

В.І. РОМАНЕНКО,¹ О.В. РОМАНЕНКО,² Л.П. ЯЦЕНКО¹¹ Інститут фізики НАН України

(Просп. Науки, 46, Київ 03680; e-mail: vr@iop.kiev.ua)

² Київський національний університет імені Тараса Шевченка

(Просп. акад. Глушкова, 4, Київ 03022; e-mail: alextt@univ.kiev.ua)

ОПТИЧНА ПАСТКА ДЛЯ АТОМІВ НА ОСНОВІ ЗУСТРІЧНИХ БІХРОМАТИЧНИХ СВІТЛОВИХ ХВИЛЬ

УДК 535.214

Показано, що полем зустрічних біхроматичних світлових хвиль можна сформувати одновимірну пастку для атомів. Вибираючи належним чином відстроювання монохроматичних компонент хвиль від частоти переходу в атомі, можна досягти одночасного утримання ансамблю атомів у пастці і їх охолодження до температури, близької до доплерівської границі, без застосування додаткових полів. Чисельне моделювання проведено для атомів натрію. Обговорюється можливість застосування подібної пастки для утримання і охолодження молекул з майже діагональною матрицею факторів Франка–Кондона.

Ключові слова: пастка для атомів та молекул, лазерне охолодження, побудова хвильової функції методом Монте-Карло.

1. Вступ

Одним з основних інструментів сучасної оптики і атомної фізики є оптичні пастки для атомів, у яких, крім утримання, відбувається їх охолодження. З такою метою широко використовується магнітооптична пастка [1], де для утримання і одночасного охолодження атомів застосовується лазерне випромінювання неперервних лазерів і магнітне поле. Як було показано у низці статей [2–6], пастку для атомів можна формувати і полем імпульсних лазерів. Більше того, за умови належно вибраних параметрів імпульсів можна досягнути одночасного утримання і охолодження атомів у таких пастках [7–9]. Пастки на основі світлових імпульсів можуть бути використані для утримання і охолодження не тільки атомів, а і молекул з близькою до діагональною матрицею коефіцієнтів Франка–Кондона, коли взаємодія молекули з полем може задовільно описуватися дво- чи тривірневою схемою енергетичних рівнів [9]. В основі пасток, сформованих світловими імпульсами, покладена крупномасштабна просторова неоднорідність електромагнітного поля, наслідком якої є формування на великому просторовому проміжку сили, направленої до певної точки. Ця сила гальмує атоми під час їх віддалення від цієї точки, утворюючи, таким чи-

ном, пастку. У полі послідовностей зустрічних світлових імпульсів центром пастки є точка, де ці імпульси “зіштовхуються” [2]. По різні боки від цієї точки послідовність взаємодії імпульсів з атомом різна, що і призводить до формування сили у напрямку центра пастки. Просторовий період поля у пастці на основі послідовностей зустрічних імпульсів – відстань між імпульсами, що поширюються у одному напрямку. Крім атомів і молекул, пасткою на основі світлових імпульсів можуть утримуватися і наночастинки.

Крупномасштабна просторова структура поля послідовностей зустрічних імпульсів тісно пов’язана з їх спектром, як з набором частот, так і з фазами спектральних компонент. Очевидно, потрібно хоча б дві спектральні компоненти для формування такої структури. Тому можна чекати формування пастки для атомів полем зустрічних біхроматичних хвиль. Якщо різниця частот двох компонент біхроматичної хвилі є Ω , то період просторової модуляції такого поля дорівнює $L = 2\pi c/\Omega$. Порівняно з короткими світловими імпульсами, які мають широкий спектр, у біхроматичному полі можна чекати зменшення імовірності небажаних резонансів при взаємодії поля з атомами і молекулами, спрощення експериментальної реалізації світлової пастки.

На можливість формування пастки для атомів полем біжучих зустрічних біхроматичних хвиль,

© В.І. РОМАНЕНКО, О.В. РОМАНЕНКО,
Л.П. ЯЦЕНКО, 2016

ISSN 2071-0194. Укр. фіз. журн. 2016. Т. 61, № 4

319

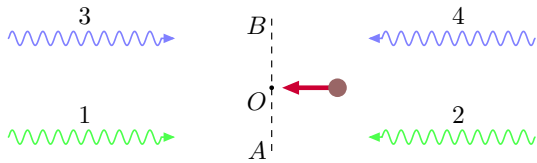


Рис. 1. Схема пастки. Дія зустрічних хвиль 1, 2 і 3, 4 приводить до руху атома близько до центра пастки O

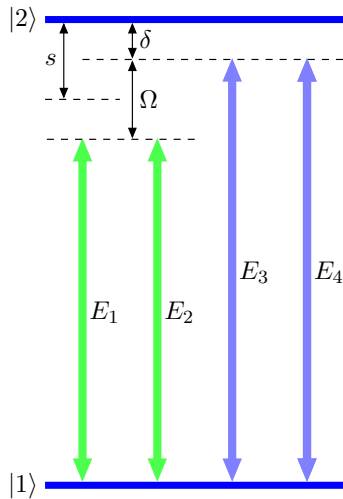


Рис. 2. Схема взаємодії атомів і молекул зі світлом. Різниця частот хвиль 2, 4 та 1, 3 дорівнює Ω , їх відстроювання від резонансу з частотою атомного переходу $\delta_3 = \delta_4 = \delta$, $\delta_1 = \delta_2 = \delta + \Omega$, параметр $s = \delta + \Omega/2$

які також можна розглядати як біхроматичне поле двох колінарних стоячих хвиль, вперше вказано в роботі [12]. Слід зазначити, що біхроматичне поле давно вже використовується для гальмування атомів з метою їх подальшого охолодження і утримання, і саме на цей аспект спрямовані численні публікації [10–20]. Нещодавні дослідження монохроматизації атомного пучка з біхроматичним полем при малій швидкості спонтанного випромінювання із збудженого стану [21, 22] відкривають нові перспективи застосування біхроматичного поля в атомній фізиці, зокрема, для керування рухом молекул і їх охолодження.

Ми розглянемо взаємодію атомів з біхроматичним полем двох стоячих хвиль поблизу точки, де пучності обох хвиль збігаються, тобто різниця їх фаз дорівнює нулю. Поблизу точки з нульовою різницею фаз, сила світлового тиску, що діє на атом, пропорційна різниці фаз [10, 20]. Оскільки остання лінійно залежить від координати, формується

пастка для атомів. Буде показано, що можна досягти одночасного утримання і охолодження атомів у пастці, як це має місце у пастці, сформованій послідовностями зустрічних імпульсів [7–9].

Робота побудована так: у наступному розділі описується модель пастки, у третьому розділі наведено основні рівняння, обчисленню хвильової функції атома методом Монте-Карло присвячено четвертий розділ, у п'ятому розділі отримано аналітичний вираз для сили світлового тиску на атом у слабкому полі, шостий розділ присвячено процедурі чисельного розрахунку, отримані результати та їх обговорення наведено у сьомому розділі, у восьмому розділі сформульовано короткі висновки.

2. Модель пастки

Одновимірною пасткою для атомів формується зустрічними монохроматичними хвилями з частотами, близькими до частоти переходу ω_0 між основним $|1\rangle$ і збудженим $|2\rangle$ станами атома (рис. 1, 2). На атом (позначено кружечком) поблизу точки O діє біхроматичне поле двох стоячих хвиль, кожен з яких можна розглядати як суперпозицію двох зустрічних монохроматичних хвиль (1, 2 та 3, 4). У результаті дії сили світлового тиску, атом рухається поблизу площини AB , яка проходить через O і перпендикулярна хвильовим векторам монохроматичних хвиль, що утворюють пастку.

3. Основні рівняння

Просторова і часова залежність напруженості електричного поля монохроматичних світлових хвиль, що діють на атом чи молекулу в пастці, у загальному випадку має вигляд

$$\mathbf{E}_n = \frac{1}{2} \mathbf{e} E_{0n} \exp(i\omega_n t \mp ik_n z + i\varphi_n) + \text{к.с.}, \quad (1)$$

де знак “–” відповідає непарним n , а “+” – парним, \mathbf{e} – одиничний вектор поляризації, ω_n – частота монохроматичної хвилі. Для випадку формування стоячих хвиль з однаковою амплітудою, який ми тут розглядаємо,

$$E_{01} = E_{02} = E_{03} = E_{04} = E_0, \quad (2)$$

$$\omega_2 = \omega_1, \quad \omega_4 = \omega_3. \quad (3)$$

Відстроювання δ_n ($n = 1, \dots, 4$) частот ω_n хвиль 1, ..., 4 від резонансу з частотою атомного переходу

ω_0 дорівнюють

$$\begin{aligned} \delta_n &= \omega_0 - \omega_n = \delta, \quad n = 3, 4, \\ \delta_n &= \omega_0 - \omega_n = \delta + \Omega, \quad n = 1, 2, \end{aligned} \quad (4)$$

де $\Omega = \omega_3 - \omega_1 \ll \omega_0$ – різниця частот стоячих хвиль. Зображений на рис. 2 параметр $s = \delta + \Omega/2$ дорівнює відстроюванню середнього арифметичного значення частот монохроматичних хвиль від частоти атомного переходу.

