
И.У. ТАДЖИБАЕВ, С.Н. НУРИТДИНОВ, А.А. МУМИНОВ

Национальный университет Узбекистана

(Ул. Университетская, 2, Ташкент 100174, Узбекистан; e-mail: tadj_ikram@mail.ru,
nur200848@mail.ru, maa201609@gmail.com)

УДК 524.4

НЕЛИНЕЙНАЯ КОСМОЛОГИЯ СИСТЕМЫ ШАРОВЫХ СКОПЛЕНИЙ ВОКРУГ ГАЛАКТИК

Изучены вопросы происхождения систем шаровых скоплений звезд вокруг галактик на фоне нелинейно нестационарной модели коллапсирующей галактик. Исследованы неустойчивости данной нелинейной модели относительно четырех мелкомасштабных мод возмущений. При этом степень моды определяет в среднем количество скоплений в системе. Построены критические диаграммы зависимости начального значения вириального отношения от степени вращения коллапсирующей модели. Вычислены значения инкрементов соответствующих видов неустойчивостей. Выполнено сравнение результатов расчета характеристик неустойчивостей рассмотренных мод колебаний.

Ключевые слова: системы шаровых скоплений звезд, гравитационные неустойчивости, пульсирующая модель, самогравитирующие системы, космология шаровых скоплений.

1. Введение

Шаровые скопления звезд (ШСЗ) – довольно сложные звездные системы, которые наблюдаются вокруг галактик Хаббловского типа и отличаются от других скоплений существенно большим количеством звёзд, симметричной формой, близкой к сферической, и высокой концентрацией физически связанных звезд. Система же шаровых скоплений звезд (СШСЗ) определяется как подсистема галактики. При этом эти системы иногда (в случае спиральных галактик) вероятно могут состоять из физически слабосвязанных ШСЗ. Согласно современным наблюдениям, почти все типы галактик камертона Хаббла содержат СШСЗ в весьма различной степени, причем количество скоплений явно зависит от типа галактики. С точки зрения наблюдений изучение СШСЗ в других галактиках проводилось более активно, чем такая система в нашей Галактике. В частности, с появлением ПЗС камер, внимание к СШСЗ резко возросло (см., на-

пример, [1–7] и ссылки там). Особо следует отметить работу Харриса и др. [3] по тщательному сбору данных. В работе [5] нами был выполнен анализ данных наблюдений и предложена классификация СШСЗ, а в работе [6] приведены результаты изучения данных по СШСЗ спиральных и карликовых галактик.

Анализ наблюдательных данных по СШСЗ даёт нам возможность понять не только конкретные статистические свойства самих ШСЗ, но и физику и этапы эволюции галактик. При этом химический состав и динамические характеристики СШСЗ играют значительную роль в исследованиях ранних стадий формирования галактик. Кроме того, результаты, полученные из анализа данных наблюдений СШСЗ, могут быть использованы, в частности, для проверки проблем происхождения их родительских галактик.

Вопросы происхождения СШСЗ непосредственно связаны с космологической проблемой формирования галактик. Существует два различных сценария происхождения галактик – каскадная фрагментация и иерархическое сгущивание [8, 9]. Со-

© И.У. ТАДЖИБАЕВ, С.Н. НУРИТДИНОВ,
А.А. МУМИНОВ, 2017

1050

ISSN 2071-0194. Укр. фіз. журн. 2017. Т. 62, № 12

гласно теории каскадной фрагментации [8], на ранней стадии эволюции Вселенной вначале формируются протосверхскопления галактик, а затем из-за их неустойчивости происходит процесс их поэтапной фрагментации вплоть до протогалактик, и только потом рождаются СШСЗ. Теория иерархического сгущивания [9] утверждает, что во Вселенной вначале возникают протооблака ШСЗ, которые постепенно объединяются в протогалактики, а те – в скопления галактик и, наконец, в сверхскопления. Как видно, результаты исследования СШСЗ необходимы, в частности, в проблеме сравнения сценариев формирования и эволюции галактик.

2. Состояние теории происхождения СШСЗ

К настоящему времени происхождение не только СШСЗ, но даже самих ШСЗ далеко не изучено. Исследование проблем происхождения ШСЗ и их систем носит сильно отрывистый и чаще всего умозрительный характер. Вопросы намного больше, чем конкретных ответов. Так, например, остается неясным, состоит ли ШСЗ из звезд одного поколения, или же оно состоит из звезд, прошедших различные циклы эволюции с большой разницей в возрасте. Почему почти все ШСЗ имеют достаточно сферическую форму и как это связано с эффективностью звездообразования и т.п. Вот почему в литературе имеется несколько различных точек зрения на формирование ШСЗ и их систем. Например, в работе [1] обсуждается теория происхождения ШСЗ в результате коллапса протогалактики и различаются три модели. Согласно первой модели, ШСЗ формируются намного раньше, чем сама галактика, во второй модели ШСЗ и галактика образуются почти одновременно, а в третьей модели ШСЗ образуются явно после образования их родительских галактик. Также рассматривается возможность разрушения скоплений в результате, например, динамического трения, внутренней релаксации, приливного взаимодействия и формирования звезд. В работе [10] предполагается, что некоторые ШСЗ образуются в процессе взаимодействия или слияния галактик, объясняется существование молодых ШСЗ в Магеллановых Облаках, а также аномально богатые СШСЗ вокруг некоторых галактик и особенно в центрах скоплений галактик.

