

О.І. ДАВИДОВСЬКА, В.О. НЕСТЕРОВ

Інститут ядерних досліджень НАН України
(Просп. Науки, 47, Київ 03680)

ПЕРЕРІЗИ ПРУЖНОГО РОЗСІЯННЯ ДЛЯ $^{16}\text{O} + ^{42}\text{Ca}$ ТА $^{16}\text{O} + ^{48}\text{Ca}$, ОДЕРЖАНІ НА ОСНОВІ ПОТЕНЦІАЛУ МОДИФІКОВАНОГО МЕТОДУ ТОМАСА–ФЕРМІ З УРАХУВАННЯМ КОРУ

УДК 539

Густини розподілу нуклонів та потенціали ядро-ядерної взаємодії для реакцій $^{16}\text{O} + ^{42}\text{Ca}$ та $^{16}\text{O} + ^{48}\text{Ca}$ було розраховано в рамках модифікованого методу Томаса–Фермі, з урахуванням усіх доданків до членів другого порядку по \hbar у квазикласичному розкладі кінетичної енергії. В ролі нуклон-нуклонної взаємодії використовувалися сили Скірма, залежні від густини нуклонів. Знайдено параметризацію потенціалу ядро-ядерної взаємодії, яка добре описує величину потенціалу, розрахованого у рамках модифікованого підходу Томаса–Фермі з залежними від густини силами Скірма. На основі одержаних потенціалів були обчислені перерізи пружного розсіяння, що добре узгоджуються з експериментальними даними.

Ключові слова: метод Томаса–Фермі, реакції $^{16}\text{O} + ^{42}\text{Ca}$ та $^{16}\text{O} + ^{48}\text{Ca}$.

1. Вступ

Протягом усього часу існування теоретичної ядерної фізики одним з основних її завдань було вивчення особливостей взаємодії атомних ядер. Для розрахунку таких фундаментальних характеристик ядерних реакцій, як перерізи різних процесів, спочатку необхідно знати потенціальну енергію ядерної взаємодії [1–4]. З цієї точки зору особливий інтерес становить інформація про величину та радіальну залежність потенціалу взаємодії на малих відстанях між ядрами.

На жаль, потенціал нуклон-нуклонної взаємодії, особливо її ядерної частини, нині не досить гарно визначений. Загалом можна сказати, що якісно його можна розділити на ядерну, кулонівську та відцентрову частини, де властивості двох останніх вже досить добре вивчені. Але ситуація з ядерною частиною набагато складніша. В даний час для її апроксимації використовується велика кіль-

кість різних моделей [1–24], а висоти бар'єра в потенціалі ядро-ядерної взаємодії, що впливають на механізм ядерних реакцій, у межах цих моделей можуть істотно відрізнятись. З цієї причини інформація про потенціал ядро-ядерної взаємодії та висоти бар'єрів є принципово важливою для опису процесу реакції.

З усіх методів, які використовуються для побудови потенціалу ядро-ядерної взаємодії [25–36], для нашої роботи ми вибрали напівмікроскопічний підхід. У цьому підході розподіл нуклонної та енергетичної густини розраховується за модифікованим методом Томаса–Фермі із залежними від густини силами Скірма [4, 7, 8, 10, 11, 13–24]. На даний момент існує велика кількість успішних параметризацій взаємодії Скірма. У своїй роботі ми використовуємо параметризацію SkP [31]. У цьому випадку напівкласичний розклад кінетичної енергії за ступенями \hbar враховує всі можливі доданки до \hbar^2 . Проведені раніше розрахунки для конкретних ядерних задач нами та іншими авторами свідчать про те, що це досить точне наближення, яке ми будемо використовувати в подальшому. За таких умов модифікований підхід Томаса–Фермі із силами Скірма добре описує розподіл густини нуклонів, енергії зв'язку, середньоквадратичні радіуси та багато інших характеристик основного та збудженого станів атомних ядер [25–31, 33].

Цитування: Давидовська О.І., Нестеров В.О. Перерізи пружного розсіяння для $^{16}\text{O} + ^{42}\text{Ca}$ та $^{16}\text{O} + ^{48}\text{Ca}$, одержані на основі потенціалу модифікованого методу Томаса–Фермі з урахуванням кору. *Укр. фіз. журн.* **70**, №4, 228 (2025).

© Видавець ВД “Академперіодика” НАН України, 2025. Стаття опублікована за умовами відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

У модифікованому наближенні Томаса–Фермі із силами Скірма ядро-ядерний потенціал на великих відстанях наближається до кулонівського. При малих відстанях між поверхнями ядер, що зіштовхуються, спостерігається бар'єр потенціалу, який пов'язано з кулонівським відштовхуванням ядер та ядерним притяганням між ядрами. При подальшому зменшенні відстані між ядрами від радіусу бар'єра потенціальна енергія плавно зменшується. Однак, у модифікованому наближенні Томаса–Фермі із силами Скірма ядро-ядерний потенціал на досить малих відстанях між ядрами, коли густини ядер, що зіштовхуються, суттєво перебиваються, має відштовхувальний кор [7, 10, 13, 14, 17–21]. Цей відштовхувальний кор пов'язаний зі значною величиною нестисканості ядерної матерії [13, 14, 18, 21]. Відзначимо, що відштовхування потенціалу на малих відстанях між ядрами існує, наприклад, в потенціалі проксиміті [5]. Пружне розсіяння легких ядер з урахуванням кору потенціалу досліджувалось у роботах [13, 14, 18, 21, 37, 38]. Також вплив відштовхувального доданка потенціалу дозволив описати глибоко-підбар'єрне пригнічення злиття важких ядер [37]. Однак, ядро-ядерні потенціали з відштовхувальним кором дуже рідко використовуються для опису характеристик розсіяння ядер. Тому дослідження пружного розсіяння важких ядер у модифікованому підході Томаса–Фермі із силами Скірма з урахуванням кору є важливою та актуальною задачею.