Поля, що формуються зустрічними хвилями, можна записати у вигляді

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{12} &= \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = 2E_{01}\mathbf{e} \cos \left[\omega_1 t + \frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2) \right] \times \\ &\times \cos \left[k_1 z + \frac{1}{2}(\varphi_2 - \varphi_1) \right], \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{34} &= \mathbf{E}_3 + \mathbf{E}_4 = 2E_{03}\mathbf{e} \cos \left[\omega_3 t + \frac{1}{2}(\varphi_3 + \varphi_4) \right] \times \\ &\times \cos \left[k_3 z + \frac{1}{2}(\varphi_4 - \varphi_3) \right], \end{aligned} \quad (6)$$

а повне поле, що діє на атом, дорівнює

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_{12} + \mathbf{E}_{34}. \quad (7)$$

Починаючи з перших досліджень механічної дії біхроматичного поля на атоми [10, 12], використовується також представлення поля у вигляді суперпозиції зустрічних амплітудно-модульованих хвиль, що дає можливість провести аналогію між біхроматичним полем і полем послідовності зустрічних імпульсів. Ця аналогія лежить в основі пояснення сили вимушеного світлового тиску, яка може значно перевищувати силу світлового тиску на атом в одній біжучій хвилі [23]. У випадку

$$E_{01} = E_{02} = E_{03} = E_{04} = E_0, \quad (8)$$

проаналізованому в [10, 12], ці зустрічні хвилі мають вигляд

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{13} &= \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_3 = 2E_0\mathbf{e} \cos \left[\omega t - kz + \frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_3) \right] \times \\ &\times \cos \left[\frac{1}{2}\Omega t - \frac{1}{2}\Delta kz + \frac{1}{2}(\varphi_3 - \varphi_1) \right], \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{24} &= \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_4 = 2E_0\mathbf{e} \cos \left[\omega t + kz + \frac{1}{2}(\varphi_2 + \varphi_4) \right] \times \\ &\times \cos \left[\frac{1}{2}\Omega t + \frac{1}{2}\Delta kz + \frac{1}{2}(\varphi_4 - \varphi_2) \right], \end{aligned} \quad (10)$$

де

$$\omega = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_3) = \frac{1}{2}(\omega_2 + \omega_4), \quad (11)$$

$$\Omega = \omega_3 - \omega_1 = \omega_4 - \omega_2, \quad (12)$$

$$k = \frac{1}{2}(k_1 + k_3) = \frac{1}{2}(k_2 + k_4), \quad (13)$$

$$\Delta k = k_3 - k_1 = k_4 - k_2 = \Omega/c. \quad (14)$$

Виберемо фази φ_n хвиль так, щоб при $z = 0, t = 0$ спостерігався максимум стоячих хвиль $\mathbf{E}_{12}, \mathbf{E}_{34}$. Це матиме місце при

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi_4 = 0. \quad (15)$$

Тоді за аналогією з пасткою на основі послідовностей зустрічних імпульсів, можна чекати, що в околі початку координат $z = 0$ біхроматичне поле за певних умов сформує пастку для атомів.

Сила світлового тиску, що діє на атом, визначається виразом [1, 24]:

$$F = (\varrho_{12}\mathbf{d}_{21} + \varrho_{21}\mathbf{d}_{12}) \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial z}, \quad (16)$$

де \mathbf{d}_{ij} ($i, j = 1, 2$) – матричні елементи дипольного моменту, ϱ_{ij} – елементи матриці густини ϱ . Під дією сили (16) атом рухається згідно із законом Ньютона:

$$\dot{v} = F/m, \quad (17)$$

$$\dot{z} = v, \quad (18)$$

де m – маса атома, v – його швидкість.

Для обчислення сили, крім поля, треба також знати матрицю густини атома. Її ми знаходимо з хвильової функції атома

$$|\psi\rangle = c_1 |1\rangle + c_2 e^{-i\omega_0 t} |2\rangle, \quad (19)$$

яка задовольняє рівняння Шредінгера:

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\psi\rangle = H |\psi\rangle. \quad (20)$$

Хвильову функцію формуємо з урахуванням квантових стрибків, що відповідають за процес спонтанного випромінювання атома (метод Монте-Карло для хвильової функції [25]). Елементи матриці густини в (16) мають вигляд

$$\varrho_{12} = c_1 c_2^* e^{i\omega_0 t}, \quad \varrho_{21} = c_2 c_1^* e^{-i\omega_0 t}. \quad (21)$$

Після усереднення за ансамблем обчислення за методом Монте-Карло для хвильової функції дає той же результат, що і обчислення за допомогою рівняння для матриці густини [25]. В той самий час, на відміну від обчислень на основі матриці густини, обчислення за методом Монте-Карло хвильової функції моделює траєкторію руху окремого атома. Усереднення за ансамблем атомів дає статистичні характеристики атомного ансамблю – середню швидкість \bar{v} атомів та середньоквадратичне відхилення їх швидкостей від середнього значення Δv , середню координату \bar{z} атомів та середньоквадратичне відхилення Δz їх координат від середнього значення. Знаючи Δv і Δz , можна оцінити температуру атомного ансамблю та область його локалізації.

4. Хвильова функція атома

Гамільтоніан у рівнянні Шредингера (20) при обчисленні хвильової функції методом Монте-Карло має вигляд

$$H = H_0 + H_{\text{int}} + H_{\text{rel}}, \quad (22)$$

де

$$H_0 = \hbar\omega_0|2\rangle\langle 2| \quad (23)$$

описує атом за умови відсутності поля і релаксації. Доданок

$$H_{\text{int}} = -\mathbf{d}_{12}|1\rangle\langle 2|\mathbf{E}(t) - \mathbf{d}_{21}|2\rangle\langle 1|\mathbf{E}(t) \quad (24)$$

відповідає за взаємодію атома з полем, а

$$H_{\text{rel}} = -\frac{i\hbar}{2}\gamma|2\rangle\langle 2| \quad (25)$$

описує спонтанне випромінювання зі збудженого стану з переходом у стан $|1\rangle$ зі швидкістю γ .

Гамільтоніан (22) неермітовий завдяки доданку (25), так що квадрат модуля хвильової функції змінюється з часом. При моделюванні хвильової функції методом Монте-Карло її нормування здійснюється щоразу після кожного невеликого кроку за часом. Крім того, після кожного кроку за часом перевіряємо умову квантового стрибка [25] – випромінювання фотона атомом у збудженому стані з переходом у стан $|1\rangle$.

Далі описано метод Монте-Карло першого порядку точності, описаний в [25]. Методи другого і четвертого порядку точності описані в [26].

Нехай атом в момент часу t описується хвильовою функцією $|\psi(t)\rangle$. Хвильову функцію $|\psi(t+\Delta t)\rangle$ в момент часу $t + \Delta t$ знаходимо в два етапи.

1. З рівняння Шредингера (20) випливає, що після досить малого Δt хвильова функція з $|\psi(t)\rangle$ стає

$$|\psi^{(1)}(t + \Delta t)\rangle = \left(1 - \frac{i\Delta t}{\hbar}H\right) |\psi(t)\rangle. \quad (26)$$

Оскільки гамільтоніан (22) неермітовий, $|\psi^{(1)}(t + \Delta t)\rangle$ не нормована на одиницю. З рівнянь (22), (26) випливає

$$\langle \psi^{(1)}(t + \Delta t) | \psi^{(1)}(t + \Delta t) \rangle = 1 - \Delta P, \quad (27)$$

де

$$\Delta P = \frac{i\Delta t}{\hbar} \langle \psi(t) | H - H^\dagger | \psi(t) \rangle = \gamma |\Delta t| c_2|^2. \quad (28)$$

2. На другому етапі врахуємо можливість квантового стрибка. Якщо значення випадкової величини ϵ , рівномірно розподіленої між нулем і одиницею, більше за ΔP (так ϵ у більшості випадків, оскільки $\Delta P \ll 1$), стрибок не відбувається, і хвильова функція у момент часу $t + \Delta t$ дорівнює

$$|\psi(t + \Delta t)\rangle = \frac{|\psi^{(1)}(t + \Delta t)\rangle}{\sqrt{1 - \Delta P}}, \quad \Delta P < \epsilon. \quad (29)$$

Якщо ж $\epsilon < \Delta P$, стрибок відбувається і атом переходить у стан $|1\rangle$.

Отримаємо тепер рівняння для амплітуд c_n станів $|n\rangle$ ($n = 1, 2$). Підстановка (19), (22) в (20) дає рівняння для c_1 і c_2 :

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{d}{dt} c_1 &= -\mathbf{d}_{12} \mathbf{E} c_2 e^{-i\omega_0 t}, \\ i\hbar \frac{d}{dt} c_2 &= -\mathbf{d}_{21} \mathbf{E} c_1 e^{i\omega_0 t} - \frac{1}{2} \gamma c_2. \end{aligned} \quad (30)$$

У наближенні обертової хвилі (нехтуємо швидкоосцилюючими доданками $\sim e^{\pm 2i\omega_0 t}$) з рівнянь (30) з урахуванням

$$\mathbf{E} = \sum_{n=1}^4 \mathbf{E}_n, \quad (31)$$

отримуємо

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} c_1 &= -\frac{i}{2} \Omega_0 \sum_{n=1}^4 e^{(-1)^n i k_n z - i \delta_n t} c_2, \\ \frac{d}{dt} c_2 &= -\frac{i}{2} \Omega_0^* \sum_{n=1}^4 e^{(-1)^{n+1} i k_n z + i \delta_n t} c_1 - \frac{1}{2} \gamma c_2, \end{aligned} \quad (32)$$

де введено частоту Рабі монохроматичних хвиль

$$\Omega_0 = -\mathbf{d}_{12}\mathbf{e}E_0/\hbar, \quad (33)$$

яку без порушення загальності можна вважати дійсною величиною [27], та враховано (15).