Авторы [11] предлагают теорию происхождения шаровых скоплений и их систем в период коллапса протогалактики. При этом тепловая неустойчивость способствует развитию двухфазной структуры в газе, если время остывания сравнимо со временем свободного падения. Согласно [11], горячая компонента, температура которой остается близкой к вириальной, сжимает холодную компоненту в дискретные облака с температурами около 10^4 К и средними плотностями в диапазоне $1-10 M_{\odot}/pc^3$.

В работе [12] изучены мультимодальные распределения металличности ШСЗ в массивных гигантских галактиках и исследуется проблема происхождения различных поднаселений ШСЗ. Ими найдено, что при разделении металлобогатых и металлобедных подсистем, в галактиках с бимодальным распределением металличности ШСЗ средняя металличность среди металлобогатых хорошо коррелируется со светимостью родительской галактики, а для металлобедных никакой корреляции нет. Это указывает на то, что металлобогатые скопления относительно тесно связаны с галактикой. Однако, отношение металлобогатых скоплений к металлобедным коррелирует с параметром удельной частоты. Галактики, имеющие высокую удельную частоту ШСЗ, содержат большее количество металлобедных скоплений. В [12] утверждается, что модель слияния двух галактик не может объяснить происхождение ШСЗ в гигантских галактиках. Авторы полагают, что ШСЗ формируются в двух различных фазах формирования звезд из газа с различной металличностью и это приводит к бимодальному распределению. Металлобедные ШСЗ образуются на ранней стадии коллапса протогалактического облака, а металлобогатые образовались позднее из более обогащенного газа, примерно одновременно с галактикой. Считается, что металлобогатые ШСЗ в эллиптических галактиках аналогичны металлобедным ШСЗ в гало спиральных галактик. А ШСЗ в “дисках” спиральных галактик, если они там есть, образовались намного позже.

В [13] изучаются последние стадии коллапса и выполнено сравнение с результатами анализа задачи N -тел. В ряде работ [10, 12, 14–17] обсуждается возможность формирования СШСЗ при слиянии двух галактик, но в них не учтены конкретные данные наблюдений.

Из вышеуказанных здесь работ, мы можем сделать вывод о том, что в настоящее время нет последовательно развитой теории формирования ШСЗ. Нет также цельной теории происхождения СШСЗ, где большое значение имеет построение точных нестационарных моделей. Дело в том, что независимо от типа сценария происхождения галактик, каскадная теория формирования или иерархическое сгущивание, ясно то, что протооблака шаровых скоплений звезд рождаются из-за гравитационной неустойчивости радиальных орбит на фоне либо коллапсирующей протогалактики, либо расширяющейся сферической космологической модели. Процессы гравитационной неустойчивости происходят на фоне нелинейно нестационарной, ранней стадии динамической эволюции гравитирующих систем. В работах [6, 18] с целью некоторого приложения результатов изучения гравитационной неустойчивости на фоне пульсирующей модели нами впервые использована аналогия гравитирующей системы с газовой моделью с показателем адиабаты $5/3$. Действительно, если ранее многими авторами (см., например, [19] и ссылки там) для анализа эволюции звездных систем использована аналогия с газовой моделью с показателем адиабаты $5/3$, то имеет смысл и обратный способ, т.е. имея теоретические результаты для бесстолкновительной сферической системы, можно попробовать их приложить к сферической газовой системе [6, 18].

3. Исходная нелинейно нестационарная модель и основные уравнения

Для построения нелинейно нестационарной модели необходимо иметь в основе устойчивую в линейном приближении равновесную конфигурацию. Метод построения нелинейно пульсирующих моделей нестационарных бесстолкновительных самогравитирующих систем был предложен в работах [20–22], используя метод лагранжевых координат. Суть этого метода подробно описана в монографии [22]. Обобщение стационарной сферической равновесной модели Камма [23] на случай нелинейных пульсаций выполнена в [24], а в [25] приведена вращающаяся нестационарная фазовая модель

$$\Psi(r, v_r, v_\perp, t, \lambda) = \frac{\rho(t)\Pi^2}{\pi^2} \frac{\chi(f)}{\sqrt{f}} \times [1 + \Omega r v_\perp \sin \theta \sin \eta], \quad (1)$$

1052

где

$$f = \left(1 - \frac{r^2}{\Pi^2}\right) \left(\frac{1}{\Pi^2} - v_\perp^2\right) - \left(v_r + \frac{\lambda r \sin \psi}{\sqrt{1 - \lambda^2 \Pi^2}}\right)^2, \quad (2)$$

