

М.М. ЧЕПІЛКО, Ю.В. БОБКОВ, С.О. ПОНОМАРЕНКО

Навчально-науковий інститут аерокосмічних технологій
 Національний технічний університет України
 "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"
 (Берестейський проспект, 37, Київ 03056)

ВПЛИВ МАГНІТОСТАТИЧНОГО ПОЛЯ НА МЕХАНІЗМ ЗБУДЖЕННЯ ГІБРИДНИХ ПЛАЗМОН-ПОЛЯРИТОНІВ У НАПІВПРОВІДНИКАХ

УДК УДК 537.6/.8

Проаналізовано вплив магнітостатичного поля на динаміку квазічастинок (плазмонів та плазмон-поляритонів) у напівпровідниках, через які протікає постійний електричний струм. Зустрічний рух континуумів електронів і дірок призводить до появи нестійких гібридних квазічастинок, які "генетично" зв'язані як з електронами, так і з дірками. Показано, що закон дисперсії та інкремент (декремент) зростання (спадання) амплітуд динамічних змінних гібридних квазічастинок суттєво залежать від стаціонарної швидкості руху заряджених частинок, зумовленої постійним електричним струмом, та взаємної орієнтації хвильового вектора квазічастинок та вектора магнітостатичного поля. Так, постійний електричний струм є фізичною причиною появи у напівпровіднику нестійких квазічастинок терагерцового частотного діапазону, а магнітостатичне поле викликає збудження додаткових частотних зон гібридних квазічастинок, кількість яких залежить від взаємної орієнтації хвильового вектора квазічастинок та вектора магнітостатичного поля. Наявність двох факторів впливу на динаміку гібридних квазічастинок у напівпровідниках відкриває можливість гнучкого керування динамікою нестійких гібридних квазічастинок у випадку використання цього явища при вирішенні прикладних задач у терагерцовій радіофізиці.

Ключові слова: плазма, електрони, дірки, електричне поле, магнітостатичне поле, густина електричного заряду, густина електричного струму, плазмонна частота, ефективна маса, поляризація, плазмони, поляритони, циклічна частота, хвильовий вектор, діелектрична проникність, дисперсійне рівняння, частотна зона, просторова дисперсія, нестійкість, інкремент зростання, декремент спадання.

1. Вступ

Дана робота є логічним продовженням циклу робіт [1, 3], направлених на дослідження плазмонів та плазмон-поляритонів, як об'ємних, так і поверхневих, у металах та напівпровідниках. У цих роботах доведена актуальність досліджень плазмонів та плазмон-поляритонів і зроблено детальний огляд наукових публікацій, який підтверджує цей висновок.

Цитування: Чепілко М.М., Бобков Ю.В., Пономаренко С.О. Вплив магнітостатичного поля на механізм збудження гібридних плазмон-поляритонів у напівпровідниках. *Укр. фіз. журн.* **71**, № 3, 255 (2026).

© Видавець ВД "Академперіодика" НАН України, 2026. Стаття опублікована за умовами відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

ISSN 2071-0194. *Укр. фіз. журн.* 2026. Т. 71, № 3

Окремо відмітимо, що нині значна увага звертається на зовнішні впливи на стан електронно-діркової плазми (*eh*-плазми) у напівпровідниках, особливо з боку магнітостатичного поля \mathbf{H}_0 [4, 8], які є багатогранними у проявах цікавих фізичних явищ.

Так, у експериментально-теоретичній роботі [4] досліджувалась фотостворена *eh*-плазма у напівпровіднику, що знаходиться у квантованому зовнішньому магнітостатичному полі (у квантовій ямі) і були виявлені "гігантські" сполохи когерентного випромінювання.

У роботі [5] розглядалась квантова двовимірна (2D) *eh*-плазма (на основі InGaAs квантових ям) у сильному магнітному полі, при якому був реалізований інверсний населений рівень і спостерігалась серія сполохів. У цій роботі підкреслювалось, що

магнітостатичне поле і висока густина населення впливають на спектральні і часові характеристики колективної рекомбінації.

У статті [6] теоретично розглядався розподіл поверхневих електромагнітних хвиль вздовж поперічного розподілу “напівпровідникова квантова eh -плазма/вакуум” у присутності зовнішнього магнітостатичного поля, з врахуванням квантових ефектів (тунелювання) і виродження електронів і дірок. Знайдено новий тип хвиль, який відсутній у класичному наближенні. Також було показано, що магнітостатичне поле і квантові ефекти суттєво модифікують дисперсію поверхневих хвиль.

У [7] статті експериментально досліджувалися крупні електронно-діркові краплі у германії (Ge) при низьких температурах і оптичній генерації eh -плазми. Знайдені мікрохвильові резонанси у магнітостатичних полях у крапель розміром порядку 1 мм. Робота показує, що магнітостатичне поле впливає на динаміку і розміри макроскопічних eh -структур.

У дослідженні [8] показано, що квантово-вироджена нерівноважна (на межі Фермі) eh -плазма у напівпровідникових квантових ямах, может давати колективне спонтанне випромінювання, особливо під дією магнітостатичного поля.

Метою даної роботи є продовження дослідження механізму збудження гібридних плазмонів та плазмон-поляритонів (гібридних квазічастинок) у напівпровідниках [3] за рахунок комплексного впливу зустрічного руху електронів та дірок, який виникає при протіканні через напівпровідник постійного електричного струму та зовнішнього магнітостатичного поля \mathbf{H}_0 .

Далі ми будемо дотримуватися термінології, започаткованої у роботі [3]. Зокрема термін “гібридні квазічастинки” тут має прямий фізичний зміст. Як показано у роботі [3] у напівпровідниках з одним типом носіїв електричного заряду нестабільних станів eh -плазми не буде. Не буде їх і при відсутності зустрічного руху електронів і дірок. Тому використання терміну “гібридні квазічастинки” для опису нестійкого стану eh -плазми є правомірним.