У розділі 2 та 3 наведено математичні методи, які необхідні для реалізації вибраного підходу. Розділ 4 містить обговорення отриманих результатів та наших висновків, відповідно.

2. Розрахунок потенціалу в рамках модифікованого методу Томаса–Фермі

Як зазначалося вище, потенціал ядро-ядерної взаємодії $V(R)$ складається з ядерної $V_N(R)$, кулонівської $V_{\text{Coul}}(R)$ і відцентрової $V_l(R)$ частин, які залежать від відстані R між центрами мас ядер:

$$V(R) = V_N(R) + V_{\text{Coul}}(R) + V_l(R). \quad (1)$$

Для кулонівської та відцентрової частин ми використовуємо добре відомі вирази, які легко знайти в посиланнях [19, 22, 23].

Розрахуємо ядерну частину $V_N(R)$ потенціалу взаємодії в рамках розширеного методу Томаса–

Фермі з урахуванням усіх членів другого порядку за \hbar у напівкласичному розкладі кінетичної енергії [4, 7, 8, 10, 11, 13–24]. В ролі нуклон-нуклонної взаємодії будемо використовувати залежні від густини сили Скірма, а саме параметризацію SkP [31]. У наших розрахунках ми маємо справу з наближенням “заморожених” густин, яке цілком застосовне для енергій, що лежать навколо бар'єра.

Потенціал ядро-ядерної взаємодії визначається як різниця між енергіями двох ядер, коли вони розташовані на скінченній $E_{12}(R)$ і нескінченній $E_{1(2)}$ відстані один від одного [8, 10]:

$$V_N(R) = E_{12}(R) - (E_1 + E_2). \quad (2)$$

Зауважимо, що енергія системи на нескінченній відстані є сумою енергій зв'язку для окремих ядер:

$$E_{12}(R) = \int \varepsilon[\rho_{1p}(\bar{r}) + \rho_{2p}(\bar{r}, R), \rho_{1n}(\bar{r}) + \rho_{2n}(\bar{r}, R)] d\bar{r}, \quad (3)$$

$$E_{1(2)}(R) = \int \varepsilon[\rho_{1(2)p}(\bar{r}), \rho_{1(2)n}(\bar{r})] d\bar{r}. \quad (4)$$

Тут через $\rho_{1(2)n}$ та $\rho_{1(2)p}$ ми позначили нейтронну або протонну густину ядра 1(2) відповідно, $\varepsilon[\rho_{1(2)p}(\bar{r}), \rho_{1(2)n}(\bar{r})]$ являє собою густину енергії, R є відстанню між центрами мас ядер.

Густину енергії ми можемо розглядати як суму кінетичної, потенціальної та кулонівської частин, за використання сил Скірма її вигляд добре відомий [23–27, 29, 31, 36]:

$$\begin{aligned} \varepsilon = \varepsilon_{\text{kin}} + \varepsilon_{\text{pot}} + \varepsilon_{\text{Coul}} = & \frac{\hbar^2}{2m} \tau + \frac{1}{2} t_0 \left[\left(1 + \frac{1}{2} x_0\right) \rho^2 - \right. \\ & \left. - \left(x_0 + \frac{1}{2}\right) \times (\rho_n^2 + \rho_p^2) \right] + \\ & + \frac{1}{12} t_3 \rho^\alpha \left[\left(1 + \frac{1}{2} x_3\right) \rho^2 - \left(x_3 + \frac{1}{2}\right) \times (\rho_n^2 + \rho_p^2) \right] + \\ & + \frac{1}{4} \left[t_1 \left(1 + \frac{1}{2} x_1\right) + t_2 \left(1 + \frac{1}{2} x_2\right) \right] \tau \rho + \\ & + \frac{1}{4} \left[t_2 \left(x_2 + \frac{1}{2}\right) - t_1 \left(x_1 + \frac{1}{2}\right) \right] \times \\ & \times (\tau_n \rho_n + \tau_p \rho_p) + \frac{1}{16} \left[3t_1^t \left(1 + \frac{1}{2} x_1\right) - t_2 \left(1 + \frac{1}{2} x_2\right) \right] \times \\ & \times (\nabla \rho)^2 - \frac{1}{16} \left[3t_1 \left(x_1 + \frac{1}{2}\right) + t_2 \left(x_2 + \frac{1}{2}\right) \right] \times \end{aligned}$$