χ – функция Хевисайда, радиус системы меняется по закону $R = \Pi(t) R_0$, причем $\Pi(\psi) = (1 + \lambda \cos \psi)/(1 - \lambda^2)$ имеет смысл коэффициента растяжения шара, ψ – вспомогательная переменная вместо времени t , точнее $\psi = e \int_0^t \Pi^{-1} dt$, $e = \sqrt{1 - \lambda^2}$, $\lambda = 1 - \left(\frac{2T}{|U|}\right)_0$ – амплитуда пульсации, которая принимает значения в интервале $[0; 1]$, а $\left(\frac{2T}{|U|}\right)_0$ – вириальное отношение в момент $t = 0$, Ω – параметр твердотельного вращения пульсирующей сферы ($0 \leq \Omega \leq 1$), $v_a = -\lambda r \sin \psi / (e\Pi^2)$, $v_b = r/\Pi^2$. Остальные обозначения см. в [22, 25].

Для исследования неустойчивостей нестационарной модели (1) накладывается на нее малое, в общем случае, несимметричное возмущение $\delta\Phi$. Линеаризуя уравнение движения

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mathbf{r}}{\Pi^3} + \text{grad}(\delta\Phi), \quad (3)$$

получаем уравнение малых несимметричных колебаний отдельной частицы:

$$(1 + \lambda \cos \psi) \frac{d^2 \delta \mathbf{r}}{d\psi^2} + \lambda \sin \psi \frac{d\delta \mathbf{r}}{d\psi} + \delta \mathbf{r} = \frac{1}{(1 - \lambda^2)^3} (1 + \lambda \cos \psi) \frac{\partial(\delta\Phi)}{\partial \mathbf{r}}. \quad (4)$$

Далее, для расчета возмущения плотности переходим к смещению центроида $(\overline{\delta x}, \overline{\delta y}, \overline{\delta z})$, усредняя уравнение (4) по пространству скоростей. Тогда можно написать следующее решение (4), используя аналог функции Грина $S(\psi, \psi_1)$:

$$\overline{\delta \mathbf{r}} = \frac{1}{(1 - \lambda^2)^3} \int_{-\infty}^{\psi} (1 + \lambda \cos \psi_1)^3 \times S(\psi, \psi_1) \left[\frac{\partial(\delta\Phi)}{\partial \mathbf{r}} \right] d\psi_1. \quad (5)$$

Возмущение потенциала возьмем в виде

$$\delta\Phi = A(\psi) r^N \exp(im\phi) P_N^m(\cos \theta), \quad (6)$$

где $A(\psi)$ – искомая функция, N – главный индекс возмущения, m – азимутальное волновое число, P_N^m – символ присоединенного полинома Лежандра. Подставляя (6) в (5) и сравнивая вычисленное выражение возмущения плотности с теоретическим [26], находим следующий нестационарный аналог дисперсионного уравнения (НАДУ):

$$\frac{1}{6}A(\psi)\Pi^3 = \frac{1}{N(N+1)}S_{1N} + \frac{im\Omega(N-2)!}{(N+2)!}S_{2N}, \quad (7)$$

где

$$S_{1N} = \int_{-\infty}^{\psi} W^{-1} E \frac{dP_N(\cosh)}{d \cosh} d\psi_1,$$

$$S_{2N} = \int_{-\infty}^{\psi} W^{-1} E \sinh \frac{d^2 P_N(\cosh)}{d(\cosh)^2} d\psi_1.$$

Здесь

$$\cos h = \frac{c(\lambda + \cos \psi_1) + e^2 s \sin \psi_1}{(1 + \lambda \cos \psi)(1 + \lambda \cos \psi_1)},$$

$$E = \frac{1}{e^6} (1 + \lambda \cos \psi_1)^3 S(\psi, \psi_1) A(\psi_1),$$

$$W = \frac{1 + \lambda \cos \psi_1}{1 + \lambda \cos \psi}, \quad c = \lambda + \cos \psi, \quad s = \sin \psi.$$

Остальные обозначения даны в работах [20–22, 25].

4. Анализ мелкомасштабных видов неустойчивостей

Мы рассматриваем модель формирования, где происхождение СШСЗ на ранней стадии коллапса протогалактики обусловлено гравитационной неустойчивостью нелинейно нестационарной модели относительно мод колебаний высоких степеней, которые соответствуют достаточно мелкомасштабным возмущениям плотности коллапсирующей галактики. При этом степень моды определяет в среднем количество ШСЗ в системе. Согласно классификации СШСЗ [5], система называется бедной, если количество ШСЗ находится в интервале от (10; 100) и умеренной, если в интервале (100; 1000). Здесь мы рассмотрим четыре моды колебаний: $N = 11, m = 3$; $N = 12, m = 4$; $N = 14, m = 4$, $N = 16, m = 6$. Из них первые две соответствуют бедным системам, а последние два – умеренным. Для указанных мод колебаний неустойчивость при определенных начальных условиях способна привести к формированию системы из сгущений, количество которых будет соответствовать случаю бедных и умеренных СШСЗ.