Важливим фактом, з прикладної точки зору, є те, що частотні зони гібридних квазічастинок у напівпровідниках відповідають [3] терагерцовому діапазону $\omega \in (10^{11} - 1,5 \cdot 10^{13})$ Гц електромагнітних хвиль.

Головна увага у даній роботі приділяється впливу магнітостатичного поля \mathbf{H}_0 на механізм збудження гібридних квазічастинок у напівпровідниках.

Показано, що магнітостатичне поле \mathbf{H}_0 суттєво впливає на якісні і кількісні показники гібридних квазічастинок у напівпровідниках, а саме збільшується у декілька разів кількість їх частотних зон (див. далі).

У даній роботі в основу математичної моделі для опису динаміки гібридних квазічастинок у напівпровідниках використовується математична модель, що була сформульована у роботі [3], яка була розширена за рахунок врахування впливу сили Лоренца на рухомі електрони та дірки у напівпровіднику з боку магнітостатичного поля \mathbf{H}_0 .

2. Діелектрична проникність напівпровідника у магнітостатичному полі, через який протікає постійний електричний струм

Як відомо [9, 10] у твердотільній плазмоніці для аналізу фізичних властивостей квазічастинок необхідна адекватна модель діелектричної проникності середовища $\hat{\epsilon} = \hat{\epsilon}(\omega, \mathbf{k})$, де ω – циклічна частота, а \mathbf{k} – хвильовий вектор квазічастинок.

При побудові діелектричної проникності напівпровідника у магнітостатичному полі \mathbf{H}_0 , через який протікає постійний електричний струм, використовуємо алгоритм, апробований у роботі [3]. Тому, аналогічно роботі [3], в ролі динамічних величин виберемо такі макроскопічні показники, як концентрації електронів і дірок $n_{e,h} = n_{e,h}(t, \mathbf{r})$ та швидкості руху $\mathbf{v}_{e,h} = \mathbf{v}_{e,h}(t, \mathbf{r})$ нескінченно малих макроскопічних об’ємів, наповнених відповідно електронами та дірками.

Динамічні величини $n_{e,h}$ та $\mathbf{v}_{e,h}$, в свою чергу, визначають густину негативних та позитивних електричних зарядів

$$\rho_{fe} = -qn_{fe}, \quad \rho_{fh} = qn_{fh}, \quad (1)$$

та густину їх електричного струму

$$\mathbf{j}_{fe} = -qn_{fe}\mathbf{v}_{fe}, \quad \mathbf{j}_{fh} = qn_{fh}\mathbf{v}_{fh}, \quad (2)$$

які задовільняють закони збереження електричного заряду (законам неперервності) [11, 12].

Далі будемо вважати, як і в [3], що концентрації електричних зарядів $n_{f(e,h)}$ та швидкості ру-

ху електронів і дірок $\mathbf{v}_{f(e,h)}$ мають по дві складові, а саме стаціонарну $n_{0(e,h)}$, $\mathbf{v}_{0(e,h)}$ та зумовлену флуктуаціями густини електричних зарядів $n_{e,h}$, $\mathbf{v}_{e,h}$. Згідно з цим передбаченням динамічні змінні задачі набувають такого представлення:

$$\begin{aligned} n_{fe} &= n_{0e} + n_e(t, \mathbf{r}), & \mathbf{v}_{fe} &= \mathbf{v}_{0e} + \mathbf{v}_e(t, \mathbf{r}), \\ n_{fh} &= n_{0h} + n_h(t, \mathbf{r}), & \mathbf{v}_{fh} &= \mathbf{v}_{0h} + \mathbf{v}_h(t, \mathbf{r}), \\ n_e &\ll n_{0e} = \text{const}, & n_h &\ll n_{0h} = \text{const}, \\ \mathbf{v}_e &\ll \mathbf{v}_{0e} = \text{const}, & \mathbf{v}_h &\ll \mathbf{v}_{0h} = \text{const}. \end{aligned} \quad (3)$$

Із формул (2), (3) отримаємо такі вирази для густин електричного струму:

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_{fe} &\simeq -q(n_{0e}\mathbf{v}_{0e} + n_{0e}\mathbf{v}_e + n_e\mathbf{v}_{0e}), \\ \mathbf{j}_{fh} &\simeq q(n_{0h}\mathbf{v}_{0h} + n_{0h}\mathbf{v}_h + n_h\mathbf{v}_{0h}). \end{aligned} \quad (4)$$

Замкнута система динамічних рівнянь поставленої задачі у лінійному наближенні, аналогічно [3], буде включати закони збереження електричних зарядів, рівнянь руху нескінченно малих макроскопічних об'ємів (заповнених електронами та дірками) доповнених силами Лоренца, які діють з боку зовнішнього магнітостатичного поля \mathbf{H}_0 , і квазіелектростатичного рівняння Максвелла [11, 12].

Таким чином, зформована система динамічних рівнянь задачі відрізняється від аналогічної системи динамічних рівнянь у роботі [3] лише наявністю у динамічних рівняннях для векторів $\mathbf{v}_{0(e,h)}$ сил Лоренца та сил з боку постійного електричного поля Холла [11, 12]:

$$\mathbf{E}_{(e,h)} = \frac{1}{c} [\mathbf{v}_{0(e,h)} \times \mathbf{H}_0] = \text{const}, \quad (5)$$

яке у лінійному наближенні не має суттєвого значення.