Знайдена хвильова функція дозволяє, користуючись (16) і (21), обчислити силу світлового тиску на атом і описати його рух, одночасно інтегруючи рівняння Шредінгера і рівняння Ньютона. Після усереднення виразу для сили (16) за часом на інтервалі, що значно перевищує час швидких осциляцій з характерним часом $2\pi/\omega_0$ і в той самий час досить малому, щоб усереднена сила світлового тиску практично не залежала від часу усереднення, знаходимо

$$F = \hbar \sum_{n=1}^4 (-1)^{n+1} k_n \operatorname{Im} [c_1 c_2^* \Omega_n^* e^{i\delta_n t} \times \times e^{i(-1)^{n+1} k_n z}] (|c_1|^2 + |c_2|^2)^{-1}. \quad (34)$$

Нормування в (34) зайве, якщо при інтегуванні рівняння Шредінгера (20) одночасно з рівняннями (17), (18) використовується метод першого порядку точності. У випадку ж комбінування інтегування рівняння Шредінгера і рівнянь руху методом четвертого порядку точності з методом Монте-Карло першого порядку для хвильової функції таке нормування необхідне, оскільки використовуються проміжні точки за часом.

5. Сила світлового тиску на атом у слабкому полі

Щоб пояснити механізм дії пастки, знайдемо силу світлового тиску на атом у слабкому полі, виходячи з рівнянь для матриці густини. Аналіз отриманого виразу для сили дозволить із врахуванням флуктуаційної зміни швидкості за рахунок імпульсної дифузії (випадкової зміни імпульсу атома) в процесі спонтанного випромінювання зрозуміти фізичні основи роботи пастки.

Силу світлового тиску знайдемо, виходячи з виразу (16) і рівняння для матриці густини

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \varrho_{jk} = \sum_l (H_{jl} \varrho_{lk} - \varrho_{jl} H_{lk}) + i\hbar \sum_{l,m} \Gamma_{jk,lm} \varrho_{lm}, \quad (35)$$

де гамільтоніан H дорівнює

$$H = \hbar\omega_0 |2\rangle\langle 2| - \mathbf{d}_{12}|1\rangle\langle 2|\mathbf{E}(t) - \mathbf{d}_{21}|2\rangle\langle 1|\mathbf{E}(t). \quad (36)$$

На відміну від опису атома хвильовою функцією, ми не можемо включити релаксаційні процеси у гамільтоніан. Релаксацію в (35) описує доданок, що містить матрицю Γ . Ненульові матричні елементи Γ дорівнюють

$$\begin{aligned} \Gamma_{12,12} &= \Gamma_{21,21} = -\gamma/2, \\ \Gamma_{11,22} &= -\Gamma_{22,22} = \gamma. \end{aligned} \quad (37)$$

З урахуванням (36) і (37) з (35) отримуємо

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \varrho_{11} &= (\mathbf{d}_{12} \varrho_{21} - \mathbf{d}_{21} \varrho_{12}) \mathbf{E}(t) + i\hbar \gamma \varrho_{22}, \\ i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \varrho_{22} &= (\mathbf{d}_{21} \varrho_{12} - \mathbf{d}_{12} \varrho_{21}) \mathbf{E}(t) - i\hbar \gamma \varrho_{22}, \\ i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \varrho_{12} &= (\varrho_{11} - \varrho_{22}) \mathbf{d}_{12} \mathbf{E}(t) - i\hbar \frac{1}{2} \gamma \varrho_{12} - \hbar\omega_0 \varrho_{12}, \\ i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \varrho_{21} &= (\varrho_{22} - \varrho_{11}) \mathbf{d}_{21} \mathbf{E}(t) - i\hbar \frac{1}{2} \gamma \varrho_{21} + \hbar\omega_0 \varrho_{21}. \end{aligned} \quad (38)$$

Виділимо в недиагональних елементах матриці густини швидкоосцилюючі множники:

$$\varrho_{12} = \sigma_{12} e^{i\omega_0 t}, \quad \varrho_{21} = \sigma_{21} e^{-i\omega_0 t}. \quad (39)$$

Тоді для поля (7) у наближенні обертової хвилі з (38) маємо

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \varrho_{11} &= \frac{i}{2} \sigma_{12} \Omega_0 \sum_{n=1}^4 e^{i\delta_n t - (-1)^n i k_n z} - \\ &- \frac{i}{2} \sigma_{21} \Omega_0 \sum_{n=1}^4 e^{-i\delta_n t + (-1)^n i k_n z} + \gamma \varrho_{22}, \\ \frac{\partial}{\partial t} \sigma_{12} &= \frac{i}{2} (\varrho_{11} - \varrho_{22}) \Omega_0 \times \\ &\times \sum_{n=1}^4 e^{-i\delta_n t + (-1)^n i k_n z} - \frac{\gamma}{2} \varrho_{22}, \\ \sigma_{21} &= \sigma_{12}^*, \quad \varrho_{11} + \varrho_{22} = 1, \end{aligned} \quad (40)$$

де частота Рабі Ω_0 визначається (33). Сила світлового тиску у цьому ж наближенні дорівнює

$$F = \hbar \sum_{n=1}^4 (-1)^{n+1} k_n \Omega_0 \operatorname{Im} \sigma_{12} e^{i\delta_n t - (-1)^n i k_n z}. \quad (41)$$

При розрахунках ми вважаємо виконаною умову [24]:

$$\frac{\hbar^2 k^2}{2m} \ll \hbar\gamma, \quad (42)$$

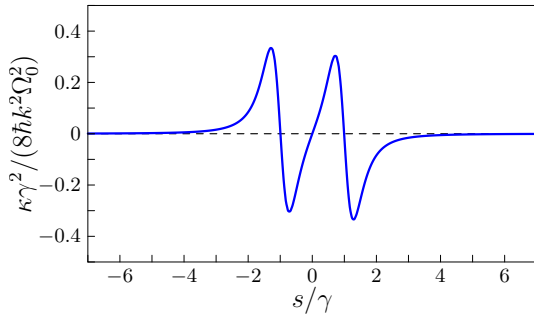


Рис. 3. Залежність κ від s при взаємодії атома з полем двох стоячих хвиль малої інтенсивності у випадку $\Omega = 2\gamma$

за якої сила світлового тиску встигає формуватися швидше, ніж зміна швидкості атома суттєво вплине на її величину (наближення важкого атома).

Обчислимо спочатку силу світлового тиску на дуже повільні ($kv \ll \gamma$) атоми. Оскільки частоти хвиль 1, 2 і 3, 4 попарно однакові, то

$$\delta_1 = \delta_2 = \delta + s, \quad \delta_3 = \delta_4 = -\delta + s. \quad (43)$$

Розрахунки з точністю до четвертого порядку теорії збурень за полем дають усереднене за координатою (в межах $\Delta z \ll c/\Omega$) та часом значення сили світлового тиску

$$F_4 = -\frac{32\hbar k \Omega \Omega_0^4 \gamma^2 (\gamma^2 + \Omega^2 + 4s^2) \sin 2\Delta kz}{[(\Omega + 2s)^2 + \gamma^2]^2 [(\Omega - 2s)^2 + \gamma^2]^2}. \quad (44)$$

Як бачимо, необхідна умова формування пастки виконана — сила світлового тиску при дуже малій швидкості атома спрямована до центра пастки для будь-якого s .

Силу світлового тиску при довільній швидкості знайдемо для випадку $s = 0$. У четвертому порядку теорії збурень (другий порядок теорії збурень за полем дає нульовий внесок) маємо:

$$F_4 = -\frac{32\hbar k \Omega \Omega_0^4 \gamma^2 [\gamma^2 + \Omega^2 - 4(kv)^2] \sin \Delta kz}{[(\Omega + 2kv)^2 + \gamma^2]^2 [(\Omega - 2kv)^2 + \gamma^2]^2}. \quad (45)$$

З виразу (45) випливає, що, доки швидкість атома лежить у діапазоні $-v_c < v < v_c$, де

$$v_c = \frac{1}{2k} \sqrt{\gamma^2 + \Omega^2}, \quad (46)$$

сила світлового тиску на атом спрямована до центра пастки. При виході швидкості за межі вказаного діапазону (наприклад, при флуктуації швид-

кості завдяки випадковості спонтанного випромінювання), сила світлового тиску виштовхує атом з пастки.

Рух атома тільки з врахуванням сили (45) періодичний, але це не значить, що сила (45) утримає ансамбль атомів у пастці. Для моделювання руху атомів у світловому полі знання сили світлового тиску недостатньо; вона дозволяє розрахувати лише прискорення центра мас ансамблю атомів з однаковими початковими умовами та його швидкість. Швидкості та координати окремих атомів відрізняються завдяки процесу імпульсної дифузії, зумовленої стохастичністю спонтанного випромінювання. З часом швидкості деяких атомів перевищать v_c , і вони покинуть пастку. Таким чином, при $s = 0$ утримати атоми у пастці неможливо.

Противагою дифузійному процесу в імпульсному просторі може бути залежна від швидкості сила, яка гальмує атоми. Проаналізуємо складову другого порядку за полем сили світлового тиску,

$$F_2 = \frac{\hbar k \gamma \Omega_0^2}{(\Omega + 2kv + 2s)^2 + \gamma^2} - \frac{\hbar k \gamma \Omega_0^2}{(\Omega - 2kv + 2s)^2 + \gamma^2} + \frac{\hbar k \gamma \Omega_0^2}{(\Omega - 2kv - 2s)^2 + \gamma^2} - \frac{\hbar k \gamma \Omega_0^2}{(\Omega + 2kv - 2s)^2 + \gamma^2}. \quad (47)$$

Вона відмінна від нуля при $s \neq 0$ і $v \neq 0$.