Отметим, что расчеты мод высоких степеней приводят к громоздким системам интегральных или дифференциальных уравнений. Например, в простом случае $N = 11, m = 3$, мы имеем систему дифференциальных уравнений 44 порядка:

$$(1 + \lambda \cos \psi) \frac{d^2 \gamma_\tau}{d\psi^2} + \lambda \sin \psi \frac{d\gamma_\tau}{d\psi} + \gamma_\tau =$$

$$= (1 + \lambda \cos \psi)^3 (\lambda + \cos \psi)^{N-\tau} \sin^{\tau-1} \psi A(\psi), \quad (8)$$

где

$$A(\psi) = \frac{1}{(1 + \lambda \cos \psi)^{20}} K_{11}^3(\gamma_\tau), \quad \tau = \overline{1, 11},$$

$$\gamma_\tau = \int_{-\infty}^{\psi} (1 + \lambda \cos \psi_1)^3 S(\psi, \psi_1) a(\psi_1) \times$$

$$\times (\lambda + \cos \psi_1)^{N-\tau} \sin^{\tau-1} \psi_1 d\psi_1. \quad (9)$$

Выражение для функции K_{11}^3 приведено в приложении.

Для решения НАДУ в виде (8) и (9) необходим переход от интегральной формы к дифференциальной. По аналогии (4) и (5) из (9) находим систему дифференциальных уравнений, порядок которой равен 44:

$$(1 + \lambda \cos \psi) \frac{d^2 \gamma_\tau}{d\psi^2} + \lambda \sin \psi \frac{d\gamma_\tau}{d\psi} + \gamma_\tau =$$

$$= (1 + \lambda \cos \psi)^3 (\lambda + \cos \psi)^{N-\tau} \sin^{\tau-1} \psi A(\psi).$$

Так, мы имеем систему дифференциальных уравнений 44-порядка в случае $N = 11, m = 3$. НАДУ для остальных (12, 4), (14, 4) и (16, 6) мод колебаний является более громоздко, чем рассмотренный случай и поэтому здесь не приводим. В этих случаях соответствующие системы имеют 80, 120 и 180 скоплений. Для этих мод колебаний имеем систему дифференциальных уравнений 48-, 56- и 64-порядка, соответственно.

5. Результаты и их обсуждение

Неустойчивости указанных четырех мод колебаний нами исследовались численно, решая НАДУ отдельно для каждой моды. Каждый раз мы решаем проблему поиска областей неустойчивости конкретной моды возмущения на диаграмме “вириальное отношение в исходный момент напротив параметра вращения модели” методом устойчивости