Розв'язки системи динамічних рівнянь поставленої задачі будемо шукати, як і у [3], у вигляді плоских монохроматичних хвиль

$$n_e, n_h, \mathbf{v}_e, \mathbf{v}_h, \mathbf{E} \sim e^{i(\omega t - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}))}. \quad (6)$$

У цьому випадку система диференціальних рівнянь, аналогічно [3], зводиться до системи ліній-

них алгебраїчних рівнянь

$$\begin{cases} [\omega - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_{0e})] n_e - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_e) n_{0e} = 0, \\ [\omega - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_{0h})] n_h - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_h) n_{0h} = 0, \\ ([\omega - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_{0e}) + i\omega_{0e}^\times] \cdot \mathbf{v}_e) = + \frac{iq}{m_e^*} \mathbf{E}, \\ ([\omega - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_{0h}) + i\omega_{0h}^\times] \cdot \mathbf{v}_h) = - \frac{iq}{m_h^*} \mathbf{E}, \\ i\varepsilon_0 (\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}) = 4\pi q (n_e - n_h), \end{cases} \quad (7)$$

де

$$\omega_{0(e,h)}^\times = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{0(e,h)z} & \omega_{0(e,h)y} \\ \omega_{0(e,h)z} & 0 & -\omega_{0(e,h)x} \\ -\omega_{0(e,h)y} & \omega_{0(e,h)x} & 0 \end{bmatrix},$$

$$\omega_{0(e,h)}^\times \mathbf{v}_{(e,h)} = [\boldsymbol{\omega}_{0(e,h)} \times \mathbf{v}_{(e,h)}],$$

$$\omega_{0(e,h)} = \pm \frac{q\mathbf{H}_0}{m_{(e,h)}^* c}$$

де $\omega_{0(e,h)}$ – ларморівські частоти електронів і дірок, а $m_{(e,h)}^*$ – їх ефективні маси.

Далі із перших двох рівнянь у (7) можна виразити концентрації електронів і дірок $n_{(e,h)}$ через їх швидкості руху $\mathbf{v}_{(e,h)}$ у такому вигляді:

$$\begin{aligned} n_{(e,h)} &= \frac{n_{0(e,h)}}{\omega_{(e,h)}} (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_{(e,h)}), \\ \omega_{(e,h)} &= \omega - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_{0(e,h)}). \end{aligned} \quad (8)$$

Розв'язки третього і четвертого рівняння у (7) відносно величин $\mathbf{v}_{(e,h)}$ можна записати у такому вигляді:

$$\mathbf{v}_{(e,h)} = \pm \frac{iq}{m_{(e,h)}^*} (\widehat{\Omega}_{(e,h)}^{-1} \mathbf{E}), \quad (9)$$

де $\widehat{\Omega}_{(e,h)}^{-1}$ обернений тензор відносно тензора

$$\widehat{\Omega}_{(e,h)} = \omega_{(e,h)} + i\omega_{0(e,h)}^\times$$

Тензор $\widehat{\Omega}_{(e,h)}^{-1}$ має такий вигляд:

$$\begin{aligned} \widehat{\Omega}_{(e,h)}^{-1} &= \frac{\omega_{(e,h)} - i\omega_{0(e,h)}^\times}{\omega_{(e,h)}^2 - \omega_{0(e,h)}^2} - \\ &- \frac{\boldsymbol{\omega}_{0(e,h)} \otimes \boldsymbol{\omega}_{0(e,h)}}{\omega_{(e,h)}(\omega_{(e,h)}^2 - \omega_{0(e,h)}^2)} \end{aligned}$$

або

$$\widehat{\Omega}_{(e,h)}^{-1} = \frac{\omega_{(e,h)}}{\Delta_{(e,h)}^2} - \frac{\boldsymbol{\omega}_{0(e,h)} \otimes \boldsymbol{\omega}_{0(e,h)}}{\omega_{(e,h)} \Delta_{(e,h)}^2} - \frac{i\omega_{0(e,h)}^\times}{\Delta_{(e,h)}^2},$$

де

$$\Delta_{(e,h)}^2 = \omega_{(e,h)}^2 - [\omega_{0(e,h)}]^2.$$

Після підстановки виразу (9) для швидкостей руху $\mathbf{v}_{(e,h)}$ електронів і дірок у (8) знайдемо залежність густин електронів і дірок:

$$n_{(e,h)} = \pm \frac{iqn_{0(e,h)}}{\varepsilon_0 m_{(e,h)}^* \omega_{(e,h)}} \left(\mathbf{k} \cdot \widehat{\Omega}_{(e,h)}^{-1} \mathbf{E} \right). \quad (10)$$

від електричного поля \mathbf{E} .

Якщо підставити отриманий вираз (10) в останнє рівняння системи лінійних алгебраїчних рівнянь (7), то отримуємо ключовий вираз

$$\mathbf{k} \cdot \left(\varepsilon_0 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_e} \widehat{\Omega}_e^{-1} - \frac{\omega_{ph}^2}{\omega_h} \widehat{\Omega}_h^{-1} \right) \mathbf{E} = 0 \quad (11)$$

для знаходження діелектричної проникності напівпровідника, де

$$\omega_{p(e,h)}^2 = 4\pi \frac{n_{0(e,h)} q^2}{\varepsilon_0 m_{(e,h)}^*},$$

плазмонні циклічні частоти електронів і дірок.

Далі запишемо рівняння Максвелла для потенціального електричного поля [11, 12]

$$(\nabla \mathbf{D}) = 0, \quad \mathbf{D} = \widehat{\varepsilon} \mathbf{E}$$

і конкретизуємо його для випадку плоских монохроматичних хвиль. В результаті отримуємо такий вираз:

$$-i(\mathbf{k} \cdot \widehat{\varepsilon} \mathbf{E}) = 0. \quad (12)$$

Якщо порівняти вираз (12) з формулою (11), то знайдемо потрібну формулу

$$\widehat{\varepsilon} = \varepsilon_0 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_e} \widehat{\Omega}_e^{-1} - \frac{\omega_{ph}^2}{\omega_h} \widehat{\Omega}_h^{-1} \quad (13)$$

для діелектричної проникності напівпровідника у магнітостатичному полі, через який протікає постійний електричний струм.

