижчих рівнів Ландау

Надалі будемо розглядати випадок, коли фотон поширюється перпендикулярно магнітному полю ($\theta = \pi/2$), а його енергія має значення, близьке до порогового (в подальшому під $\tilde{\omega}$ будемо розуміти ділення на $2m$):

$$\tilde{\omega}^2 = \tilde{\omega}_{\text{th}}^2 + \delta, \quad \delta \ll 1. \quad (28)$$

При цьому будемо розглядати випадок, коли електрон-позитронна пара народжуються на найнижчій рівні Ландау, а проміжні частинки теж будуть знаходитися на основних рівнях Ландау:

$$n_{g,f} = 0, \quad l_{e,p} = 0. \quad (29)$$

Слід відзначити, що такі умови будуть виконуватися для сильних магнітних полів, близьких або більших від критичного значення.

З врахуванням (29) порогова умова (23) для цього випадку набуває простого вигляду:

$$\tilde{\omega}_{\text{th}} = 1, \quad \tilde{\omega}_{\text{th}} = \frac{\omega_{\text{th}}}{2m}. \quad (30)$$

Тоді z -компонента імпульсу електрона:

$$p = \pm m\sqrt{\delta}. \quad (31)$$

Взявши інтеграли за x, x', x'', g_y, q_x у виразі (17) можна знайти амплітуду процесу у вигляді:

$$S_{fi} = -C' \Phi' \sqrt{1 - \mu_e} \sqrt{1 + \mu_p} \delta^3(p_e + p_p - k) \times \int dg_0 dg_z A', \quad (32)$$

де

$$C' = \sqrt{\frac{2\pi}{V\omega E_e E_p}} \frac{\pi e^3}{S k^2} m^2 h e^{-\frac{3\eta}{2}},$$

$$A' = \frac{\bar{u}_e \gamma^\mu u_p \text{Sp}[\gamma_\mu (\gamma g + m) \alpha \gamma_\nu (-\gamma f + m) \alpha] e^\nu}{(g_0^2 - E_g^2)(f_0^2 - E_f^2)},$$

$$\Phi' = \exp\left\{i \frac{k_x k_y - 2p_{ey} k_x}{2m^2 h}\right\},$$

$$\eta = \frac{\omega^2}{2m^2 h} \approx \frac{2}{h}.$$

Для проведення інтегрування за g_0 і g_z запишемо знаменник у виразі (32) за допомогою α -представлення, яке аналогічне методу вільного часу Швінгера:

$$\frac{1}{g_0^2 - E_g^2 + i\epsilon} = -i \int_0^\infty d\alpha e^{i\alpha(g_0^2 - E_g^2 + i\epsilon)}. \quad (33)$$

Відомо, що наявність поляризаційної петлі приводить до появи розбіжності. Тому необхідно проводити процедуру регуляризації, а саме у даній роботі використовуємо такий метод [50]:

$$\frac{1}{g_0^2 - E_g^2 + i\epsilon} = -i \int_0^\infty d\alpha e^{i\alpha(g_0^2 - g_z^2 + i\epsilon)} [e^{-i\alpha m^2} - e^{-i\alpha M^2}]. \quad (34)$$

Також при інтегруванні вводимо заміну змінних:

$$\alpha = \lambda \frac{1 - \xi}{2}, \quad \beta = \lambda \frac{1 + \xi}{2}. \quad (35)$$

Тоді з врахуванням (33)–(35) інтеграл у виразі (32) можемо записати так:

$$\int dg_0 dg_z A' = -e_z u_0 \pi m^2 \int_{-1}^1 d\xi \int_0^\infty d\lambda E(\lambda, \xi) \times (1 - \tilde{\omega}^2 + \tilde{\omega}^2 \xi^2), \quad (36)$$

де

$$u_0 = R_{ep} R_{pm} - R_{pp} R_{em},$$

$$E(\lambda, \xi) = e^{-i\epsilon\lambda} [e^{-i\lambda A} + e^{-i\lambda B} - e^{-i\lambda C} - e^{-i\lambda D}],$$

$$A = m^2 (1 + F),$$

$$B = m^2 \left(F + \frac{M^2}{m^2} \right),$$

$$C = m^2 \left\{ F + \frac{1}{2} (1 + \xi) + \frac{M^2}{2m^2} (1 - \xi) \right\},$$

$$D = m^2 \left\{ F + \frac{1}{2} (1 - \xi) + \frac{M^2}{2m^2} (1 + \xi) \right\},$$

$$F = \tilde{\omega}^2 (\xi^2 - 1).$$

Після проведення процедури регуляризації можна отримати (36) у вигляді:

$$\int dg_0 dg_z A' = -2i\pi e_z u_0 (I - 2), \quad (37)$$

де

$$I = \int_{-1}^1 \frac{d\xi}{1 + F - i\epsilon} = \frac{1}{\tilde{\omega} \sqrt{\tilde{\omega}^2 - 1}} \left[\ln \left| \frac{\tilde{\omega} - \sqrt{\tilde{\omega}^2 - 1}}{\tilde{\omega} + \sqrt{\tilde{\omega}^2 - 1}} \right| + i\pi \right], \quad \tilde{\omega} > 1. \quad (38)$$