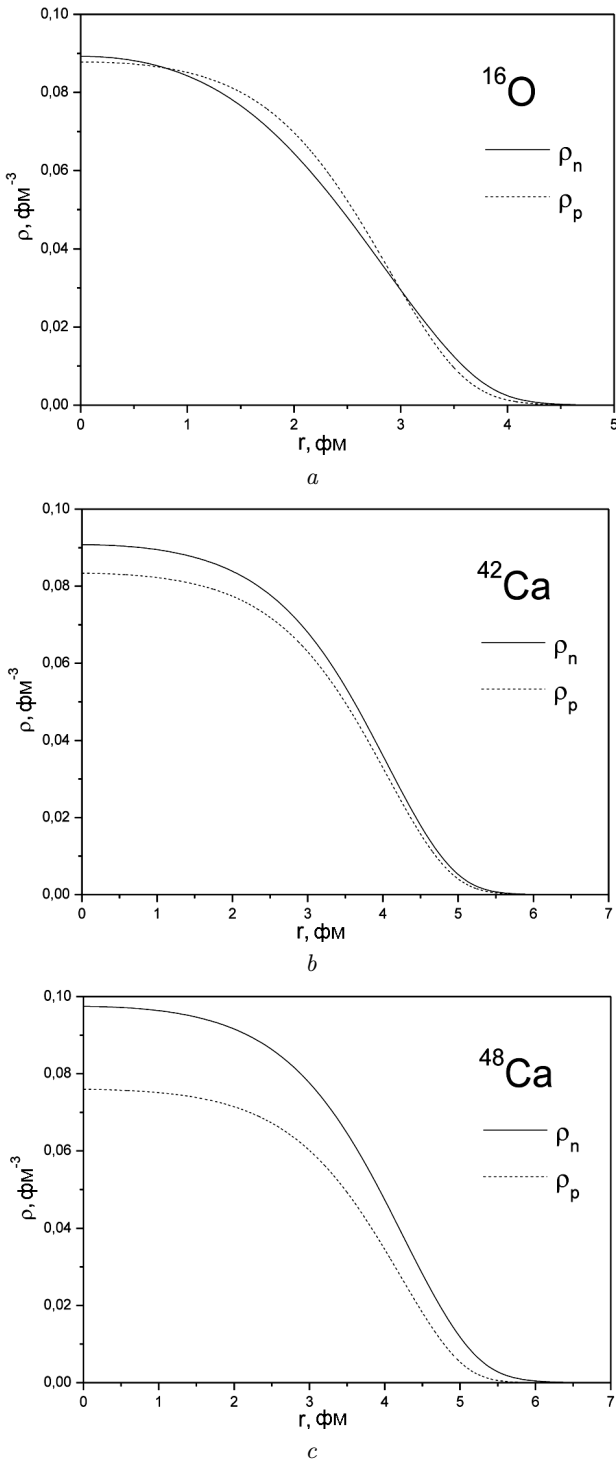


Рис. 1. Густина розподілу нуклонів для ядер ^{16}O , ^{42}Ca та ^{48}Ca , одержані в рамках модифікованого методу Томаса–Фермі

$$\times \left((\nabla \rho_n)^2 + (\nabla \rho_p)^2 \right) + \frac{1}{2} W_0 [J^\nabla \rho + J_n \nabla \rho_n + J_p \nabla \rho_p] + \varepsilon_{\text{Coul}}. \quad (5)$$

Через ε_{kin} ми позначили густину кінетичної енергії, яка є першим доданком у виразі, ε_{pot} – потенціальної, а $\varepsilon_{\text{Coul}}$ є густиною кулонівської енергії. Величини $t_0, t_1, t_2, t_3, x_0, x_1, x_2, x_3, \alpha, W_0$ являють собою параметри взаємодії Скірма. Доданки, пропорційні t_0 та t_3 , відповідають силам нульового радіуса дії. Доданок, пропорційний t_0 , пов'язаний з притяганням, тоді як доданок з t_3 задає відштовхування і зростає по мірі збільшення густини ядерної речовини. Це запобігає колапсу ядерних систем. Доданки, пропорційні t_1 та t_2 , вносять поправку на скінченність радіусу дії ядерних сил. При збільшенні величини нуклонної густини внесок цих членів до загальної енергії зростає. Константи x_0, x_1, x_2 та x_3 описують обмінні ефекти і пов'язані зі спіновою та ізоспіновою асиметриями, W_0 є константою спін-орбітальної взаємодії.

Густина кінетичної енергії з точністю до членів другого порядку по \hbar має вигляд $\tau = \tau_{\text{TF}} + \tau_2$ [7, 8, 10, 11, 23, 26, 27, 36], де, в свою чергу, $\tau = \tau_p + \tau_n$ – сума густин кінетичних енергій протонів і нейтронів. Тут [26, 27]

$$\tau_{\text{TF},n(p)} = k \rho_{n(p)}^{5/3}, \quad (6)$$

є густиною кінетичної енергії нейтронів (протонів) у наближенні Томаса–Фермі, $k = \frac{5}{3}(3\pi^2)^{2/3}$, а τ_2 – повний вираз для градієнтної поправки другого порядку по \hbar [26, 27]:

$$\tau_{2q} = b_1 \frac{(\nabla \rho_q)^2}{\rho_q} + b_2 \nabla^2 \rho_q + b_3 \frac{(\nabla f_q \nabla \rho_q)}{f_q} + b_4 \rho_q \frac{\nabla^2 f_q}{f_q} + b_5 \rho_q \left(\frac{\nabla f_q}{f_q} \right)^2 + b_6 h_m^2 \rho_q \left(\frac{\mathbf{W}_q}{f_q} \right)^2, \quad (7)$$