Для подальшого використання діелектричної проникності напівпровідника $\widehat{\varepsilon}$, з метою аналізу фізичних властивостей гібридних квазічастинок в

залежності від магнітостатичного поля \mathbf{H}_0 , доцільно формулі (13) надати таке представлення:

$$\begin{aligned} \widehat{\varepsilon} &= \widehat{\varepsilon}^{(v_0)} + \widehat{\chi}^{(\omega_0)}, \\ \widehat{\varepsilon}^{(v_0)} &= \varepsilon_0 - \varkappa_e - \varkappa_h, \quad \widehat{\chi}^{(\omega_0)} = \widehat{\chi}^{(s)} + i\widehat{\chi}^{(a)}, \\ \widehat{\chi}^{(s)} &= \frac{\varkappa_e}{\omega_e^2} \omega_{0e} \otimes \omega_{0e} + \frac{\varkappa_h}{\omega_h^2} \omega_{0h} \otimes \omega_{0h}, \\ \widehat{\chi}^{(a)} &= \frac{\varkappa_e}{\omega_e} \omega_{0e}^\times + \frac{\varkappa_h}{\omega_h} \omega_{0h}^\times, \\ \varkappa_{(e,h)} &= \frac{\omega_{p(e,h)}^2}{\Delta_{(e,h)}^2}. \end{aligned} \quad (14)$$

Із формул (14) знаходимо, що діелектрична проникність $\widehat{\varepsilon}$ має тензорний характер. Тензор $\widehat{\varepsilon}$ має скалярну частину $\widehat{\varepsilon}^{(v_0)}$ і тензорну частину $\widehat{\chi}^{(\omega_0)}$, яка, в свою чергу, складається із симетричної $\widehat{\chi}^{(s)}$ і антисиметричної $i\widehat{\chi}^{(a)}$ частин.

3. Закон дисперсії квазічастинок напівпровідника у магнітостатичному полі, через який протікає постійний електричний струм

Для визначення дисперсійного рівняння квазічастинок у напівпровідниках, розташованих у магнітостатичному полі, через які протікає постійний електричний струм, необхідно використати хвильове рівняння Максвелла [11, 12]:

$$\widehat{W} \mathbf{E} = 0, \quad \widehat{W} = \mathbf{k}^2 - \mathbf{k} \otimes \mathbf{k} - \frac{\omega^2}{c^2} \widehat{\varepsilon} \quad (15)$$

для плоского монохроматичного електромагнітного поля у фур'є-просторі (ω, \mathbf{k}) .

У випадку ізотропного середовища хвильове рівняння (15), шляхом скалярного і векторного множення на хвильовий вектор \mathbf{k} , можна було розділити (див. [3]) на два незалежних рівняння, які описували плазмони (потенціальне електричне поле) і плазмон-поляритони (вихрове електричне поле). Але у випадку анізотропного середовища такий підхід у повній мірі реалізувати не вдається. Так, якщо помножити хвильове рівняння (15) на хвильовий вектор \mathbf{k} , то отримуємо рівняння

$$-\frac{\omega^2}{c^2} (\mathbf{k} \cdot \widehat{\varepsilon} \mathbf{E}) = 0, \quad (16)$$

яке описує плазмони. В той самий час отримати із (15) рівняння, яке описує плазмон – поляри-

тони, не вдається. Внаслідок тензорного характеру діелектричної проникності $\hat{\varepsilon}$ відбувається змішування потенціального і вихрового електричного поля. Тому хвильове рівняння (15) описує комплекс квазічастинок, який складається із плазмонів і плазмон – поляритонів.

Визначимо дисперсійне рівняння плазмонів, у яких електричне поле визначається формулами $\mathbf{E} = -\nabla\varphi \rightarrow \mathbf{E} = \mathbf{k}\varphi_0$, $\varphi_0 = \text{const}$. Якщо використати ці формули у (16), то отримаємо дисперсійне рівняння плазмонів

$$(\mathbf{k}\hat{\varepsilon}\mathbf{k}) = 0. \quad (17)$$

Дисперсійне рівняння комплексу квазічастинок впливає із умови існування нетривіальних розв'язків системи лінійних алгебраїчних рівнянь (15), тобто із рівності нулю її головного детермінанта:

$$\det(\widehat{W}) = 0. \quad (18)$$

Конкретизація умови (18) має такий вигляд:

$$\mathbf{k}^2(\mathbf{k}\hat{\varepsilon}\mathbf{k}) - \frac{\omega^2}{c^2} \left((\mathbf{k}\hat{\varepsilon}\mathbf{k}) \text{tr}(\hat{\varepsilon}) - (\mathbf{k}\hat{\varepsilon}\hat{\varepsilon}\mathbf{k}) \right) + \frac{\omega^4}{c^4} \det(\hat{\varepsilon}) = 0. \quad (19)$$

Якщо у рівнянні (19) використати для тензора $\hat{\varepsilon}$ представлення (14), то отримаємо остаточний вираз для дисперсійного рівняння комплексу квазічастинок із плазмонів і плазмон-поляритонів

$$\begin{aligned} & \varepsilon^{(\mathbf{v}_0)} \left(\mathbf{k}^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon^{(\mathbf{v}_0)} \right)^2 + \\ & + \left((\mathbf{k}\hat{\chi}^{(s)}\mathbf{k}) - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon^{(\mathbf{v}_0)} \text{tr}(\hat{\chi}^{(s)}) \right) \times \\ & \times \left(\mathbf{k}^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon^{(\mathbf{v}_0)} \right) + \frac{\omega^2}{c^2} [\mathbf{k} \times \boldsymbol{\chi}^{(a)}]^2 - \\ & - \frac{\omega^4}{c^4} \boldsymbol{\chi}^{(a)2} \left(\varepsilon^{(\mathbf{v}_0)} + \text{Tr}(\hat{\chi}^{(s)}) \right) = 0, \end{aligned} \quad (20)$$

де

$$\boldsymbol{\chi}^{(a)} = \varkappa_e \frac{\omega_{0e}}{\omega_e} + \varkappa_h \frac{\omega_{0h}}{\omega_h}.$$

Дисперсійні рівняння (17) і (20) можна спростити для випадку спеціальних взаємних орієнтацій векторів \mathbf{k} і $\boldsymbol{\omega}_0 \sim \mathbf{H}_0$. Так, спрощене дисперсійне рівняння плазмонів (17) набуває такого вигляду:

$$\mathbf{k}^2 \varepsilon^{(\mathbf{v}_0)} + (\mathbf{k}\hat{\chi}^{(s)}\mathbf{k}) = 0. \quad (21)$$