Для випадку (29):

$$I - 2 \approx \frac{i\pi}{\sqrt{\delta}}. \quad (39)$$

З врахуванням виразів (37), (39) амплітуду процесу (32) можна знайти у такому вигляді:

$$S_{fi} = e_z u_0 \frac{2\pi^3 e^3}{S\Gamma\sqrt{\delta}} \sqrt{\frac{2\pi}{V\omega E_e E_p}} m^2 h \times \\ \times \sqrt{1 - \mu_e} \sqrt{1 + \mu_p} \Phi' \delta^3 (p_e + p_p - k), \quad (40)$$

Як видно з виразу (40), амплітуда фотонародження електрон-позитронної пари у сильному магнітному полі з врахуванням поляризації вакууму відмінна від нуля для випадку, коли проекції спінів електрона та позитрона $\mu_e = -1$, $\mu_p = 1$, що узгоджується з результатами, отриманими в роботах з фотонародження пари в магнітному полі [35, 36].

Знайдемо ймовірність досліджуваного процесу біля порога за допомогою амплітуди (40). Для цього скористаємося відомим правилом з квантової теорії поля [45]:

$$dW = |S_{fi}|^2 dN_e dN_p, \\ dN_{e,p} = \frac{d^2 p_{e,p} S}{(2\pi)^2}. \quad (41)$$

Тоді з врахуванням (40), (41) ймовірність процесу в одиницю часу має вигляд:

$$w_{\gamma \rightarrow \gamma \rightarrow e^- e^+} = \alpha^3 \frac{m^3 h^3}{4\Gamma^2 \delta \sqrt{\delta}} (1 + \xi_3), \quad (42)$$

де α – постійна тонкої структури.

5. Висновки

В роботі досліджено процес фотонародження електрон-позитронної пари з врахуванням поляризаційного каскаду в сильному магнітному полі. Отримано вираз для загальної амплітуди процесу та знайдено ймовірність у випадку народження e^-e^+ пари фотонам на найнижчі рівні Ландау. Як видно з виразу (42), ймовірність процесу залежить від поляризації початкового фотона аналогічно процесу фотонародження пари, а саме залежить тільки від ξ_3 і дорівнює нулю при нормальній поляризації фотона ($\xi_3 = -1$).

Одержані в роботі вирази дозволяють провести оцінку можливої ролі поляризації фізичного вакууму у присутності сильного магнітного поля на процес фотонародження. Для випадку, коли енергія фотона близька до порогової енергії фотонародження пари, ймовірність народження електрон-позитронної пари одним фотонам можна знайти у такому вигляді:

$$w_{\gamma \rightarrow e^- e^+} = \alpha \frac{mh}{4\sqrt{\delta}} (1 + \xi_3). \quad (43)$$

Порівнюючи вирази (42) та (43) можна знайти:

$$w_{\gamma \rightarrow \gamma \rightarrow e^- e^+} = \alpha^2 \frac{h^2}{\delta \Gamma^2} w_{\gamma \rightarrow e^- e^+}. \quad (44)$$

Як видно з виразу (44), співвідношення між процесами третього та першого порядків за постійною тонкої структури, для вибраного випадку, залежить від ширини стану проміжного фотона та відстройки від порога процесу. Зробимо також оцінку коефіцієнта пропорційності у виразі (44). Для цього візьмемо значення магнітного поля $h = 10$, таке поле спостерігається поблизу магнітарів, відстройки $\delta = 0,1$, а ширину проміжного стану $\Gamma \sim \alpha h^2$ [40], тоді даний коефіцієнт буде становити 0,1.

Дана робота була виконана в рамках наукових програм № 0116U005848 та № 0118U003535 НАН України. Автори вдячні професору В.В. Скалозубу за ідею дослідження, цінні зауваження та обговорення результатів роботи.