у якій $b_1 = 1/36$, $b_2 = 1/3$, $b_3 = 1/6$, $b_4 = 1/6$, $b_5 = -1/12$ та $b_6 = 1/2$ – числові коефіцієнти, $h_m = \hbar^2/2m$, останній доданок у формулі (6) пов'язаний з урахуванням спін-орбітальної взаємодії. Також введені позначення:

$$\mathbf{W}_q = \frac{\delta \varepsilon(r)}{\delta \mathbf{J}_q(r)} = \frac{W_0}{2} \nabla(\rho + \rho_q), \quad (8)$$

а величина f_q виражається через параметри сил Скірма:

$$f_q = 1 + \frac{2m}{\hbar^2} \left[\frac{1}{4} \left[t_1 \left(1 + \frac{1}{2}x_1 \right) + t_2 \left(1 + \frac{1}{2}x_2 \right) \right] \rho + \frac{1}{4} \left[t_2 \left(x_2 + \frac{1}{2} \right) - t_1 \left(x_1 + \frac{1}{2} \right) \right] \rho_q \right], \quad (9)$$

де W_0 є константою спіно-орбітальної взаємодії і залежить від вибору параметризації сил Скірма. Внесок доданку Томаса–Фермі є домінуючим, особливо в об'ємі ядра, але на поверхні ядра градієнтні поправки починають відігравати суттєву роль.

В даній роботі будемо розглядати реакції пружного розсіяння $^{16}\text{O} + ^{42}\text{Ca}$ та $^{16}\text{O} + ^{48}\text{Ca}$. Для цих систем розрахуємо потенціал ядро-ядерної взаємодії в рамках модифікованого підходу Томаса–Фермі. Для цього необхідно знати густини розподілу нуклонів у взаємодіючих ядрах. Ми будемо використовувати нуклонні густини, одержані в рамках цього ж модифікованого підходу Томаса–Фермі з силами Скірма. Для сил Скірма будемо використовувати параметризацію SkP [31]. Густини розподілу нуклонів для ядер ^{16}O , ^{42}Ca та ^{48}Ca , одержані в рамках даного методу, показано на рис. 1.

Знаючи нуклонні густини, отримуємо вираз для густини енергії та розраховуємо потенціал ядро-ядерної взаємодії в рамках модифікованого підходу Томаса–Фермі із силами Скірма (1)–(8). На рис. 2 наведено ядерну частину отриманих нами потенціалів взаємодії для реакцій $^{16}\text{O} + ^{42}\text{Ca}$ та $^{16}\text{O} + ^{48}\text{Ca}$. Одержані потенціали мають цілком реалістичну форму, демонструючи на малих відстанях наявність суттєвого кору відштовхування.

3. Аналітичне представлення потенціалу взаємодії

Заради зручності проведення подальших розрахунків ми задаємо отриманий нами потенціал таким чином, аби мати змогу працювати з ним в аналітичній формі. При цьому для адекватного опису перерізів пружного розсіяння дуже важливим є врахування відштовхувального кору, що накладає певні вимоги на форму параметризації потенціалу. З огляду на це, традиційна форма параметризації Вудса–Саксона нас не може влаштовувати. Для того, аби надати нашому аналітичному потенціалу

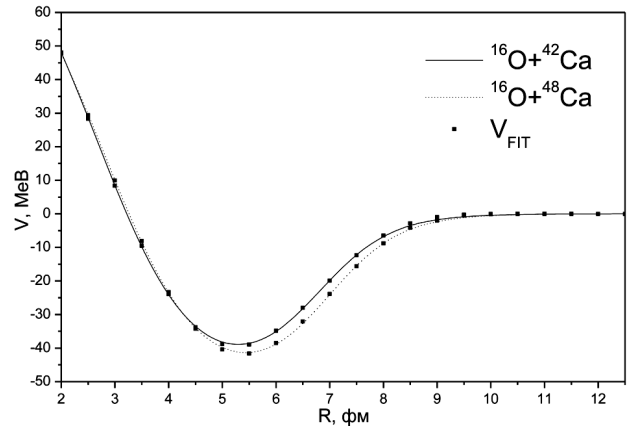


Рис. 2. Потенціали взаємодії для реакцій $^{16}\text{O} + ^{42}\text{Ca}$ та $^{16}\text{O} + ^{48}\text{Ca}$, одержані в рамках модифікованого методу Томаса–Фермі, а також представлення відповідного потенціалу в аналітичній формі (V_{FIT}) (13)