Дисперсійне рівняння комплексу квазічастинок (20) може бути спрощене, коли вектори \mathbf{k} і $\boldsymbol{\omega}_0$ взаємно колінеарні ($\mathbf{k} \parallel \boldsymbol{\omega}_0$) або перпендикулярні ($\mathbf{k} \perp \boldsymbol{\omega}_0$). Так, при $\mathbf{k} \parallel \boldsymbol{\omega}_0$ рівняння (20) набуває такого вигляду:

$$\begin{aligned} & \left(\varepsilon^{(\mathbf{v}_0)} + \text{Tr}(\hat{\chi}^{(s)}) \right) \times \\ & \times \left(\left(\mathbf{k}^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon^{(\mathbf{v}_0)} \right)^2 - \frac{\omega^4}{c^4} \boldsymbol{\chi}^{(a)2} \right) = 0. \end{aligned} \quad (22)$$

Перший множник у (22) співпадає з дисперсійним рівнянням (21) плазмонів за умови, що $\mathbf{k} \parallel \boldsymbol{\omega}_0$, тобто його рівність нулю визначає дисперсійне рівняння плазмонів. Очевидно рівність нулю другого множника у (22) визначає дві дисперсійні гілки плазмон-поляритонів.

Якщо ж виконується умова $\mathbf{k} \perp \boldsymbol{\omega}_0$, то дисперсійне рівняння (20) набуває такого вигляду:

$$\begin{aligned} & \varepsilon^{(\mathbf{v}_0)} \left(\mathbf{k}^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon^{(\mathbf{v}_0)} \right)^2 - \\ & - \frac{\omega^2}{c^2} \left(\varepsilon^{(\mathbf{v}_0)} \text{tr}(\hat{\chi}^{(s)}) - \boldsymbol{\chi}^{(a)2} \right) \left(\mathbf{k}^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon^{(\mathbf{v}_0)} \right) - \\ & - \frac{\omega^4}{c^4} \boldsymbol{\chi}^{(a)2} \text{tr}(\hat{\chi}^{(s)}) = 0. \end{aligned} \quad (23)$$

У цьому випадку окремо розглядати плазмони і плазмон-поляритони не має можливості.

При відсутності магнітного поля $\boldsymbol{\omega}_0 \sim \mathbf{H}_0 = 0$ дисперсійне рівняння (20) набуває вигляду

$$\varepsilon^{(\mathbf{v}_0)} \left(\mathbf{k}^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon^{(\mathbf{v}_0)} \right)^2 = 0$$

дисперсійного рівняння електромагнітних хвиль в ізотропному напівпровіднику, як і повинно бути.

4. Закон дисперсії плазмонів напівпровідника у магнітостатичному полі, через який протікає постійний електричний струм

Для спрощення аналізу дисперсійного рівняння плазмонів у даній постановці задачі конкретизуємо рівняння (21) у такому вигляді:

$$\begin{aligned} & \mathbf{k}^2 (\varepsilon_o - \varkappa_e - \varkappa_h) + \\ & + \left(\frac{(\mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\omega}_{0e})^2}{\omega_e^2} \varkappa_e + \frac{(\mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\omega}_{0h})^2}{\omega_h^2} \varkappa_h \right) = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

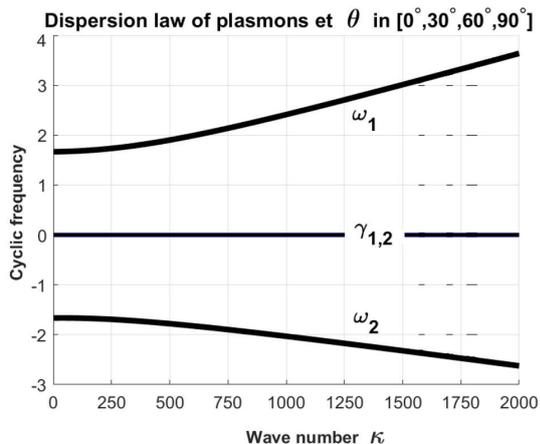


Рис. 1. Дисперсійні гілки звичайних Ge-плазмонів

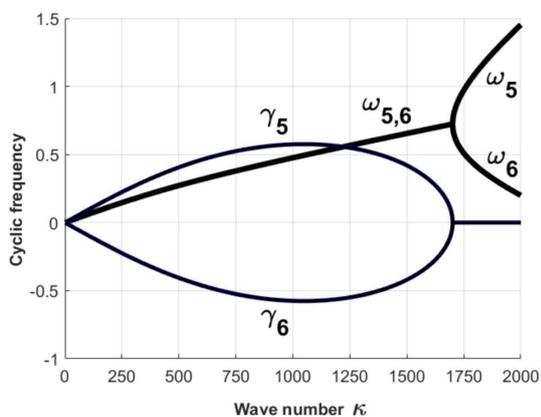


Рис. 2. Дисперсійні гілки гібридних плазмонів при $\theta = 0^\circ$

або

$$(\epsilon_0 - \kappa_e - \kappa_h) + \left(\frac{\omega_{0e}^2}{\omega_e^2} \kappa_e + \frac{\omega_{0h}^2}{\omega_h^2} \kappa_h \right) \cos^2(\theta) = 0, \quad (25)$$

де θ – кут між напрямками векторів \mathbf{k} і $\omega_0 \sim \mathbf{H}_0$.

Аналіз показує, що дисперсійне рівняння (25) у загальному випадку має 12 розв’язків. Частина із них будуть дійсними розв’язками, а решта комплексно-спряженими. Тому реальний аналіз фізичних властивостей плазмонів тут можна буде виконати лише методами обчислювальної математики.