При малій швидкості руху атома, $v \ll \gamma/k$, сила F_2 лінійно залежить від швидкості:

$$F_2 = \kappa v, \quad (48)$$

$$\kappa = -\frac{8\hbar k^2 \gamma \Omega_0^2 (\Omega + 2s)}{[(\Omega + 2s)^2 + \gamma^2]^2} + \frac{8\hbar k^2 \gamma \Omega_0^2 (\Omega - 2s)}{[(\Omega - 2s)^2 + \gamma^2]^2}. \quad (49)$$

Сила тертя, що гальмує атом, виникає при $\kappa < 0$. Приклад залежності κ від s показано на рис. 3. Значення $s = -\Omega/2$ відповідає резонансу частоти хвиль 1, 2 з частотою атомного переходу, $s = \Omega/2$ — резонансу частоти хвиль 3, 4 з частотою атомного переходу. Сила тертя виникає, коли $-\varpi < s < 0$ або $s > \varpi$, де

$$\varpi = \frac{1}{2} \sqrt{2\Omega \sqrt{\Omega^2 + \gamma^2} - \Omega^2 - \gamma^2}. \quad (50)$$

З урахуванням складових другого і четвертого порядку по полю сила світлового тиску може бути записана у вигляді

$$F = F_2 + F_4, \quad (51)$$

де перший доданок, другого порядку за полем, не залежить від координати атома і за умови належно вибраних параметрів взаємодії атома з полем спричинює його гальмування, а другий доданок, четвертого порядку за полем, зумовлює силу, що діє на повільні атоми у напрямку центра пастки.

6. Процедура чисельного розрахунку

Для моделювання руху атома одночасно розв'язувалися рівняння (17), (18) для сили (34) і (32) для амплітуд імовірності станів атома. Крім того, ми беремо до уваги зміну моменту атома у процесі спонтанного випромінювання і флуктуації поглинання і вимушеного випромінювання, які приводять до флуктуацій імпульсу атома. В наших обчисленнях для простоти ми приймаємо, що у процесі спонтанного випромінювання імпульс атома змінюється на $\pm \hbar \mathbf{k}$ з однаковою імовірністю. Як відомо [28], під час аналізу доплерівського охолодження така модель дає вираз для мінімальної температури:

$$T_D = \hbar \gamma / 2k_B, \quad (52)$$

де k_B – константа Больцмана.

Вирази (16), (34) дають середнє за ансамблем значення сили. Для опису руху атома слід також врахувати стохастичну зміну імпульсу, яка відбувається внаслідок імпульсної дифузії. Для малої інтенсивності лазерного випромінювання, коли населеність збудженого стану незначна, сила світлового тиску і коефіцієнт імпульсної дифузії дорівнюють сумам відповідних величин для кожної із зустрічних хвиль [29]. Ця модель застосовувалася нами раніше [9] для комп'ютерного моделювання флуктуаційної зміни імпульсу при взаємодії атомів із полем зустрічних імпульсів малої інтенсивності.

Пояснимо, як описується дифузія імпульсу атома у полі біжучої монохроматичної хвилі за монографією [24]. Нехай імпульс атома у момент часу t дорівнює \mathbf{p}_0 . Тоді в момент часу $t + \Delta t$ значення імпульсу можна виразити формулою

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_0 + \hbar \mathbf{k}(N_+ - N_-) - \sum_s \hbar \mathbf{k}_s. \quad (53)$$

Тут другий доданок описує зміну імпульсу за рахунок поглинання і вимушеного випромінювання фотонів з хвильовим вектором \mathbf{k} . Вважаємо, що

випромінювання поширюється вздовж осі z . Величини N_+ і N_- – відповідно, кількість фотонів, що була поглинута і що була випромінена при вимушеному випромінюванні протягом часу Δt . Третій член в (53) відповідає за зміну імпульсу атома при спонтанному випромінюванні фотонів з хвильовими векторами \mathbf{k}_s .

Середнє за ансамблем значення імпульсу (53) дорівнює

$$\langle \mathbf{p} \rangle = \langle \mathbf{p}_0 \rangle + \hbar \mathbf{k}(\langle N_+ \rangle - \langle N_- \rangle), \quad (54)$$

де $\langle \mathbf{p}_0 \rangle$ – середній початковий імпульс, $\langle N_+ \rangle$ – середня кількість поглинутих фотонів, $\langle N_- \rangle$ – середня кількість фотонів, випромінених у процесі вимушеного випромінювання. Спонтанно випромінені фотони в середньому не змінюють імпульс, тому

$$\left\langle \sum_s \mathbf{k}_s \right\rangle = 0. \quad (55)$$

Різниця (53) і (54) дає флуктуацію імпульсу,

$$\Delta \mathbf{p} = \mathbf{p} - \langle \mathbf{p} \rangle = (\mathbf{p} - \langle \mathbf{p}_0 \rangle) + \hbar \mathbf{k} \Delta N_i - \sum_s \hbar \mathbf{k}_s, \quad (56)$$

де $\Delta N_i = N_i - \langle N_i \rangle$ – відхилення числа фотонів $N_i = N_+ - N_-$, розсіяних при вимушених переходах атома, від середнього значення $\langle N_i \rangle = \langle N_+ \rangle - \langle N_- \rangle$.

З рівняння (56) знаходимо середній квадрат флуктуацій імпульсу вздовж осі z :

$$\langle \Delta p_z^2 \rangle = \langle \Delta p_{0z}^2 \rangle + \hbar^2 k^2 \langle (\Delta N_i)^2 \rangle + \hbar^2 k^2 \langle \cos^2 \theta \rangle \langle N_s \rangle, \quad (57)$$

де θ – кут між напрямком спонтанного випромінювання фотона і віссю z , $\langle N_s \rangle$ – середнє число спонтанно випромінених фотонів.

Перший доданок у правій частині (57) зумовлений початковим розподілом атомів за імпульсами, другий – вимушеними процесами (поглинання і випромінювання), третій доданок зумовлений спонтанним випромінюванням фотонів. Вираз (57) отримано з врахуванням статистичної незалежності вимушеного випромінювання, поглинання і спонтанного випромінювання. Крім того, враховано статистичну незалежність напрямків поширення спонтанно випромінених фотонів.

Середній квадрат флуктуацій числа вимушено розсіяних фотонів $\langle(\Delta N_i)^2\rangle$ оцінимо, вважаючи розсіювання фотонів повністю випадковим процесом. У цьому разі імовірність $p(N_i)$ вимушеного розсіювання N_i фотонів протягом часу Δt описується розподілом Пуассона:

$$p(N_i) = \frac{\langle N_i \rangle^{N_i}}{N_i!} e^{-\langle N_i \rangle}. \quad (58)$$

Звідси випливає

$$\langle(\Delta N_i)^2\rangle = \langle N_i \rangle. \quad (59)$$

Беручи до уваги, що $\langle N_i \rangle = \langle N_s \rangle$ (різниця поглинутих і вимушено випромінених фотонів дорівнює кількості фотонів, випромінених спонтанно), отримуємо

$$\langle \Delta p_z^2 \rangle = \langle \Delta p_{0z}^2 \rangle + \hbar^2 k^2 \langle N_s \rangle + \hbar^2 k^2 \langle \cos^2 \theta \rangle \langle N_s \rangle. \quad (60)$$

Це рівняння є основою для комп'ютерного моделювання процесу імпульсної дифузії у полі однієї біжучої хвилі. Згідно з ним, на кожен випадковий зміну імпульсу атома за рахунок спонтанного випромінювання світла припадає одна зміна імпульсу атома на $\pm \hbar k$ за рахунок вимушених процесів.

Наведений алгоритм врахування імпульсної дифузії справедливий, як зазначалося вище, для слабкого поля $\Omega_0 \lesssim \gamma$. У випадку великої інтенсивності зустрічних хвиль, необхідної для зменшення розміру хмарки атомів у пастці, враховуємо імпульсну дифузію у вимушених процесах аналогічним чином, усвідомлюючи, що отримані нами результати матимуть оціночний характер. Можлива похибка може бути пов'язана з додатковими флуктуаціями імпульсу завдяки вимушеному випромінюванню понад флуктуації імпульсу завдяки спонтанному випромінюванню, що може призвести до деякої недооцінки розміру атомної хмаринки у пастці і температури атомів.

Рівняння (17), (18) і (32) інтегруємо методом Рунге–Кутти четвертого порядку точності. Після кожного кроку перевіряється, чи був на ньому квантовий стрибок і нормується хвильова функція. Якщо квантовий стрибок був, швидкість атома змінюється на

$$\Delta v = \hbar k(\epsilon_1 - 0,5)/(M|\epsilon_1 - 0,5|) + \hbar k(\epsilon_2 - 0,5)/(M|\epsilon_2 - 0,5|), \quad (61)$$

де $\epsilon_{1,2}$ – випадкові числа, однорідно розподілені на інтервалі $[0,1]$. Один з доданків моделює флуктуацію імпульсу при спонтанному випромінюванні фотона, інший – флуктуацію імпульсу за рахунок флуктуації вимушених процесів поглинання і випромінювання.

7. Результати чисельного моделювання

Рух атома в біхроматичному полі значною мірою залежить від параметрів поля та початкових умов (швидкість та координата атома). З усієї сукупності параметрів нас цікавить, в першу чергу, такі, які забезпечують рух атомів в невеликому діапазоні координати z в околі центра пастки.

Спочатку у підрозділі 7.1 проведемо моделювання руху атомів у слабкому біхроматичному полі зустрічних хвиль, результати яких можна інтерпретувати, користуючись наведеними в п'ятому розділі формулами для сили світлового тиску.

Оскільки зростання квазіпружної сили, що діє на атом у напрямку центра пастки, зі зростанням інтенсивності зустрічних хвиль викликає зменшення об'єму атомів у пастці і збільшення їх концентрації, ми проведемо також моделювання руху атомів в сильному полі, $\Omega_0 \gg \gamma$. Результати цього моделювання викладені у підрозділі 7.2. Розрахунки зроблені для атома ^{23}Na , для якого можна створити циклічну взаємодію з полем [1]. Довжина хвилі для переходу $3^2S_{1/2} - 3^2P_{3/2}$ становить $\lambda = 589,16$ нм, швидкість спонтанного випромінювання $\gamma = 2\pi \cdot 10$ МГц, доплерівська границя охолодження атомів натрію дорівнює $T_D = 240$ мкК [1].