1. J.K. Daugherty, A.K. Harding. Electromagnetic cascades in pulsars. *Astrophys. J.* **252**, 337 (1982).
2. P.A. Sturrock, A.K. Harding. Cascade model of gamma-ray bursts. *Astrophys. J.* **346**, 950 (1989).
3. J.K. Daugherty, A.K. Harding. Gamma-ray pulsars: Emission from extended polar cap cascades. *Astrophys. J.* **458**, 278 (1996).
4. P.A. Sturrock, A.K. Harding. A model of pulsars. *Astrophys. J.* **164**, 529 (1971).
5. J.K. Daugherty, A.K. Harding. Pair production in super-strong magnetic fields. *Astrophys. J.* **273**, 761 (1983).
6. A.K. Harding. Physics in strong magnetic fields near neutron stars. *Science* **251**, 1033 (1991).
7. H. Euler, B. Kockel, The scattering of light by light in the Dirac theory. *Naturwissenschaften* **23**, 246 (1935).
8. W. Heisenberg, H. Euler. Folgerungen aus der Diracschen Theorie des Positrons. *Z. Phys.* **98**, 714 (1936).
9. J. Schwinger. On gauge invariance and vacuum polarization. *Phys. Rev.* **82**, 664 (1951).

10. I.A. Batalin, A.E. Shabad. Green's function of a photon in a constant homogeneous electromagnetic field of general form. *JETP* **33**, 483 (1971).
11. S. Adler. Photon splitting and photon dispersion in a strong magnetic field. *Ann. Phys.* **67**, 599 (1971).
12. W. Tsai. Vacuum polarization in homogeneous magnetic fields. *Phys. Rev. D* **10**, 2699 (1974).
13. В.М. Катков. Поляризаційний оператор фотона в магнітному полі. *ЖЭТФ* **150**, 229 (2016).
14. W. Tsai, T. Erber. Propagation of photons in homogeneous magnetic fields: Index of refraction. *Phys. Rev. D* **15**, 1132 (1975).
15. K. Kohri, S. Yamada. Polarization tensors in strong magnetic fields. *Phys. Rev. D* **65**, 043006 (2002).
16. K. Hattori, K. Itakura. Vacuum birefringence in strong magnetic fields: (I) Photon polarization tensor with all the Landau levels. *Ann. Phys.* **330**, 23 (2013).
17. K. Hattori, K. Itakura. Vacuum birefringence in strong magnetic fields: (II) Complex refractive index from the lowest Landau level. *Ann. Phys.* **334**, 58 (2013).
18. A. Shabad. Photon dispersion in a strong magnetic field. *Ann. Phys.* **90**, 166 (1975).
19. M. Diachenko, O. Novak, R. Kholodov. A cascade of e^-e^+ pair production by a photon with subsequent annihilation to a single photon in a strong magnetic field. *Laser Phys.* **26**, 066001 (2016).
20. М. Дяченко, О. Новак, Р. Холодов. Вакуумне подвійне променезаломлення в надкритичному магнітному полі. *УФЖ* **64**, №3, 179 (2019).
21. G. Calucci, R. Ragazzon. Nonlogarithmic terms in the strong field dependence of the photon propagator. *J. Phys. A* **27**, 2161 (1994).
22. V.P. Gusynin, V.A. Miransky, I.A. Shovkovy. Dimensional reduction and catalysis of dynamical symmetry breaking by a magnetic field. *Nucl. Phys. B* **462**, 249 (1996).
23. О. Новак, М. Дяченко, О. Левицька, Р. Холодов. Подвійне променезаломлення вакууму в полі кільця зі струмом та направленої електромагнітної хвилі. *УФЖ* **63**, №11, 979 (2018).
24. E. Zavattini, G. Zavattini, G. Ruoso *et al.* New PVLAS results and limits on magnetically induced optical rotation and ellipticity in vacuum. *Phys. Rev. D* **77**, 032006 (2008).
25. F. Della Valle, E. Milotti, A. Ejlli *et al.* First results from the new PVLAS apparatus: A new limit on vacuum magnetic birefringence. *Phys. Rev. D* **90**, 092003 (2014).
26. F. Della Valle, A. Ejlli, U. Gastaldi *et al.* The PVLAS experiment: measuring vacuum magnetic birefringence and dichroism with a birefringent Fabry-Perot cavity. *Eur. Phys. J. C* **76**, 24 (2016).
27. H.P. Schlenvoigt, T. Heinzl, U. Schramm *et al.* Prospects for studying vacuum polarisation using dipole and synchrotron radiation. *Phys. Scr.* **91**, 023010 (2016).
28. O. Tesileanu, D. Ursescu, R. Dabu, N. V. Zamfir. Extreme light infrastructure. *J. Phys.: Conf. Ser.* **420**, 012157 (2013).
29. R.P. Mignani, V. Testa, D. Gonzalez Caniulefet *et al.* Evidence for vacuum birefringence from the first optical-polarimetry measurement of the isolated neutron star RX J1856.5–3754. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **465**, 492 (2017).
30. Н.П. Клепиков. Излучение фотонов и электронно-позитронных пар в магнитном поле. *ЖЭТФ* **26**, 19 (1954).
31. V.N. Baier, V.M. Katkov. Processes involved in the motion of high energy particles in a magnetic field. *Sov. Phys. – JETP* **26**, 854 (1968).
32. V.N. Baier, V.M. Katkov. Quasiclassical theory of bremsstrahlung by relativistic particles. *Sov. Phys. – JETP* **28**, 807 (1969).
33. V.N. Baier, V.M. Katkov. Pair creation by a photon in a strong magnetic field. *Phys. Rev. D* **75**, 07300 (2007).
34. L. Semionova, D. Leahy. Remarks concerning pair creation in strong magnetic fields. *Astron. Astrophys.* **373**, 272 (2001).
35. O.P. Novak, R.I. Kholodov. Polarization effects in the photon-induced process of electron-positron pair creation in a magnetic field, studied in the ultra-quantum-mechanical approximation. *Ukr. J. Phys.* **53**, 185 (2008).
36. O.P. Novak, R.I. Kholodov. Spin-polarization effects in the processes of synchrotron radiation and electron-positron pair production by a photon in a magnetic field. *Phys. Rev. D* **80**, 025025 (2009).
37. В.В. Скобелев. О распространении фотона в магнитном поле. *ЖЭТФ* **73**, 1301 (1977).
38. М. Дяченко, О. Новак, Р. Холодов. Порогове резонансне двофотонне народження e^-e^+ пари в сильному магнітному полі на найнижчі рівні Ландау. *УФЖ* **59**, №9, 849 (2014).
39. М. Дяченко, А. Новак, Р. Холодов. Резонансное рождение электрон-позитронной пары двумя фотонами на возбужденные уровни Ландау. *ЖЭТФ* **148**, №5, 931 (2015).
40. M.M. Diachenko, O.P. Novak, R.I. Kholodov. Pair production in a magnetic and radiation field in a pulsar magnetosphere. *Mod. Phys. Lett. A* **30**, 1550111 (2015).
41. А.П. Новак, Р.И. Холодов, П.И. Фомин. Рождение электрон-позитронной пары электроном в магнитном поле вблизи порога процесса. *ЖЭТФ* **137**, №6, 1120 (2010).
42. O.P. Novak, R.I. Kholodov. Electron-positron pair production by an electron in a magnetic field in the resonant case. *Phys. Rev. D* **86**, 105013 (2012).
43. M.M. Diachenko, R.I. Kholodov. Energy losses of positive and negative charged particles in electron gas. *Mod. Phys. Lett. A* **32**, 1750031 (2017).
44. V. Skalozub. Induced color charges, effective $\gamma\gamma G$ vertex in QGP. Applications to heavy-ion collisions. *Ukr. J. Phys.* **64**, №8, 754 (2019).
45. В.Б. Берестецкий, Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. *Квантовая электродинамика* (Наука, 1989).