більш реалістичного вигляду, приєднаємо до нього ще один доданок, за формою аналогічний виразу для кінетичної енергії у методі Томаса–Фермі, який повинен забезпечити необхідне відштовхування на малих відстанях. Це ми робимо за певною аналогією з тим, що робили в [19], де працювали з потенціалами подвійної згортки, значним чином покращивши в такий спосіб отримані результати. Тобто, загальний вираз для потенціалу набуває вигляду

$$V_{\text{FIT}}(R) = V_{\text{WS}}(R) + V_{\text{kin}}(R). \quad (10)$$

Тут $V_{\text{WS}}(R)$ є загальновідомою формою потенціалу Вудса–Саксона

$$V_{\text{WS}}(R) = \frac{-V_0}{1 + e^{(R-R_0)/d_0}}, \quad (11)$$

а $V_{\text{kin}}(R)$ являє собою кінетичний доданок у формі методу Томаса–Фермі. У методі Томаса–Фермі кінетична енергія пропорційна $\rho^{5/3}$ (6), тому кінетичний доданок у потенціал апроксимуємо

$$V_{\text{kin}}(R) = \left(\frac{V_C}{1 + e^{(R-C)/a}} \right)^{5/3}. \quad (12)$$

В результаті наш аналітичний потенціал набуває остаточного вигляду:

$$V_{\text{FIT}}(R) = \frac{-V_0}{1 + e^{(R-R_0)/d_0}} + \left(\frac{V_C}{1 + e^{(R-C)/a}} \right)^{5/3}. \quad (13)$$

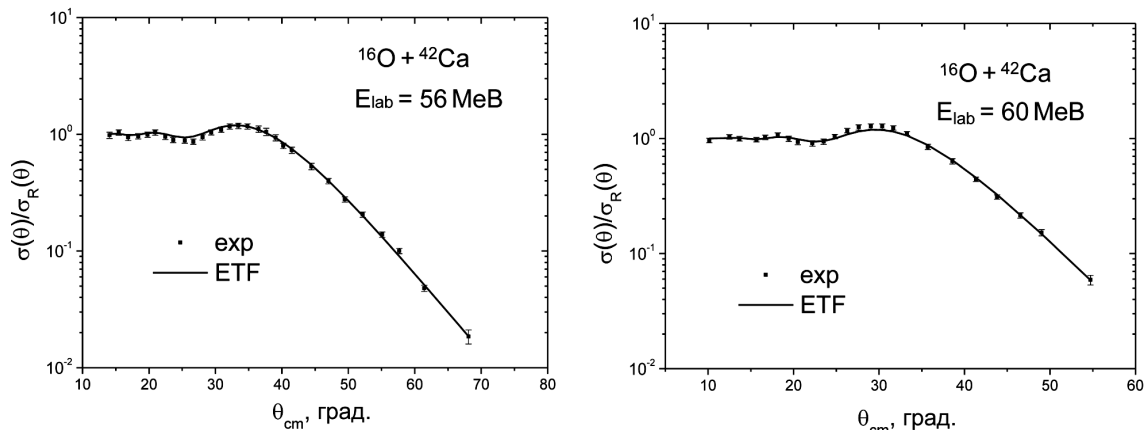


Рис. 3. Поперечний переріз пружного розсіяння для системи $^{16}\text{O} + ^{42}\text{Ca}$ за енергії пучка $E_{\text{lab}} = 56, 60$ MeB, розрахований в рамках модифікованого наближення Томаса–Фермі з силами Скірма (ETF), залежними від густини. Експериментальні дані (exp) взято з робіт [39, 40]

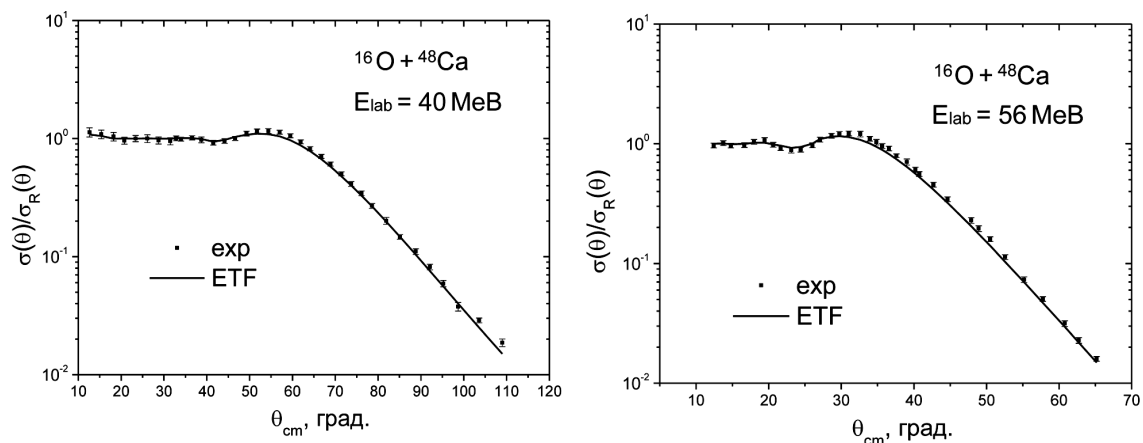


Рис. 4. Поперечний переріз пружного розсіяння для системи $^{16}\text{O} + ^{48}\text{Ca}$ за енергії пучка $E_{\text{lab}} = 40, 56$ MeB, розрахований в рамках модифікованого наближення Томаса–Фермі з силами Скірма (ETF), залежними від густини. Експериментальні дані (exp) взято з роботи [41]