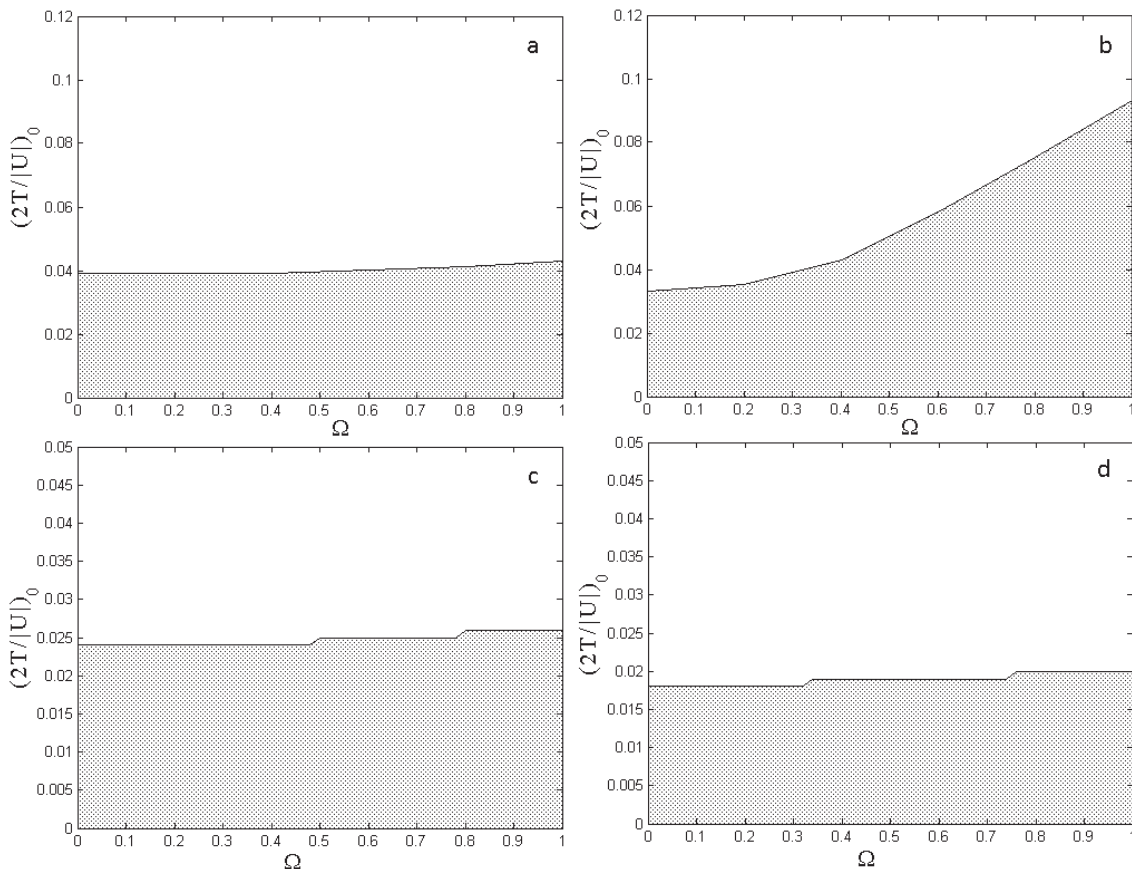


Рис. 1. Критические зависимости начального вириального отношения от параметра вращения: *a* – для $N = 11, m = 3$; *b* – для $N = 12, m = 4$; *c* – для $N = 14, m = 4$; *d* – для $N = 16, m = 6$

периодических решений [27]. Нами также найдены соответствующие зависимости инкремента неустойчивости от значения вириального отношения в момент начала коллапса.

Так, на рис. 1 приведены критические зависимости начального вириального отношения от параметра вращения. Из графика видно, что с ростом порядка мод критическое значение начального вириального параметра уменьшается, это означает, что область неустойчивости медленно сужается. Темп неустойчивости, в общем, очень слабо зависит от степени вращения коллапсирующей протогалактики.

На рис. 2 показано поведение инкрементов неустойчивости в зависимости от вириального отношения и параметра вращения. Значения инкрементов неустойчивостей в каждом случае увеличиваются с ростом значения параметра вра-

щения. Расчеты показывают, что соответствующая область неустойчивости начинается при малых значениях вириального параметра, например, $(2T/|U|)_0 = 0,024$ для моды (14, 4), а для моды (16, 6) $(2T/|U|)_0 = 0,018$. Оба значения вириального отношения соответствуют случаю без вращения, а включение вращения приводит к дестабилизации.

Также нами проведено сравнение инкрементов неустойчивости четырех мод колебаний при фиксированных значениях параметра вращения. Надо отметить, что среди исследованных мод колебаний при всех значениях параметра вращения лидирующим является мода (12, 4). С увеличением степени моды колебаний инкременты неустойчивости постепенно уменьшаются.

Отметим, что использованная нами здесь аналогия между газовой средой с показателем адиабаты $5/3$ и звездной системой для реальных объектов