7.1. Малі інтенсивності зустрічних хвиль

Розглянемо рух атомів у полях зустрічних хвиль з інтенсивностями, близькими до насичуючих переход, $\Omega_0 = \gamma$. Щоб взаємодія атома з обома стоячими хвилями була значною, виберемо різницю їх частот близькою до γ , $\Omega = 2\gamma$. Залежність коефіцієнта тертя κ від параметра s , який дорівнює різниці частоти переходу в атомі і середньому арифметичному частот стоячих хвиль, показана на рис. 3. Сила тертя формується при $-0,993\gamma < s < 0$ та $s > 0,993\gamma$. Це не заперечує можливість фінітного руху атома за межами чи на границях вказаних інтервалів, оскільки знак κ вказує лише на гальмування чи прискорення атома при $kv \ll \gamma$.

Рух атома у випадку однакового за величиною і протилежного за знаком відстроювання частоти

стоячих хвиль від частоти переходу в атомі, тобто при $s = 0$, за відсутності імпульсної дифузії був би періодичним. На рис. 4 показано реальний рух атома (суцільна лінія) і рух, який мав би місце при штучно вимкнених флуктуаціях імпульсу (61) в момент спонтанного випромінювання (пунктир). Порівняння цих залежностей вказує на визначальний вплив імпульсної дифузії на характер руху атомів у полі світлових хвиль, яка у даному разі призводить до значного зростання швидкості атома. Оцінка періоду коливальності атома при “вимкненій” імпульсній дифузії 10,3 мс з рис. 4 добре узгоджується з оцінкою 7 мс за формулою (44) при $s = 0$, враховуючи її застосування на межі справедливості теорії збурень.

Виходячи із залежності коефіцієнта тертя від s , показаної на рис. 3, в інтервалі $0 < s < 0,993\gamma$ ($0 < s < 9,93$ МГц) фінітний рух атома неможливий з малою швидкістю біля центра пастки. Дійсно, як показують розрахунки, при $s = 2$ МГц швидкість атома більшу частину часу близька до ± 5 м/с з флуктуаціями за рахунок імпульсної дифузії, і саме з такою швидкістю атом перетинає центр пастки. Як видно з рис. 5, атом змінює напрямок руху через деякий час після проходження центра пастки. Частково цьому сприяє доданок F_4 у силі світлового тиску (51), приблизно пропорційний відхиленню від центра, що призводить до спрямованого до центра тиску світла на атом.

Розглянемо тепер вплив незалежної від координати частини F_2 сили світлового тиску F (51) на рух атома, зображений на рис. 5. При малих $s > 0$ з (47) впливає, що складова сили F_2 прискорює атом, якщо його швидкість лежить у межах $|v| < \varpi/k$, де частота ϖ визначається виразом (50). У протилежному випадку ця складова діючої на атом сили сповільнює атом. На границі вказаного інтервалу швидкості $F_2 = 0$, а за його межами прискорення атома змінюється сповільненням. Дія лише сили F_2 призвела б до руху атома зі швидкістю 5,83 м/с для параметрів рис. 5.

Як видно з рис. 5, флуктуації швидкості великі, і час від часу швидкість атома може змінювати знак. У цьому разі атом прискорюється до швидкості ϖ/k у зворотному напрямку. Оскільки $\varpi/k < v_c$, під час руху атома зі швидкістю ϖ/k на нього діє сила F_4 , напрямлена до центра пастки, яка зростає з віддаленням від центра. Одно-

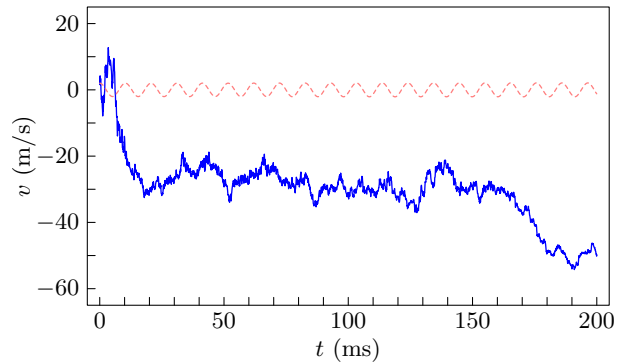


Рис. 4. Моделювання залежності швидкості атома ^{23}Na від часу при його взаємодії зі слабким полем біхроматичних зустрічних хвиль. Початкова швидкість атома дорівнює $v_0 = 2$ м/с, $s = 0$ ($\delta_1 = \delta_2 = 10$ МГц, $\delta_3 = \delta_4 = -10$ МГц), частоти Рабі хвиль однакові і дорівнюють $\Omega_0 = 2\pi \cdot 10$ МГц. Пунктир – процес імпульсної дифузії штучно вимкнено

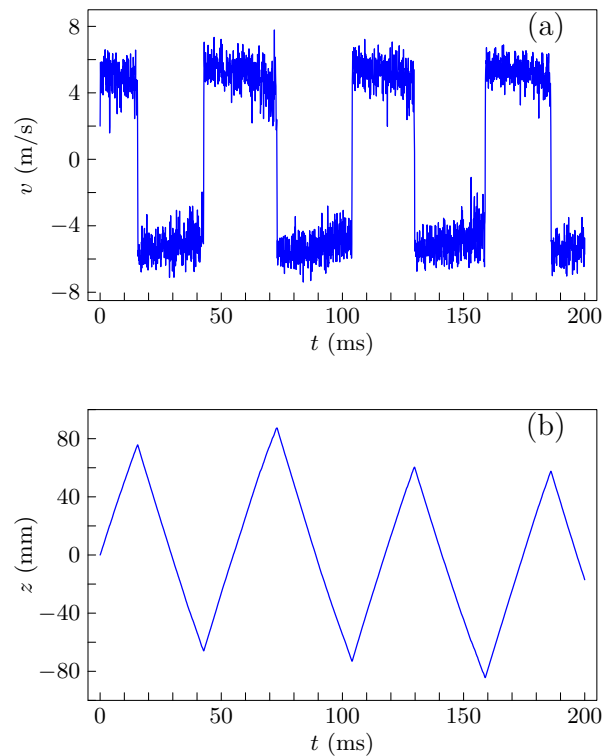


Рис. 5. Моделювання залежності швидкості атома ^{23}Na та його координати від часу при його взаємодії зі слабким полем біхроматичних зустрічних хвиль. Початкова швидкість атома дорівнює $v_0 = 2$ м/с, початкова координата $z_0 = 0$, $s = 2$ МГц ($\delta_1 = \delta_2 = 12$ МГц, $\delta_3 = \delta_4 = -8$ МГц), частоти Рабі хвиль однакові і дорівнюють $\Omega_0 = 2\pi \cdot 10$ МГц

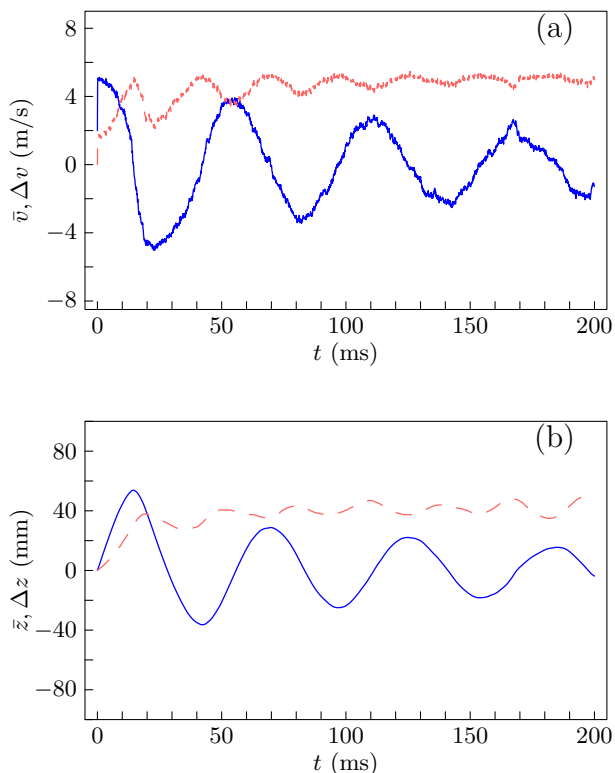


Рис. 6. Моделювання залежності середньої швидкості \bar{v} , положення \bar{z} центра мас ансамблю 100 атомів ^{23}Na та середньоквадратичних значень відхилення швидкостей Δv та координат Δz атомів від середніх значень у залежності від часу при взаємодії зі слабким полем біхроматичних зустрічних хвиль. Початкові умови і параметри взаємодії атома з полем відповідають рис. 5

часною дією обох доданків у (51) можна пояснити те, що швидкість атома (усереднена за флуктуаціями) одразу після проходження чергового максимуму координати дещо більша, ніж перед ним – у першому випадку F_2 і F_4 діють в одному напрямку, у другому – у протилежних.

Як відомо з [25], розрахунки за методом Монте-Карло для хвильової функції після усереднення за ансамблем дають той же результат, що і методом матриці густини. В той самий час, методом Монте-Карло для хвильової функції ми можемо не тільки знайти еволюцію координати і швидкості центра мас атомного ансамблю, а й, обчислюючи середні за ансамблем значення квадратів швидкості та координати, оцінити середньоквадратичне відхилення координати і швидкості від середніх значень.

На рис. 6 показано часову залежність середньої швидкості 100 атомів ^{23}Na і положення їх центра мас та середньоквадратичних значень відхилення швидкості та координати від середніх значень для параметрів поля і початкових умов, що відповідають рис. 5. На початку всі атоми перебувають в однаковому стані, проте з часом кореляція між швидкостями та координатами атомів зменшується завдяки стохастичності, яку вносить спонтанне випромінювання. Це й пояснює затухання осциляцій координати та швидкості центра мас атомів.