Для конкретизації параметрів задачі у процесі модельних розрахунків виберемо такий напівпровідник, як германій (Ge), в якого ефективні маси електронів і дірок мають значення одного порядку (див. [13]). Близькі значення ефективних мас

електронів і дірок необхідні для оптимізації параметрів, які визначають фізичні властивості гібридних квазічастинок (див. [3]). Як було показано у [3], гібридні квазічастинки у германія відповідають терагерцовому частотному діапазону електромагнітних хвиль $\omega \in (10^{11} - 1,5 \cdot 10^{13})$ Гц.

Необхідні для модельних розрахунків чисельні параметри германія знаходяться у довіднику [13]. Значення напруженості магнітостатичного поля \mathbf{H}_0 вибрано рівним $\simeq 10^4$ ерстед.

Чисельні розрахунки доцільно виконувати у безрозмірних змінних, вибираючи в ролі одиниць виміру плазмову частоту електронів ω_{pe} та значення величини швидкості руху електронів \mathbf{v}_{0e} , який виникає внаслідок дії у напівпровіднику електропорушної сили.

На основі даних із довідника [13] був визначений набір величин

$$\begin{aligned} \bar{\omega} &= \frac{\text{Re}(\omega)}{\omega_{pe}}, \quad \bar{\gamma} = -\frac{\text{Im}(\omega)}{\omega_{pe}}, \quad \kappa = \frac{\mathbf{k}c}{\omega_{pe}}, \\ a &= \frac{\omega_{ph}}{\omega_{pe}} = 0,866, \quad b = \frac{|\mathbf{v}_{0h}|}{|\mathbf{v}_{0e}|} = 0,487, \quad (26) \\ u &= \frac{|\mathbf{v}_{0e}|}{c} = 1,3 \times 10^{-4}, \quad \mu = \frac{\omega_{0(h)}}{\omega_{0(e)}} = 0,75, \end{aligned}$$

які були використані при безрозмірних чисельних розрахунках дисперсійних гілок $\omega = \omega(\mathbf{k})$, як плазмонів, так і плазмон – поляритонів. Дійсна частина розв’язків дисперсійних рівнянь визначає циклічну частоту квазічастинок $\bar{\omega} = \bar{\omega}(\kappa)$, а уявна $\bar{\gamma} = \bar{\gamma}(\kappa)$ характеризує степінь їх нестійкості.

Результати розрахунків дисперсійних гілок плазмонів наведені на рис. 1–5.

На рис. 1 зображені дисперсійні гілки звичайних плазмонів, які були розраховані при таких значеннях кута: $\theta \in [0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ]$. Циклічні частоти $\bar{\omega}_1$ відповідають електронним плазмонам, а $\bar{\omega}_2$ – дірковим плазмонам. По модулю циклічні частоти $\omega_{1,2}$ більші за значення відповідних плазмових циклічних частот, тобто вони знаходяться в оптичній області спектра. Значення параметрів $\bar{\gamma}_{1,2} = 0$ вказують на стабільність звичайних плазмонів.

Залежність циклічних частот $\bar{\omega}_{1,2}$ від параметра θ є нехтовно малою, що вказує на слабкий вплив магнітостатичного поля \mathbf{H}_0 на динаміку звичайних плазмонів. Відсутність дзеркальної симетрії між дисперсійними гілками $\bar{\omega}_{1,2}$ зумовлена різни-

цею значень ефективних мас $m_e^* < m_h^*$ електронів і дірок.

У випадку гібридних плазмонів, які “генетично” зв’язані як з електронами, так із дірками, а їх частотна зона знаходиться у терагерцовому діапазоні (див. [3]), вплив магнітостатичного поля \mathbf{H}_0 буде суттєвим.

Знайдені розв’язки дисперсійного рівняння (25) показують, що взаємна орієнтація векторів \mathbf{k} і $\boldsymbol{\omega}_0$ впливає на кількість розв’язків (див. рис. 2–5).

Так, при $\theta = 0^\circ$ маємо дві гілки (див. рис. 2), а при $\theta \neq 0^\circ$ шість гілок гібридних плазмонів (див. рис. 3–5). При цьому дисперсійні гілки нестійких плазмонів при $\theta = 0^\circ$ подібні до відповідних дисперсійних гілок у роботі [3]. Пояснюється це тим, що у випадку колінеарності векторів \mathbf{k} і $\boldsymbol{\omega}_0$ вплив сили Лоренца на поздовжні коливання плазмонної густини електричного заряду фактично відсутній.

У випадку, коли $\theta \notin [0^\circ, 180^\circ]$, вплив сили Лоренца на динаміку плазмонів стає суттєвим і, як наслідок, збільшується кількість дисперсійних гілок “гібридних” плазмонів (див. рис. 3–5). При цьому додаткові дисперсійні гілки $\bar{\omega}_{3,4,7,8}$ відповідають стійким плазмонам.

Із порівняння ходу дисперсійних гілок на рис. 3–5 видно, що з ростом кута θ додаткові дисперсійні гілки $\bar{\omega}_{3,4}$ та $\bar{\omega}_{7,8}$ зближуються, а при $\theta = 90^\circ$ зливаються. При цьому область нестійкості плазмонів $\bar{\omega}_{5,6}$ зсувається у короткохвильову область плазмонного спектра. Особливо чітко це видно на рис. 5.

Звернемо увагу також на той факт, що дисперсійні гілки при $\theta = 90^\circ$ задовільняють умову $\bar{\omega}_{3,4,7,8}(\mathbf{k} = 0) = 0$, на відміну від дисперсійних гілок при $\theta \in [30^\circ, 60^\circ]$ де $\bar{\omega}_{3,4,7,8}(\mathbf{k} = 0) \neq 0$.