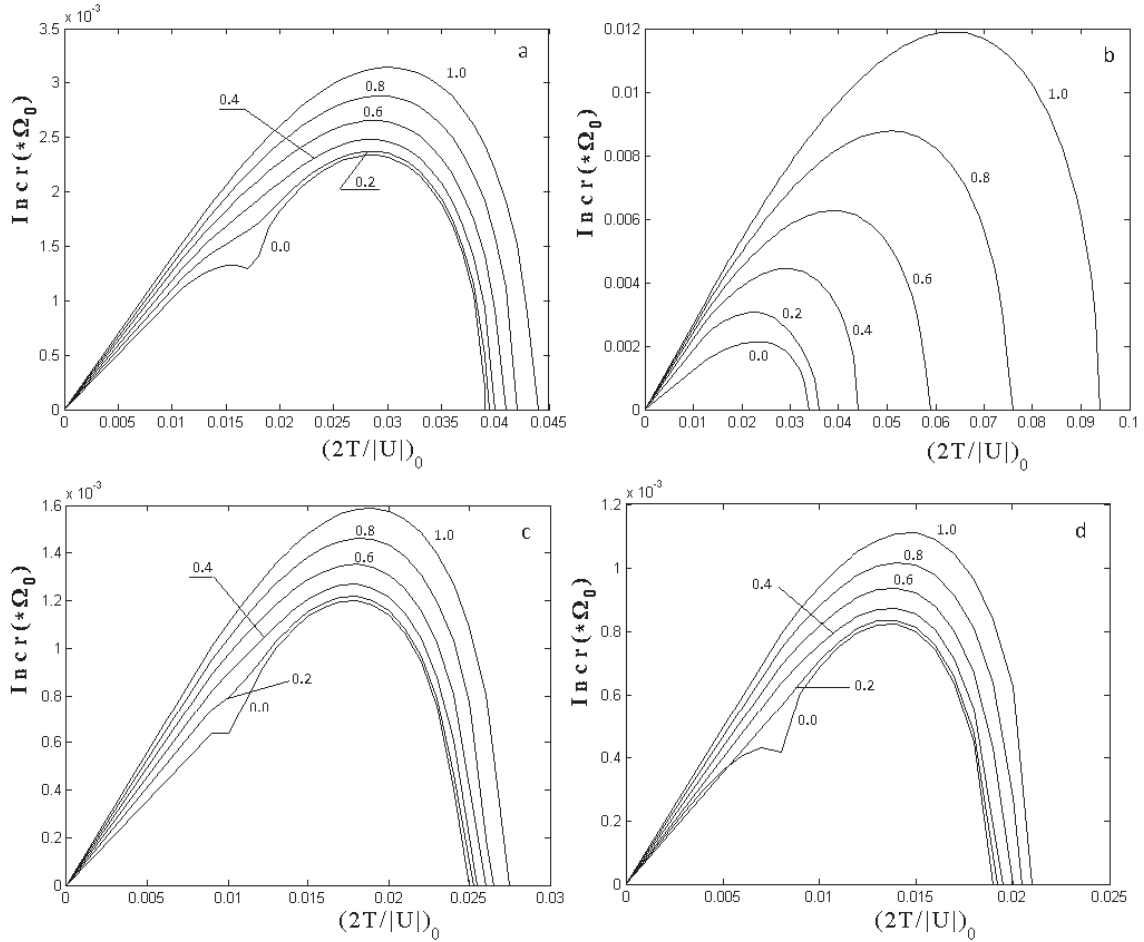


Рис. 2. Поведение инкрементов неустойчивости от $(2T/|U|)_0$ и Ω : а – для $N = 11$, $m = 3$; б – для $N = 12$, $m = 4$; в – для $N = 14$, $m = 4$; г – для $N = 16$, $m = 6$. Цифрами у кривых обозначены значения параметра вращения

дает приближенные оценки физического состояния в момент начала коллапса и неустойчивости. Например, из найденного условия для вириального отношения в случае моды (14, 4) нами найдено критическое значение температуры протогалактики, которое оказалось равным $5,2 \cdot 10^4$ К. Наши расчеты показывают, что формирование СШСЗ происходит из-за неустойчивости радиальных движений в протогалактике.

Работа выполнялась в рамках гранта ОТ-Ф2-13 АНТ РУз.

ПРИЛОЖЕНИЕ

$$K_{11}^3(\gamma_\tau) = \left(3c^{10} + \frac{945}{128}c^2e^8s^8 - \frac{63}{512}e^{10}s^{10} - \right.$$