Таблиця 1. Параметри аналітичного представлення потенціалу для розглядуваних реакцій

Реакція	V_0 , MeB	R_0 , фм	d_0 , фм	V_c , MeB ^{3/5}	C , фм	a , фм
$^{16}\text{O} + ^{42}\text{Ca}$	49,1634	6,7586	0,6847	20,6223	3,2221	1,0838
$^{16}\text{O} + ^{48}\text{Ca}$	51,0870	6,9515	0,6767	20,1222	3,3725	1,0768

В формулі (13) містяться шість параметрів підгонки V_0 , R_0 , d_0 , V_c , C , a . Значення цих параметрів знаходимо шляхом мінімізації для максимально точного опису реалістичного потенціалу, зна-

йденого в рамках модифікованого підходу Томаса–Фермі із силами Скірма. Отримані параметри потенціалу для розглядуваних у роботі реакцій наведено у табл. 1.

На рис. 2 можна побачити апроксимацію виразом (13) ядерної частини потенціалів взаємодії, яка розрахована в рамках модифікованого підходу Томаса–Фермі із силами Скірма для взаємодіючих ядер $^{16}\text{O} + ^{42}\text{Ca}$ та $^{16}\text{O} + ^{48}\text{Ca}$. Апроксимацію вдалося провести настільки точно, що в масштабах графіка відхилення практично непомітні. Таким чином, запропонована форма потенціалу підгонки дуже добре описує реалістичний потенціал

ядро-ядерної взаємодії, який отримано у чисельних розрахунках.

4. Розрахунки перерізів пружного розсіяння

Використовуючи в ролі дійсної частини знайдені нами потенціали ядро-ядерної взаємодії (13) з відповідними параметрами (див. табл. 1), розраховуємо перерізи пружного розсіяння в рамках оптичної моделі. Уявну частину потенціалу беремо в такому вигляді [2, 4]:

$$W(R) = - \frac{W_W}{1 + \exp \left[\frac{R - r_W(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})}{d_W} \right]} - \frac{W_S \exp \left[\frac{R - r_S(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})}{d_S} \right]}{d_S \left\{ 1 + \exp \left[\frac{R - r_S(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})}{d_S} \right] \right\}^2}, \quad (14)$$

де W_W , R_W , d_W , W_S , r_S , d_S – це сила, радіус та дифузність об'ємної (W) та поверхневої (S) частин уявного ядерного потенціалу. Такий вигляд уявної частини потенціалу широко використовується при описі різноманітних ядерних реакцій.

Ми розглядаємо реакції пружного розсіяння для систем $^{16}\text{O} + ^{42}\text{Ca}$ за енергії пучка $E_{\text{lab}} = 56, 60$ MeV, та $^{16}\text{O} + ^{48}\text{Ca}$ за енергії пучка $E_{\text{lab}} = 40, 56$ MeV. Перерізи пружного розсіяння було розраховано за допомогою потенціалу (13) з параметрами з табл. 1, що апроксимує ядро-ядерний потен-

Таблиця 2. Параметри уявної частини потенціалу (9) для реакцій $^{16}\text{O} + ^{42}\text{Ca}$

E_{lab} , MeB	W_W , MeB	r_W , фм	d_W , фм	W_S , MeB	r_S , фм	d_S , фм
56	21,68126	1,100	0,300	9,231324	1,259115	0,615223
60	21,9798	1,100	0,300	9,30105	1,262264	0,641428

Таблиця 3. Параметри уявної частини потенціалу (9) для реакцій $^{16}\text{O} + ^{48}\text{Ca}$

E_{lab} , MeB	W_W , MeB	r_W , фм	d_W , фм	W_S , MeB	r_S , фм	d_S , фм
40	22,01157	1,1106	0,301	9,400213	1,26300	0,65000
56	24,99059	1,1709	0,499	9,55938	1,26400	0,65418

ціал, одержаний в рамках модифікованого методу Томаса–Фермі. Параметри уявної частини W_W , R_W , d_W , W_S , r_S , d_S було знайдено шляхом підгонки експериментальних перерізів пружного розсіяння. Значення цих параметрів наведено в табл. 2, 3.

Результати розрахунків перерізів пружного розсіяння для систем $^{16}\text{O} + ^{42}\text{Ca}$ за енергії пучка $E_{\text{lab}} = 56, 60$ MeV, та $^{16}\text{O} + ^{48}\text{Ca}$ за енергії пучка $E_{\text{lab}} = 40, 56$ MeV наведено на рис. 3 та 4. Розрахований поперечний переріз пружного розсіяння представлено у вигляді, нормованому до поперечного перерізу Резерфорда. Експериментальні дані взято з робіт [39–41], відповідно. Як видно з рисунків, отримані нами перерізи пружного розсіяння добре узгоджуються з відповідними експериментальними даними.

5. Висновки

В роботі було розраховано потенціали ядро-ядерної взаємодії в рамках модифікованого підходу Томаса–Фермі з залежними від густини силами Скірма для систем $^{16}\text{O} + ^{42}\text{Ca}$ та $^{16}\text{O} + ^{48}\text{Ca}$, при цьому густини нуклонів було отримано в тому самому підході. Для сил Скірма було використано параметризацію SkP [31]. У знайдених потенціалах наявний кор відштовхування, що є важливим при розрахунках поперечного перерізу пружного розсіяння.