5. Закон дисперсії плазмон-поляритонів напівпровідника у магнітостатичному полі, через який протікає постійний електричний струм

Для аналізу впливу магнітостатичного поля \mathbf{H}_0 на динаміку плазмон-поляритонів використаємо дисперсійне рівняння (20). Як показав аналіз, кількість розв’язків цього рівняння і поведінка дисперсійних гілок плазмон-поляритонів суттєво залежить від взаємної орієнтації векторів \mathbf{k} і $\boldsymbol{\omega}_0 \sim \mathbf{H}_0$. Максимальна кількість розв’язків диспер-

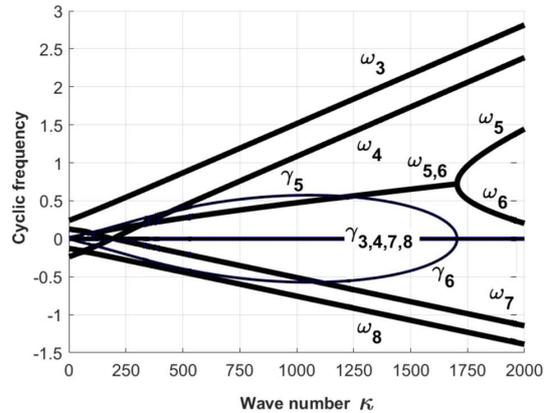


Рис. 3. Дисперсійні гілки гібридних плазмонів при $\theta = 30^\circ$

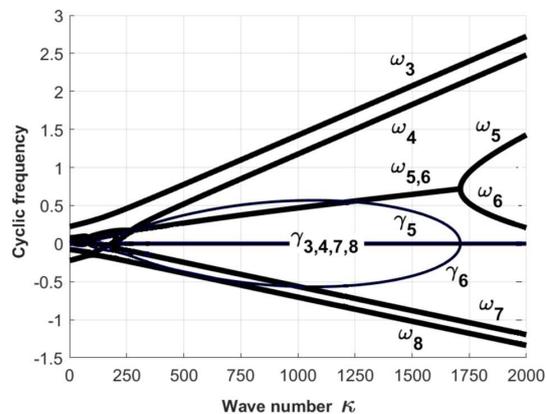


Рис. 4. Дисперсійні гілки гібридних плазмонів при $\theta = 60^\circ$

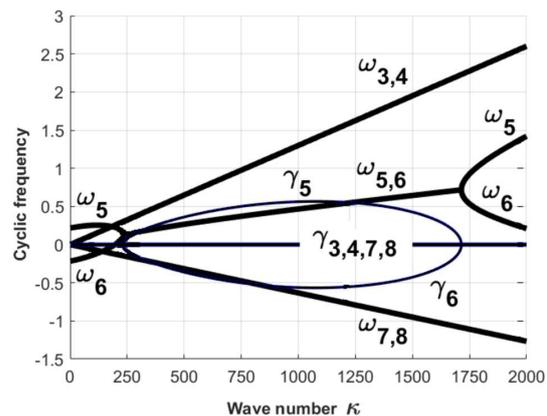


Рис. 5. Дисперсійні гілки гібридних плазмонів при $\theta = 90^\circ$

сійного рівняння (20) дорівнює двадцяти чотирьом. Частина із них будуть дійсними, а решта розв’язків комплексно-спряженими. Комплексно-

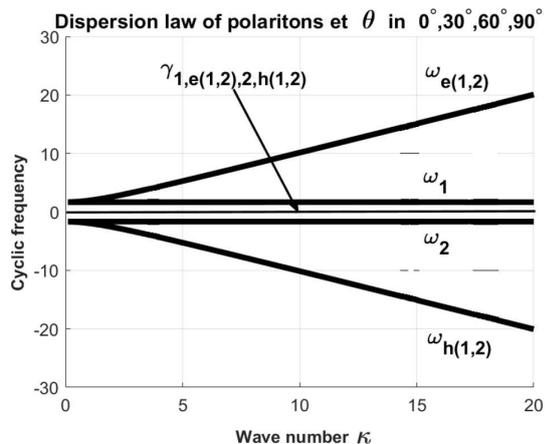


Рис. 6. Дисперсійні гілки звичайних плазмонів та плазмон-поляритонів

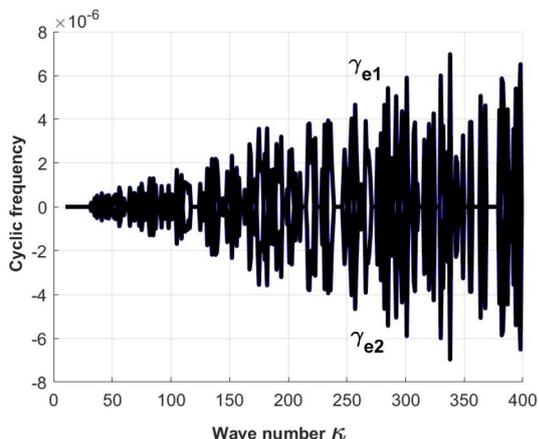


Рис. 7. Параметр γ_{e1} є інкрементом зростання, а γ_{e2} декрементом спадання амплітуди звичайних електронних плазмон-поляритонів за рахунок їх псевдохаотичної нестійкості при $\theta = 0^\circ$

спряжені розв’язки будуть описувати нестійкі “гібридні” плазмон-поляритони.

Перші шість розв’язків рівняння (20) відповідають звичайним плазмон-поляритонам. Відповідні їм дисперсійні гілки зображені на рис. 6–8. На рис. 6 дисперсійні гілки $\omega_{1,2}$ відповідають звичайним поздовжнім плазмонам, а $\omega_{e(1,2)}$ і $\omega_{h(1,2)}$ звичайним поперечним плазмон-поляритонам. Електронні $\omega_{e(1,2)}$ та діркові $\omega_{h(1,2)}$ дисперсійні гілки різняться між собою на нескінченно малу величину за рахунок магнітостатичного розщеплення.