$$\begin{aligned} & - \frac{1575}{32}c^4e^6s^6 - \frac{135}{4}c^8e^2s^2 + \frac{315}{4}c^6e^4s^4 \Big) \gamma_1 + \\ & + \left(\frac{4095}{256}e^{10}s^9c - \frac{4095}{16}e^8s^7c^3 + \frac{195}{2}c^9e^2s + \right. \\ & + \frac{12285}{16}c^5e^6s^5 - 585c^7e^4s^3 \Big) \gamma_2 + \\ & + \left(\frac{82215}{32}c^4e^8s^6 - \frac{135}{4}c^{10}e^2 - \frac{114345}{32}c^6e^6s^4 - \right. \\ & - \frac{214515}{512}e^{10}s^8c^2 + \frac{945}{128}e^{12}s^{10} + \frac{2295}{2}c^8e^4s^2 \Big) \gamma_3 + \\ & + \left(\frac{48555}{8}c^7e^6s^3 + \frac{241605}{64}c^3e^{10}s^7 - 585c^9e^4s - \right. \\ & - \frac{4095}{16}ce^{12}s^9 - \frac{159705}{16}e^8s^5c^5 \Big) \gamma_4 + \\ & + \left(-\frac{114345}{32}e^6s^2c^8 + \frac{1020915}{64}e^8c^6s^4 + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{82215}{32}e^{12}c^2s^8 + \frac{315}{4}e^4c^{10} - \\
 & - \frac{1575}{32}e^{14}s^{10} - \frac{3569895}{256}e^{10}c^4s^6 \Big) \gamma_5 + \\
 & + \left(\frac{12285}{16}e^6sc^9 + \frac{2803437}{128}e^{10}c^5s^5 - \frac{159705}{16}e^8c^7s^3 + \right. \\
 & + \frac{12285}{16}e^{14}s^9c - \frac{159705}{16}e^{12}s^7c^3 \Big) \gamma_6 + \\
 & + \left(\frac{1020915}{64}e^{12}c^4s^6 - \frac{114345}{32}e^{14}s^8c^2 - \right. \\
 & - \frac{1575}{32}e^6c^{10} - \frac{3569895}{256}e^{10}c^6s^4 + \\
 & + \frac{82215}{32}e^8s^4c^6 + \frac{82215}{32}e^8c^8s^2 \Big) \gamma_7 + \\
 & + \left(-585e^{16}cs^9 - \frac{159705}{16}e^{12}c^5s^5 + \frac{48555}{8}e^{14}c^3s^7 - \right. \\
 & - \frac{4095}{16}e^8sc^9 + \frac{241605}{64}e^{10}c^7s^3 \Big) \gamma_8 + \\
 & + \left(\frac{2295}{2}e^{16}c^2s^8 + \frac{945}{128}e^8c^{10} - \right. \\
 & - \frac{135}{4}e^{18}s^{10} - \frac{114345}{32}e^{14}s^6c^4 - \\
 & - \frac{214515}{512}e^{10}c^8s^2 + \frac{82215}{32}e^{12}c^6s^4 \Big) \gamma_9 + \\
 & + \left(\frac{4095}{256}e^{10}c^9s - \frac{4095}{16}e^{12}s^3c^7 + \frac{195}{2}e^{18}s^9c - \right. \\
 & - 585e^{16}s^7c^3 + \frac{12285}{16}e^{14}c^5s^5 \Big) \gamma_{10} + \\
 & + \left(3e^{20}s^{10} + \frac{945}{128}e^{12}c^8s^2 - \frac{135}{4}e^{18}c^2s^8 - \right. \\
 & - \frac{1575}{32}e^{14}c^6s^4 + \frac{315}{4}e^{16}s^6c^4 - \frac{63}{512}e^{10}c^{10} \Big) \gamma_{11} + \\
 & + im\Omega \left\{ \left(-\frac{189}{32}s^5e^5c^5 + \frac{9}{2}s^3c^7e^3 - \right. \right. \\
 & - \frac{63}{512}s^9ce^9 + \frac{63}{32}s^7c^3e^7 - \frac{3}{4}esc^9 \Big) \gamma_1 + \\
 & + \left(\frac{3591}{512}c^2e^9s^8 - \frac{63}{512}s^{10}e^{11} + \frac{1953}{32}c^6e^5s^4 - \right. \\
 & - \frac{693}{16}c^4e^7s^6 + \frac{3}{4}c^{10}e - \frac{81}{4}c^8e^3s^2 \Big) \gamma_2 + \\
 & + \left(-\frac{13419}{128}c^3e^9s^7 + \frac{567}{2}c^5e^7s^5 - \frac{2889}{16}c^7e^5s^3 + \right. \\
 & + \frac{81}{4}c^9e^3s + \frac{3591}{512}ce^{11}s^9 \Big) \gamma_3 + \\
 & + \left(\frac{63}{32}s^{10}e^{13} + \frac{75159}{128}c^4e^9s^6 - \frac{13419}{128}c^2e^{11}s^8 - \right. \\
 & - \frac{9}{2}c^{10}e^3 - \frac{22743}{32}c^6e^7s^4 + \frac{2889}{16}c^8e^5s^2 \Big) \gamma_4 + \\
 & + \left(\frac{75159}{128}c^3e^{11}s^7 - \frac{353241}{256}c^5e^9s^5 + \right. \\
 & + \frac{22743}{32}c^7e^7s^3 - \frac{693}{16}ce^{13}s^9 - \frac{1953}{32}c^9e^5s \Big) \gamma_5 +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \left(\frac{567}{2}c^2e^{13}s^8 + \frac{353241}{256}c^6e^9s^4 - \frac{353241}{256}c^4e^{11}s^6 + \right. \\
 & + \frac{189}{32}c^{10}e^5 - \frac{567}{2}c^8e^7s^2 - \frac{189}{32}e^{15}s^{10} \Big) \gamma_6 + \\
 & + \left(\frac{353241}{256}c^5e^{11}s^5 + \frac{693}{16}c^9e^7s - \frac{75159}{128}c^7e^9s^3 - \right. \\
 & - \frac{22743}{32}c^3e^{13}s^7 + \frac{1953}{32}ce^{15}s^9 \Big) \gamma_7 + \\
 & + \left(\frac{9}{2}e^{17}s^{10} + \frac{22743}{32}c^4e^{13}s^6 - \frac{75159}{128}c^6e^{11}s^4 - \right. \\
 & - \frac{63}{32}c^{10}e^7 + \frac{13419}{128}c^8e^9s^2 - \frac{2889}{16}c^2e^{15}s^8 \Big) \gamma_8 + \\
 & + \left(-\frac{567}{2}c^5e^{13}s^5 + \frac{2889}{16}c^3e^{15}s^7 - \frac{3591}{512}c^9e^9s - \right. \\
 & - \frac{81}{4}ce^{17}s^9 + \frac{13419}{128}c^7e^{11}s^3 \Big) \gamma_9 + \\
 & + \left(-\frac{1953}{32}c^4e^{15}s^6 + \frac{693}{16}c^6e^{13}s^4 - \frac{3}{4}e^{19}s^{10} + \right. \\
 & + \frac{63}{512}c^{10}e^9 - \frac{3591}{512}c^8e^{11}s^2 + \frac{81}{4}c^2e^{17}s^8 \Big) \gamma_{10} + \\
 & + \left(\frac{63}{512}c^9e^{11}s + \frac{189}{32}c^5e^{15}s^5 - \frac{9}{2}c^3e^{17}s^7 - \right. \\
 & - \frac{63}{32}c^7e^{13}s^3 + \frac{3}{4}ce^{19}s^9 \Big) \gamma_{11} \Big\}.
 \end{aligned}$$