Знайдено вдалу параметризацію потенціалу ядро-ядерної взаємодії, яка добре описує величину потенціалу, розрахованого у рамках модифікованого підходу Томаса–Фермі з залежними від густини силами Скірма.

На основі отриманих потенціалів ядро-ядерної взаємодії розглянуто реакції пружного розсіяння для систем $^{16}\text{O} + ^{42}\text{Ca}$ та $^{16}\text{O} + ^{48}\text{Ca}$ при різних енергіях та розраховано перерізи пружного розсіяння. Відзначимо, що для кожної реакції для різних енергій при розрахунках використовувався однаковий вираз для дійсної частини потенціалу, а підганялася лише уявна частина. Показано, що знайдені нами перерізи добре узгоджуються з експериментальними даними.

1. R. Bass. *Nuclear Reactions with Heavy Ion* (Springer-Verlag, 1980).
2. G.R. Satchler. *Direct Nuclear Reactions* (Clarendon Press, 1983) [ISBN-13: 978-0198512691, ISBN-10: 0198512694].

3. P. Frobrich, R. Lipperheide. *Theory of Nuclear Reactions* (Clarendon Press, 1996) [ISBN: 9780198537830].
4. В.Ю. Денисов, В.А. Плюйко. *Проблемы физики атомного ядра и ядерных реакций* (Издательско-полиграфический центр “Киевский университет”, 2013).
5. J. Blocki, J. Randrup, W.J. Swiatecki, C.F. Tsang. Proximity forces. *Ann. Phys.* **105**, 427 (1977).
6. W.D. Myers, W.J. Swiatecki. Nucleus-nucleus proximity potential and superheavy nuclei. *Phys. Rev. C* **62**, 044610 (2000).
7. V.Yu. Denisov. Nucleus-nucleus potential with shell-correction contribution and deep sub-barrier fusion of heavy nuclei. *Phys. Rev. C* **89** (4), 044604 (2014).
8. V.Yu. Denisov, V.A. Nesterov. Potential of interaction between nuclei and nucleon-density distribution in nuclei. *Phys. Atom. Nucl.* **69**, 1472 (2006).
9. V.Yu. Denisov. Interaction potential between heavy ions. *Phys. Lett. B* **526**, 315 (2002).
10. H.J. Krappe, J.R. Nix, A.J. Sierk. Unified nuclear potential for heavy-ion elastic scattering, fusion, fission, and ground state masses and deformations. *Phys. Rev. C* **20**, 992 (1979).
11. V.Yu. Denisov, W. Norenberg. Entrance channel potentials in the synthesis of the heaviest nuclei. *Eur. Phys. J. A* **15**, 375 (2002).
12. V.Yu. Denisov. Nucleus-nucleus potential with shell-correction contribution. *Phys. Rev. C* **91**, 024603 (2015).
13. A. Winther. Dissipation, polarization and fluctuation in grazing heavy-ion collisions and the boundary to the chaotic regime. *Nucl. Phys. A* **594**, 203 (1995).
14. V.Yu. Denisov, O.I. Davidovskaya. Repulsive core potential and elastic heavy-ion collisions. *Yad. Fiz.* **73**, 429 (2010).
15. V.Yu. Denisov, O.I. Davidovskaya. Repulsive core potential and elastic heavy-ion collisions. *Ukr. J. Phys.* **54**, 669 (2009).
16. K.A. Brueckner, J.R. Buchler, M.M. Kelly. New theoretical approach to nuclear heavy-ion scattering. *Phys. Rev. C* **173**, 944 (1968).
17. J. Fleckner, U. Mosel. Antisymmetrization effects in heavy ion potentials. *Nucl. Phys. A* **277**, 170 (1977).
18. В.Ю. Денисов, О.И. Давидовская. Упругое рассеяние тяжелых ионов и ядерно-ядерный потенциал с отталкивающим кором. *Изв. РАН Сер. Физ.* **74** (4), 611 (2010).
19. V.Yu. Denisov, O.I. Davidovskaya. Elastic scattering of heavy ions and nucleus-nucleus potential with a repulsive core. *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.* **74**, 611 (2010).
20. O.I. Davidovskaya, V.Yu. Denisov, V.A. Nesterov. Effective nucleus-nucleus potential with the contribution of the kinetic energy of nucleons, and the cross-sections of elastic scattering and subbarrier fusion. *Ukr. J. Phys.* **62**, 473 (2017).
21. V.A. Nesterov. Effect of the Pauli exclusion principle and the polarization of nuclei on the potential of their interaction for the example of the $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ system. *Phys. At. Nucl.* **76**, 577 (2013).
22. О.І. Давидовська, В.Ю. Денисов, В.О. Нестеров. Ядерно-ядерний потенціал, перерізи пружного розсіяння та підбар’єрного злиття для системи $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$. *Яд. фіз. та енер.* **19**, 203 (2018).
23. O.I. Davydovska, V.Yu. Denisov, V.A. Nesterov. Comparison of the nucleus-nucleus potential evaluated in the double-folding and energy density approximations and the cross-sections of elastic scattering and fusion of heavy ions. *Nucl. Phys. A* **989**, 214 (2019).
24. В.О. Нестеров, О.І. Давидовська, В.Ю. Денисов. Розрахунки перерізів підбар’єрного злиття та пружного розсіяння важких іонів за допомогою модифікованого Томаса–Фермі із силами Скірма. *Яд. фіз. та енер.* **20** (4), 349 (2019).
25. P. Ring, P. Schuck. *The Nuclear Many-Body Problem* (Springer-Verlag, 1980).
26. M. Brack, C. Guet, H.B. Hakanson. Self-consistent semiclassical description of average nuclear properties – a link between microscopic and macroscopic models. *Phys. Rep.* **123**, 275 (1985).
27. M. Brack, R.K. Bhaduri. *Semiclassical Physics* (Addison-Wesley Publ. Co, 1997) [ISBN-10: 0813340845; ISBN-13: 978-0813340845].
28. V.M. Strutinsky, A.G. Magner, V.Yu. Denisov. Density distributions in nuclei. *Z. Phys. A* **322**, 149 (1985).
29. J. Dobaczewski, W. Nazarewicz, P.G. Reinhard. Pairing interaction and self-consistent densities in neutron-rich nuclei. *Nucl. Phys. A* **693**, 361 (2001).
30. D. Vautherin, D.M. Brink. Hartree–Fock calculations with Skyrme’s interaction. I. Spherical nuclei. *Phys. Rev. C* **5**, 626 (1972).
31. J. Bartel, P. Quentin, M. Brack, C. Guet, H.B. Hakansson. Towards a better parametrization of Skyrme-like effective forces: A critical study of the SkM force. *Nucl. Phys. A* **386**, 79 (1982).
32. S.A. Fayans, S.V. Tolokonnikov, E.L. Trykov, D. Zawischac. Nuclear isotope shifts within the local energy-density functional approach. *Nucl. Phys. A* **676**, 49 (2000).
33. J.W. Negele. The mean-field theory of nuclear structure and dynamics. *Rev. Mod. Phys.* **54**, 913 (1982).
34. T.H.R. Skyrme. The effective nuclear potential. *Nucl. Phys.* **9**, 615 (1959).
35. H. Feshbach. The optical model and its justification. *Annu. Rev. Nucl. Sci.* **8**, 49 (1958).
36. H. Friedrich, L.F. Canto. Effective nucleus-nucleus potentials derived from the generator coordinate method. *Nucl. Phys. A* **291**, 249 (1977).
37. O.I. Davydovska, V.A. Nesterov, V.Yu. Denisov. The nucleus-nucleus potential within the extended Thomas–Fermi method and the cross-sections of subbarrier fusion and elastic scattering for the systems $^{16}\text{O} + ^{58,60,62,64}\text{Ni}$. *Nucl. Phys. A* **1002**, 121994 (2020).
38. J. Orloff, W.W. Daehnick. Elastic scattering of ^{16}O by ^{48}Ti , ^{40}Ca , ^{27}Al , ^{12}C , ^7Li , and ^6Li . *Phys. Rev. C* **3**, 430 (1971).
39. Y. Eisen, H. T. Fortune, W. Henning, D.G. Kovar, S. Vignodor, B. Zeidman Two-nucleon transfer reactions induced by ^{16}O on ^{42}Ca and ^{48}Ca . *Phys. Rev. C* **13**, 699 (1976).