Розглянемо рух атомів у пастці для відстроювань s , при яких можна очікувати одночасно утримання атомів у пастці і їх охолодження. При виборі відстроювання виходимо з того, що сила тертя і сила, що повертає атом під час його віддалення від центра пастки, повинні бути близькими до

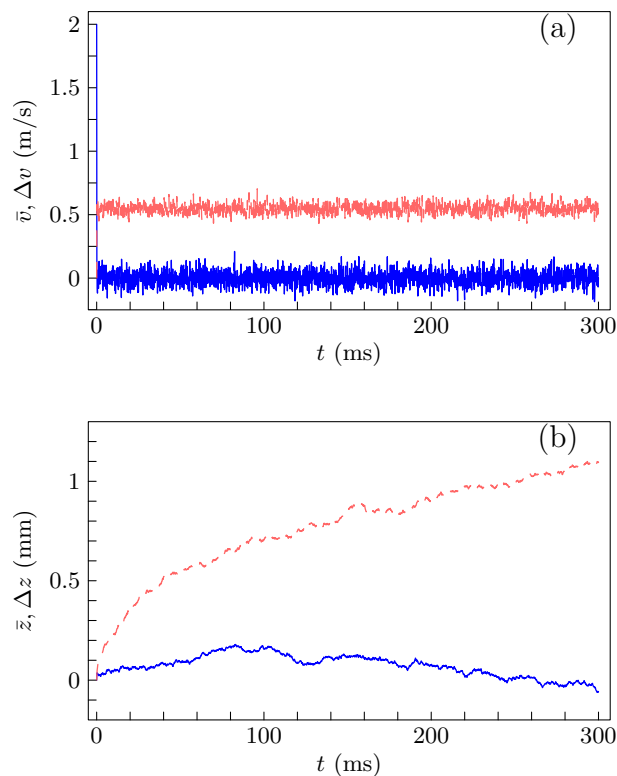


Рис. 7. Моделювання залежностей $\bar{v}(t)$, $\bar{z}(t)$ (суцільна лінія) і $\Delta v(t)$, $\Delta z(t)$ (пунктир) для ансамблю 100 атомів ^{23}Na у полі біхроматичних зустрічних хвиль. Початкова швидкість атома дорівнює $v_0 = 2$ м/с, початкова координата $z_0 = 0$, $s = 12$ МГц ($\delta_1 = \delta_2 = 22$ МГц, $\delta_3 = \delta_4 = 2$ МГц), частоти Рабі хвиль однакові і дорівнюють $\Omega_0 = 2\pi \cdot 10$ МГц

максимальних. Сила тертя F_2 при малій швидкості максимальна при $s = -0,72\gamma$ і $s = 1,27\gamma$ (див. рис. 3). Сила F_4 (44), що повертає атом до початку координат і забезпечує роботу пастки, максимальна при $s = \pm 0,93\gamma$. Оскільки максимуми F_2 і F_4 не збігаються, оптимальні відстроювання s , які забезпечують утримання і охолодження атомів у пастці при $\Omega = 2\gamma$, лежать в інтервалах $-0,93\gamma < s < -0,72\gamma$ і $0,93\gamma < s < 1,27\gamma$.

На рис. 7 показано залежності $\bar{v}(t)$, $\bar{z}(t)$ і $\Delta v(t)$, $\Delta z(t)$ для близького до оптимального значення s в інтервалі $0,93\gamma < s < 1,27\gamma$. Після того, як атоми гальмуються (приблизно через 50 мкс), їх швидкість завдяки імпульсній дифузії флукує з $\Delta v \sim 0,55$ м/с, що відповідає температурі ансамблю $T = 0,8$ мК. Досить висока температура атомного ансамблю, порівняно з доплерівською границею 240 мК, зумовлена порушенням умови $\Omega_0 \ll \gamma$ для досягнення цієї границі. З вигляду залежності $\Delta z(t)$ приходимо до висновку, що через 300 мс від початку взаємодії з розмір атомної хмаринки все ще зростає, що говорить про недостатню компенсацію дифузійноподібного руху атомів силою світлового тиску. У наступному підрозділі ми покажемо, що, збільшивши на два порядки інтенсивність випромінювання, можна досягти утримання атомної хмаринки з $\Delta z \sim 0,1$ мм вже після 20 мс взаємодії з полем.

Для перевірки точності розрахунку температури ми обчислили середньоквадратичне значення швидкості для однієї стоячої хвилі малої інтенсивності ($\Omega_0 = 0,1\gamma$) при оптимальному відстроєнні від резонансу [28] $\gamma/2$ для 1000 атомів натрію, що дало $\Delta v = 30 \pm 1$ см/с. Це відповідає границям температури ансамблю атомів 249 ± 17 мК, які охоплюють теоретичне значення доплерівської границі температури 240 мК.

Дослідивши поведінку атомів у полі слабких зустрічних хвиль, перейдемо до випадку сильних світлових полів. Слід зазначити, що доплерівська границя температури (52) установлена для взаємодії атома з монохроматичною стоячою хвилею. Для слабких полів у випадку близької частоти однієї з хвиль до частоти переходу в атомі, показаного на рис. 7, атом в основному взаємодіє з цією хвилею, і досягнення близьких до (52) температур вимагає виконання нерівності $\Omega_0 \ll \gamma$. У випадку ж $\Omega_0 \gg \gamma$ і $\Omega \sim \Omega_0$ атом сильно взаємодіє з обома стоячими хвилями, тому оцінка граничної темпе-

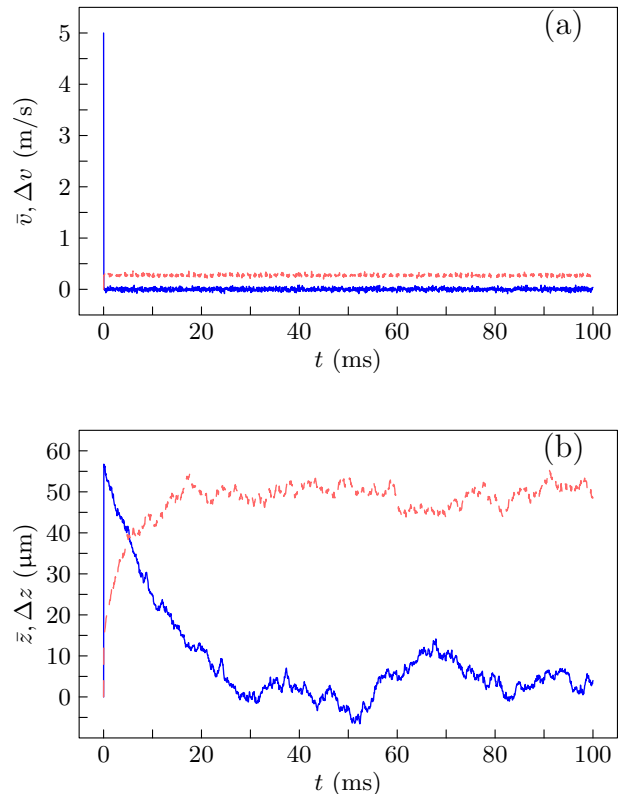


Рис. 8. Моделювання залежностей $\bar{v}(t)$, $\bar{z}(t)$ та $\Delta v(t)$, $\Delta z(t)$ при взаємодії ансамблю 100 атомів ^{23}Na із сильним полем зустрічних біхроматичних хвиль. Початкова швидкість атома дорівнює $v_0 = 5$ м/с, початкова координата $z_0 = 0$, $s = 10$ МГц ($\delta_1 = \delta_2 = 110$ МГц, $\delta_3 = \delta_4 = -90$ МГц), частоти Рабі хвиль однакові і дорівнюють $\Omega_0 = 2\pi \cdot 100$ МГц, різниця частот стоячих хвиль $\Omega = 2\pi \times 200$ МГц

ратури (52), отримана для однієї хвилі, несправедлива. Ми побачимо, що близькі до (52) значення температури можуть бути досягнуті в полі двох стоячих хвиль і при $\Omega_0 \gg \gamma$.

7.2. Великі інтенсивності зустрічних хвиль

Розглянемо тепер взаємодію атомів натрію із зустрічними полями великої інтенсивності, на два порядки більшої, ніж вибрана для моделювання у попередньому підрозділі. Як видно з рис. 8, підвищення інтенсивності дозволяє локалізувати атоми в невеликому діапазоні координат порядку 100 мкм. Завдяки просторовій залежності сили світлового тиску вже приблизно через 20 мс роз-

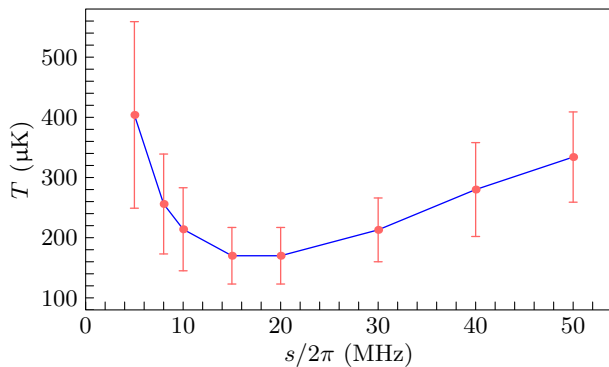


Рис. 9. Залежність температури атомів ^{23}Na від відстроювання s частоти атомного переходу від середньої несучої частоти зустрічних біхроматичних хвиль. Частоти Рабі хвиль однакові і дорівнюють $\Omega_0 = 2\pi \cdot 100$ МГц, різниця частот стоячих хвиль $\Omega = 2\pi \cdot 200$ МГц, $N_a = 100$. Кружечками позначено значення s , для яких було проведено розрахунки. Вертикальні відрізки відповідають межах температури, оціненими за флуктуаціями середнього квадрата швидкості атомів

ширення атомної хмаринки припиняється. Її розміри визначаються конкуренцією дифузійноподібного руху за рахунок імпульсної дифузії, зумовленої флуктуацією спонтанного та вимушеного випромінювання, та руху під дією сили світлового тиску, спрямованій до центра пастки, пропорційній відстані від центра. Атоми з початковою швидкістю $v_0 = 5$ м/с гальмуються полем на відстані близько 57 мкм, а потім їхній центр мас переміщується в окіл $\sim \pm 10$ мкм центра пастки, що однозначно вказує на дію сили світлового тиску в напрямку до центра. Гальмування відбувається протягом приблизно 30 мкс, після чого швидкість флюктує навколо нуля з середньоквадратичним відхиленням 27,5 см/с. Така флуктуація швидкості відповідає температурі атомного ансамблю 209 мкК, що дещо нижче доплерівської границі температури 240 мкК (52). Беручи до уваги відносно невелику кількість атомів $N_a = 100$, за якими відбувалося усереднення, і типову відносну точність отриманих середніх значень методом Монте-Карло $f_{\text{rel}} \sim 1/\sqrt{N_a}$, приходимо до висновку, що у пастці, утвореній біхроматичним полем зустрічних хвиль, можна утримувати атоми і одночасно їх охолоджувати приблизно до доплерівської границі температури.