1. K. Ashman, S. Zepf. *Globular cluster Systems* (Cambridge University Press, 1998).
2. K. Gebhardt, M. Kissler-Pating. Globular cluster systems. I. V-I color distributions. *Astron. Journ.* **118**, 1526 (1999).
3. W.E. Harris, G.L. Harris, A. Matthew. A catalog of globular cluster systems: What determines the size of a galaxy's globular cluster population? *Astrophys. Journ.* **772**, 82 (2013).
4. W.E. Harris, W. Morningstar *et al.* Globular cluster systems in brightest cluster galaxies: A near-universal luminosity function? *Astrophys. Journ.* **797**, 128 (2014).
5. S.N. Nuritdinov, I.U. Tadjibaev. Globular star cluster systems around galaxies. I. Search for statistical relationships. *Astrophys.* **57**, 1, 59 (2014).
6. I.U. Tadjibaev, S.N. Nuritdinov, J.M. Ganiev. Globular star cluster systems around galaxies. II. Spiral and dwarf galaxies. *Astrophys.* **58**, 2, 181 (2015).
7. W.E. Harris. Where are most of the globular clusters in today's universe? *Astron. Journ.* **151**, 4, 102 (2016).
8. Л.В. Зельдович, И.Д. Новиков. *Строение и эволюция Вселенной* (Наука, 1975).
9. P.J.E. Peebles, R.H. Dicke. Origin of the globular star clusters. *Astrophys. Journ.* **154**, 891 (1968).
10. K.M. Ashman, S.E. Zepf. The formation of globular clusters in merging and interacting galaxies. *Astrophys. Journ.* **384**, 50 (1992).
11. S.M. Fall, M.J. Rees. A theory for origin of globular clusters. *Astrophys. Journ.* **298**, 18 (1985).

12. A. Forbes, J.P. Brodie, C.J. Grillmair. On the origin of globular cluster systems in elliptical and cD galaxies. *Astron. Journ.* **113**, 1652 (1997).
13. Ch. Theis. How to form (twin) globular clusters? *ASP Conf. Ser.* **228**, 347 (2001).
14. W.E. Harris. Globular clusters and galaxy mergers. *Astrophys. Journ.* **251**, 497 (1981).
15. F. Schweizer. Star formation in colliding and merging galaxies. In: *Nearly Normal Galaxies*, edited by S.M. Faber (Springer, 1987), p. 18–25.
16. F. Schweizer. The nature of elliptical galaxies; 2nd Stromlo Symposium. *ASP Conf. Ser.* **116**, 447 (1997).
17. J.P. Brodie, L.L. Schrodes *et al.* Keck spectroscopy of candidate 97 proto-globular clusters in NGC 1275. *Astron. Journ.* **116**, 691 (1998).
18. С.Н. Нуритдинов, Ж.Р. Оразимбетов, И.У. Таджибаев. К проблеме формирования системы шаровых скоплений. В кн. *Переменные звезды – ключ к пониманию строения и эволюции Галактики* (Нижний Архиз, 2000), с. 197-201.
19. J. Binney, S. Tremaine. *Galactic Dynamics* (Princeton Univ. Press, 2008).
20. В.А. Антонов, С.Н. Нуритдинов. Неустойчивость нелинейно пульсирующей модели звездной системы. I. Шар Эйнштейна. *Астрон. Журн.* **58**, 1158 (1981).
21. С.Н. Нуритдинов. Неустойчивость нелинейно пульсирующей модели звездной системы. II. *Астрон. Журн.* **60**, 40 (1983).
22. С.Н. Нуритдинов. *Ранняя эволюция галактик: нелинейные модели и неустойчивости* (Ташкент, 2003).
23. C.L. Camm. Self-gravitating star systems. II. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **112**, 115 (1952).
24. С.Н. Нуритдинов. еустойчивость нелинейно пульсирующей модели звездной системы. Объемные возмущения: модель Камма. *Астрон. Журн.* **68**, 4, 763 (1991).
25. С.Н. Нуритдинов. Новая серия нестационарных моделей галактических подсистем: учет вращения. *Астроном. Цирк. БАС АН* **1553**, 9 (1992).
26. В.Л. Поляченко, А.М. Фридман. *Равновесие и устойчивость гравитирующих систем* (Наука, 1976).
27. И.Г. Малкин. *Теория устойчивости движения* (Наука, 1966).

Получено 25.08.17

I.U. Tadjibaev, S.N. Nuritdinov, A.A. Muminov

NONLINEAR COSMOLOGY OF GLOBULAR CLUSTER SYSTEMS AROUND GALAXIES

S u m m a r y

The formation of systems of globular star clusters around galaxies has been studied in the framework of a nonlinear-nonstationary model of collapsing galaxies. Instabilities of the model with respect to four perturbation modes are analyzed, with the mode order determining the average number of clusters in the system. Critical diagrams for the dependence of the initial value of the virial ratio on the rotation degree of collapsing model are plotted. The instability growth rates are calculated, and the obtained instability parameters are compared.