40. K.E. Rehm, W. Henning, J.R. Erskine, D.G. Kovar, M.H. Macfarlane, S.C. Pieper, M. Rhoades-Brown. Inelastic scattering of ^{16}O from $^{40,42,44,48}\text{Ca}$. *Phys. Rev. C* **25**, 1915 (1982).
41. K.O. Groeneveld, L. Meyer-Schützmeister, A. Richter, U. Strohmusch. Backward – angle elastic scattering of ^{16}O on ^{40}Ca and ^{48}Ca . *Phys. Rev. C* **6**, 805 (1972).

Одержано 28.02.25

O.I. Davydovska, V.O. Nesterov

CROSS SECTIONS OF ELASTIC
SCATTERING FOR SYSTEMS $^{16}\text{O} + ^{42}\text{Ca}$, $^{16}\text{O} + ^{48}\text{Ca}$
WITHIN THE MODIFIED THOMAS–FERMI METHOD
WITH TAKING THE REPULSION CORE INTO ACCOUNT

Within the framework of the modified Thomas–Fermi method, the distribution densities of nucleons and nucleus-nucleus inter-

action potentials for the reactions $^{16}\text{O} + ^{42}\text{Ca}$ and $^{16}\text{O} + ^{48}\text{Ca}$ have been calculated. Besides, all contributions up to the second-order terms in \hbar in the quasi-classical expansion of the kinetic energy are taken into account, and Skyrme forces, which depend on density, are used as the nucleon-nucleon interaction. A convenient parametrization of the potentials between nuclei has been obtained, allowing them to be represented in analytic form. Using the obtained potentials, the elastic scattering cross-sections are calculated, which agree well with the available experimental data.

Keywords: Thomas–Fermi method, reactions $^{16}\text{O} + ^{42}\text{Ca}$ and $^{16}\text{O} + ^{48}\text{Ca}$.