46. Alan Chodos, Kenneth Everding, David A. Owen. QED with a chemical potential: The case of a constant magnetic field. *Phys. Rev. D* **42**, 2881 (1990).
47. V.P. Gusynin, V.A. Miransky, I.A. Shovkovy. Dynamical chiral symmetry breaking by a magnetic field in QED. *Phys. Rev. D* **52**, 4747 (1995).
48. D.B. Melrose, A.J. Parle. Quantum electrodynamics in strong magnetic fields. I. Electron states. *Aust. J. Phys.* **36**, 755 (1983).
49. П.І. Фомін, Р.І. Холодов. До теорії резонансних квантово-електродинамічних процесів у зовнішньому магнітному полі. *УФЖ* **44**, 1526 (1999).
50. N.N. Bogoliubov, D.V. Shirkov. *Introduction to the Theory of Quantized Field* (Interscience Publishers, 1959).

Одержано 11.11.19

M. Diachenko, O. Novak, R. Kholodov, A. Fomina

ELECTRON-POSITRON PAIR
PHOTOPRODUCTION IN A STRONG MAGNETIC
FIELD THROUGH THE POLARIZATION CASCADE

S u m m a r y

The process of the e^-e^+ pair photoproduction in a strong magnetic field through the polarization cascade (the creation of an e^-e^+ pair from a single photon and its subsequent annihilation to a single photon) has been considered. The kinematics of the process is analyzed, and the expression for the general amplitude is obtained. A radiation correction to the process of pair creation at the lowest Landau levels by a single photon is found in the case where the energy of this photon is close to the threshold value. A comparison with the process of e^-e^+ pair production by one photon is made.