Те, що одночасно утримання і охолодження атомів у пастці спостерігається при значенні параме-

тра s , при якому охолодження неможливе у випадку слабких полів (див. рис. 3), має просте пояснення – при підвищенні інтенсивності навіть однієї стоячої хвилі понад насичуючу поглинання похідна від сили світлового тиску за швидкістю при нульовій швидкості може бути як від’ємною, так і додатною [24].

На рис. 9 показано розраховану методом Монте-Карло залежність температури ансамблю 100 атомів від відстроювання s . Як видно, при відстроюванні 15–20 МГц досягається мінімум температури, ~ 170 К, дещо менший від T_D (52).

Діапазон швидкості атома, у якому він захоплюється і охолоджується полем, визначається розміром пастки. Для параметрів рис. 9 і відстроюванні $s = 2\pi \cdot 20$ МГц, що дає близьку до мінімальної температуру атомів у пастці, при початковій швидкості 5 м/с розмір пастки не повинен бути меншим 0,2 мм, для початкової швидкості 9 м/с – 1 мм, а для >50 м/с це вже мають бути десятки сантиметрів. Причиною такого різкого збільшення необхідних розмірів пастки є зміна картини гальмування атома при перевищенні певного значення швидкості (близько 10 м/с для вказаних параметрів). Так, при малій початковій швидкості швидкість атома практично монотонно зменшується з часом, а при великій початковій швидкості швидкість атома змінюється між додатними та від’ємними значеннями у широких межах, доки в певний момент часу його швидкість не впаде майже до нуля недалеко від центра пастки, після чого відбувається його гальмування (див. рис. 10). Час, коли це відбувається, для різних реалізацій руху атома різний у відповідності з тим, що траєкторія руху атома суттєво залежить від часового розподілу моментів спонтанного випромінювання фотона. Швидкість атома змінюється приблизно в межах $\pm \Omega/(2k_B)$, що відповідає зміні знака сили у випадку взаємодії атома з біхроматичним полем при $s = 0$ [10]. Сходиноподібна залежність швидкості від часу на інтервалі 35–37 мс, імовірно, відповідає доплеронним резонансам [32].

Часові залежності середньоквадратичних відхилень від середніх значень швидкості та координати, зображені на рис. 8, дають оцінку розміру атомної хмаринки та її температури. Про розподіл за координатою та швидкістю краще уявлення дає розподіл атомів у фазовій площині координата-швидкість, показаний на рис. 11. При моделюванні

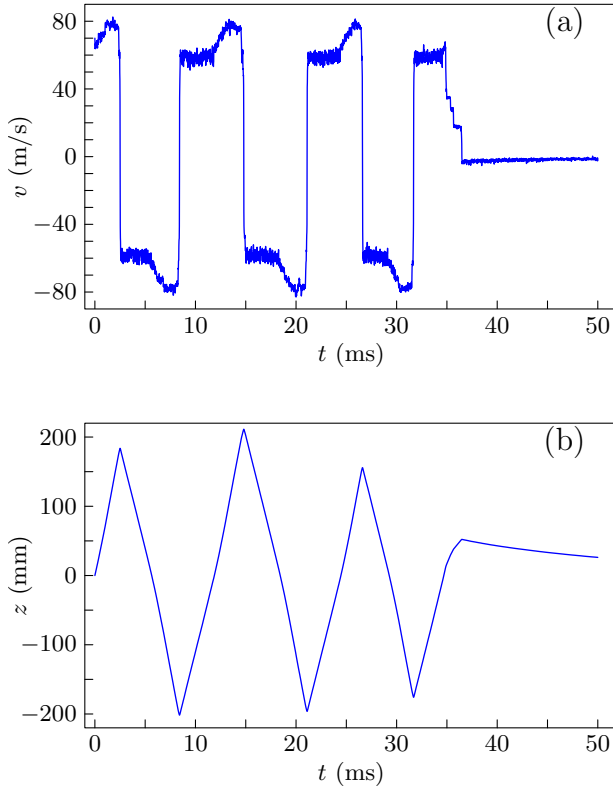


Рис. 10. Моделювання залежності середньої швидкості та координати атома ^{23}Na від часу при взаємодії із сильним полем зустрічних біхроматичних хвиль. Початкова швидкість атома дорівнює $v_0 = 70$ м/с, початкова координата $z_0 = 0$, $s = 20$ МГц ($\delta_1 = \delta_2 = 120$ МГц, $\delta_3 = \delta_4 = -80$ МГц), частоти Рабі хвиль однакові і дорівнюють $\Omega_0 = 2\pi \cdot 100$ МГц, різниця частот стоячих хвиль $\Omega = 2\pi \cdot 200$ МГц

руху атомів ми прийняли, що у початковий момент всі атоми перебували у збудженому стані, а всі початкові фази дорівнюють нулю. Розрахунки проведено для $s = 2\pi \cdot 20$ МГц, що дає охолодження ансамблю атомів до температури, близької до мінімальної для вказаних на рис. 11 значень Ω_0 і Ω . Нульова початкова швидкість атомів вибрана з метою отримання з самого початку симетричного розподілу відносно центра пастки. Початковий стан атома, завдяки багатократному спонтанному випромінюванню, не впливає на розподіл атомів у фазовій площині.

На рис. 11, *b* показано розподіл атомів у фазовій площині біля центральної частини пастки. На фазовій площині добре видно еліпсоподібні структу-

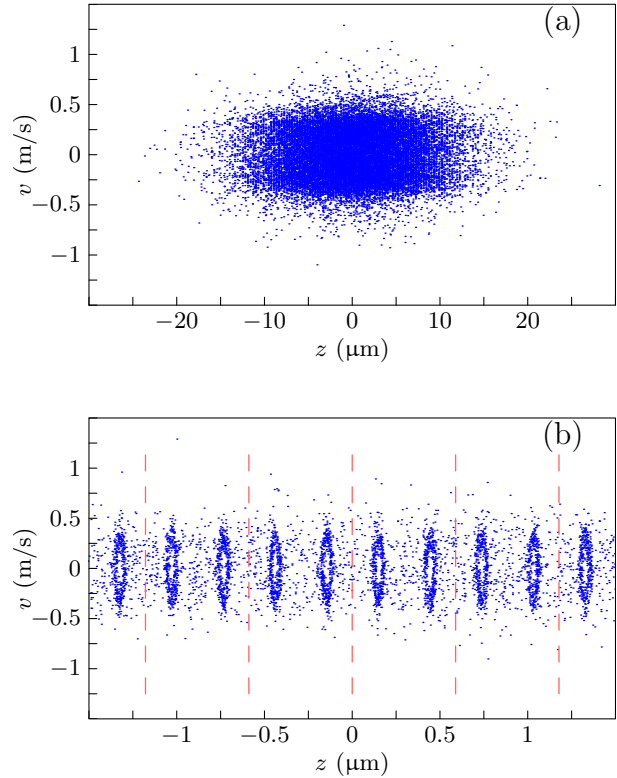


Рис. 11. Розподіл 25000 атомів у фазовій площині після 500 мкс від початку руху. Початкова швидкість атома дорівнює $v_0 = 0$, початкова координата $z_0 = 0$, $s = 20$ МГц ($\delta_1 = \delta_2 = 120$ МГц, $\delta_3 = \delta_4 = -80$ МГц), частоти Рабі хвиль однакові і дорівнюють $\Omega_0 = 2\pi \cdot 100$ МГц, різниця частот стоячих хвиль $\Omega = 2\pi \cdot 200$ МГц. При $t = 0$ атоми перебувають у збудженому стані, а $\phi_1 = \phi_2 = \phi_3 = \phi_4 = 0$. Штрихові лінії відповідають відстаням, кратним λ , від центра пастки

ри, що вказує на коливальний рух атомів навколо околів:

$$z_n = \lambda(2n + 1)/4, \quad (62)$$

де n – ціле число. Центр пастки відповідає пучності стоячих хвиль. Наявність невеликої кількості атомів між еліпсами вказує на зміну коливань навколо певного z_n на коливання навколо z_n з іншим номером.

Зазначимо, що аналогічні розрахунки для s , які відповідають вищій температурі атомного ансамблю, наприклад, для $s = 2\pi \cdot 10$ МГц, демонструють у фазовій площині менш виражені еліпси. Приклад зміни швидкості та координати одного з атомів рис. 11 показано на рис. 12. Для наочності

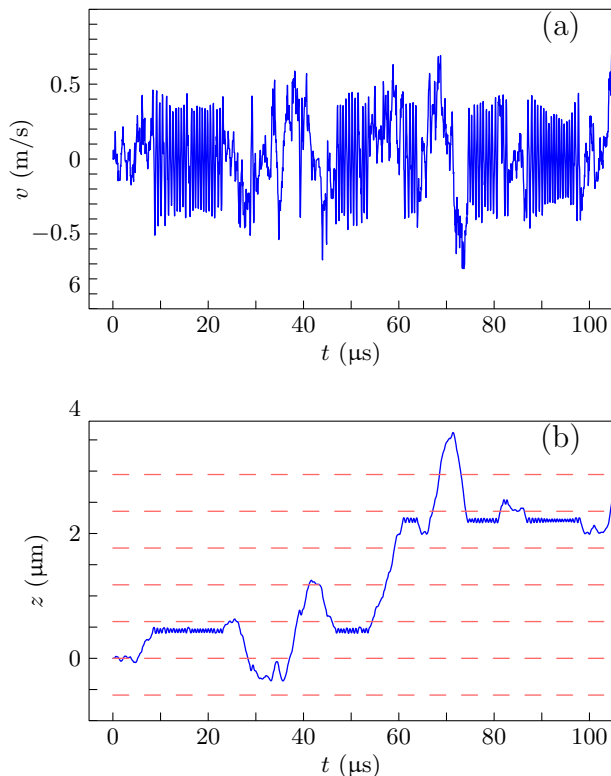


Рис. 12. Залежність швидкості і координати одного з атомів, що формують розподіл у фазовій площині, показаний на рис. 11. Штрихові лінії відповідають відстаням, кратним λ , від центра пастки

зображення коливального руху показано початковий інтервал часу до 100 мкс. На рисунку видно коливання атома поблизу z_1 та z_7 .

8. Висновки

Ми показали можливість реалізації пастки для атомів, утвореної біхроматичним полем зустрічних хвиль, запропонованої в [12]. Для малих інтенсивностей зустрічних хвиль, менших інтенсивності насичення поглинання у атомі, рух атомів у пастці може бути інтерпретовано на основі теорії збурень для сили світлового тиску у другому і четвертому порядку за полем. Сила другого порядку не залежить від координати атома і приводить до його гальмування або прискорення до швидкості $\pm\Omega/2k$ полем при належно вибраному відстроюванні частот стоячих хвиль від частоти переходу в атомі. Сила четвертого порядку за полем залежить від координати і приблизно пропорційна відхиленню атома від центра пастки. У результаті дії обох

складових сили можливе формування пастки для атомів, у якій вони більшу частину часу рухаються зі швидкістю $\pm\Omega/2k$. Чисельне моделювання руху атомів в сильному полі $\Omega_0 \gg \gamma$ демонструє одночасне утримання і охолодження атомів натрію до температур порядку доплерівської границі і, можливо, дещо нижче. Розмір хмарки атомів при частоті Рабі 100 МГц і різниці частот стоячих хвиль 200 МГц становить близько 0,1 мм, температура порядку 200 мкК, діапазон швидкостей, в якому можливе гальмування і утримання атомів у пастці визначається її розміром і для пастки розміром 1 мм становить від 0 до 9 м/с. Рух атомів у хмарці – коливальний навколо $z_n = \lambda(2n+1)/4$, що відповідає вузлам стоячої хвилі, з переходами від околу одного вузла до околу іншого. Таким чином, атоми у просторі формують ґратку з періодом $\lambda/2$.

Запропонований механізм формування пастки може бути також використаний для утримання та охолодження молекул з матрицею факторів Франка–Кондона, близькою до діагональної, при наявності додаткового поля, що повертає атоми, які попадають при спонтанному випромінюванні на відмінний від основного рівень, до циклічної взаємодії з охолоджуючим і утримуючим полем, як це робилося при спостереженні світлового тиску на молекули SrF [31].

Публікація містить результати досліджень, проведених при грантовій підтримці Державного фонду фундаментальних досліджень за конкурсним проектом Ф64/51-2015 та досліджень, проведених при грантовій підтримці цільової комплексної програми фундаментальних досліджень НАН України “Фундаментальні проблеми створення нових наноматеріалів і нанотехнологій”, договір № 3/15-Н.

1. H.J. Metcalf and P. van der Stratten, *Laser Cooling and Trapping* (Springer, New York, 1999).
2. T.G.M. Freegarde, J. Waltz, and W. Hänsch, *Opt. Commun.* **117**, 262 (1995).
3. A. Goepfert, I. Bloch, D. Haubrich, F. Lison, R. Schütze, R. Wynands, and D. Meschede, *Phys. Rev. A* **56**, R3354 (1997).
4. V.I. Romanenko and L.P. Yatsenko, *J. Phys. B* **44**, 115305 (2011).
5. V.I. Balykin, *JETP Lett.* **81**, 209 (2005).
6. D.N. Yanyshchev, V.I. Balykin, Y.V. Vladimirova, and V.N. Zadkov, *Phys. Rev. A* **87**, 033411 (2013).

7. V.I. Romanenko, A.V. Romanenko, Ye.G. Udovitskaya, and L.P. Yatsenko, *Ukr. J. Phys.* **58**, 438 (2013).
8. V.I. Romanenko, A.V. Romanenko, Ye.G. Udovitskaya, and L.P. Yatsenko, *J. Mod. Opt.* **61**, 839 (2014).
9. V.I. Romanenko, A.V. Romanenko, Ye.G. Udovitskaya, and L.P. Yatsenko, *Phys. Rev. A* **90**, 053421 (2014).
10. В.С. Войцехович, М.В. Данилейко, А.М. Негрийко, В.И. Романенко, Л.П. Яценко, *ЖТФ* **58**, 1174 (1988).
11. A.P. Kazantsev and I. Krasnov, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2140 (1989).
12. В.С. Войцехович, М.В. Данилейко, А.М. Негрийко, В.И. Романенко, Л.П. Яценко, *Письма в ЖЭТФ* **49**, 138 (1989).
13. R. Grimm, Yu.B. Ovchinnikov, A.I. Sidorov, and V.S. Letokhov, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 3210 (1990).
14. Yu.B. Ovchinnikov, R. Grimm, A.I. Sidorov, and V.S. Letokhov, *Opt. Commun.* **102**, 155 (1993).
15. J. Söding, R. Grimm, Yu.B. Ovchinnikov, Ph. Bouyer, and Ch. Salomon, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1420 (1997).
16. M. Williams, F. Chi, M. Cashen, and H. Metcalf, *Phys. Rev. A* **61**, 023408 (2000).
17. M. Cashen and H. Metcalf, *Phys. Rev. A* **63**, 025406 (2001).
18. M. Cashen, O. Rivoire, L. Yatsenko, and H. Metcalf, *J. Opt. B* **4**, 75 (2002).
19. M. Partlow, X. Miao, J. Bochmann, M. Cashen, and H. Metcalf, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 213004 (2004).
20. L. Yatsenko and H. Metcalf, *Phys. Rev. A* **70**, 063402 (2004).
21. C. Corder, B. Arnold, and H. Metcalf, *Phys. Rev. Lett.* **114**, 043002 (2015).
22. C. Corder, B. Arnold, X. Hua, and H. Metcalf, *J. Opt. Soc. Am. B* **32**, 75 (2015).
23. А.П. Казанцев, *ЖЭТФ* **66**, 1599 (1974).
24. В.Г. Миногин, В.С. Летохов, *Давление лазерного излучения на атомы* (Наука, Москва, 1986).
25. C. Molmer, Y. Castin, and J. Dalibard, *J. Opt. Soc. Am. B* **10**, 524 (1993).
26. J. Steinbach, B.M. Garraway, and P.L. Knight, *Phys. Rev. A* **51**, 3302 (1995).
27. B.W. Shore, *The Theory of Coherent Atomic Excitation* (Wiley, New York, 1990), Vol. 1.
28. C.S. Adams and E. Riis, *Prog. Quant. Electron.* **21**, 1 (1997).
29. K. Mølmer, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2301 (1991).
30. T.W. Hänsch and A.L. Schawlow, *Opt. Commun.* **13**, 68 (1975).
31. J.F. Barry, E.S. Shuman, E.B. Norrgard, and D. DeMille, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 103002 (2012).
32. E. Kyörlä and S. Stenholm, *Opt. Commun.* **22**, 123 (1977).

Одержано 14.08.15

В.И. Романенко, А.В. Романенко, Л.П. Яценко

ОПТИЧЕСКАЯ ЛОВУШКА
ДЛЯ АТОМОВ НА ОСНОВЕ ВСТРЕЧНЫХ
БИХРОМАТИЧЕСКИХ СВЕТОВЫХ ВОЛН

Резюме

Показано, что полем встречных бихроматических световых волн можно сформировать одномерную ловушку для атомов. Выбирая соответствующим образом отстройку монохроматических компонент волн от частоты перехода в атоме, можно достичь одновременного удержания ансамбля атомов в ловушке и их охлаждения до температуры, близкой к доплеровскому пределу, без применения дополнительных полей. Численное моделирование проведено для атомов натрия. Обсуждается возможность применения подобной ловушки для удержания и охлаждения молекул с почти диагональной матрицей факторов Франка–Кондона.

V.I. Romanenko, A.V. Romanenko, L.P. Yatsenko

AN OPTICAL TRAP FOR ATOMS
ON THE BASIS OF COUNTER-PROPAGATING
BICHROMATIC LIGHT WAVES

Summary

It has been shown that the field of counter-propagating bichromatic light waves can form a one-dimension trap for atoms. The confinement of an ensemble of atoms in the trap and their simultaneous cooling to a temperature close to the Doppler cooling limit can be achieved without using auxiliary fields, by properly choosing the detuning of monochromatic components from the atomic transition frequency. The specific numerical simulation is carried out for sodium atoms. A possible application of such a trap for the confinement and the cooling of molecules with an almost diagonal array of Franck–Condon factors is discussed.