У короткохвильовій області плазмон-поляритонного спектра звичайні поперечні плазмон-поля-

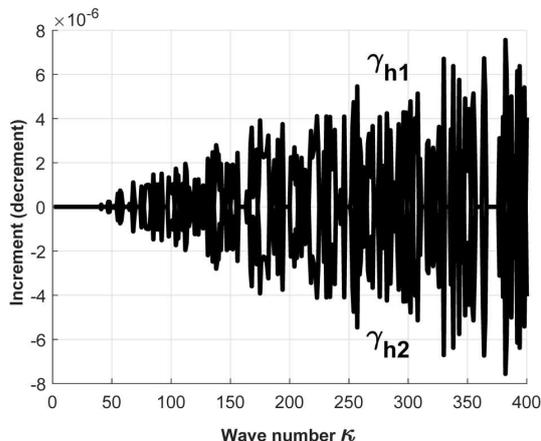


Рис. 8. Параметр γ_{h1} є інкрементом зростання, а γ_{h2} декрементом спадання амплітуди звичайних діркових плазмон-поляритонів за рахунок їх псевдохаотичної нестійкості при $\theta = 0^\circ$

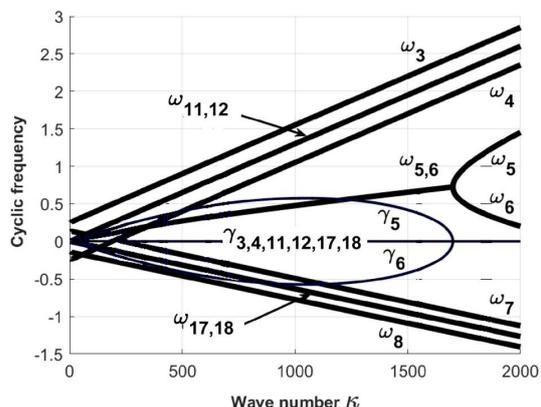


Рис. 9. Дисперсійні гілки гібридних плазмон-поляритонів при $\theta = 0^\circ$

ритони проявляють псевдохаотичну нестійкість (див. рис. 7, 8).

Аналогічні залежності параметрів нестійкості $\gamma_{e(1,2)}$, $\gamma_{h(1,2)}$ звичайних плазмон-поляритонів від вектора \mathbf{k} мають місце і при $\theta \neq 0$.

Що стосується гібридних плазмон-поляритонів, то при $\theta = 0$ до дисперсійних гілок $\omega_{5,6}(\mathbf{k})$, зображених на рис. 2, добавляються ще 8 стійких дисперсійних гілок $\omega_{3,4,7,8,11,12,17,18}(\mathbf{k})$ (див. рис. 9). Тобто, за рахунок впливу магнітостатичного поля \mathbf{H}_0 , у загальному підсумку, при $\theta = 0$ має місце 16 дисперсійних гілок квазічастинок.

При $\theta \notin [0^\circ, 90^\circ]$ кількість дисперсійних гілок гібридних плазмон-поляритонів зростає і стає рів-

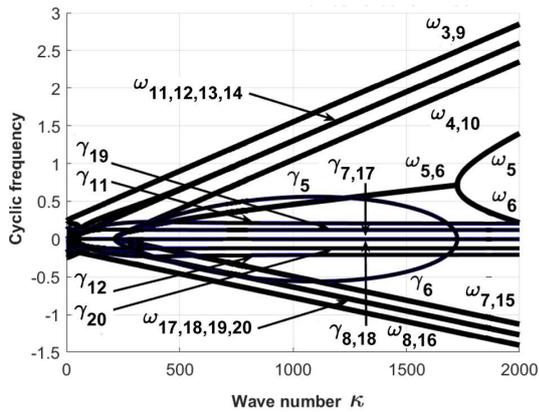


Рис. 10. Дисперсійні гілки гібридних плазмон-поляритонів при $\theta = 30^\circ$

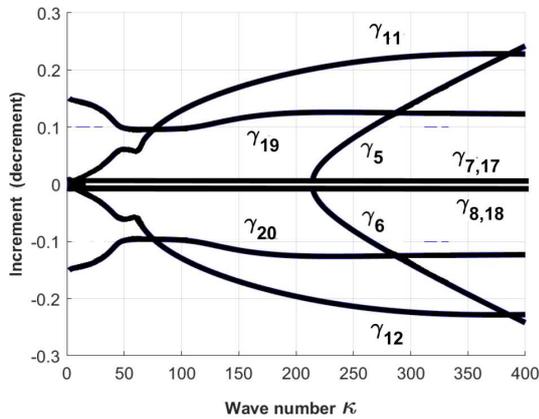


Рис. 11. Параметри нестійкості гібридних плазмон-поляритонів при $\theta = 30^\circ$ зображені окремо у масштабі з більшою роздільною здатністю

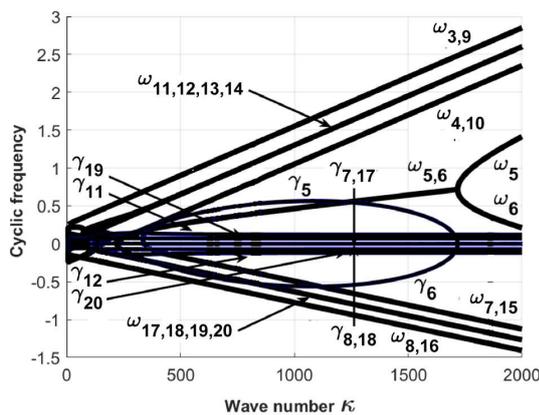


Рис. 12. Дисперсійні гілки гібридних плазмон-поляритонів при $\theta = 60^\circ$

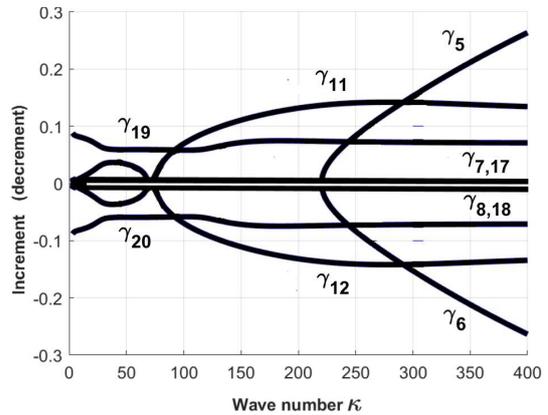


Рис. 13. Параметри нестійкості гібридних плазмон-поляритонів при $\theta = 60^\circ$ зображені окремо у масштабі з більшою роздільною здатністю

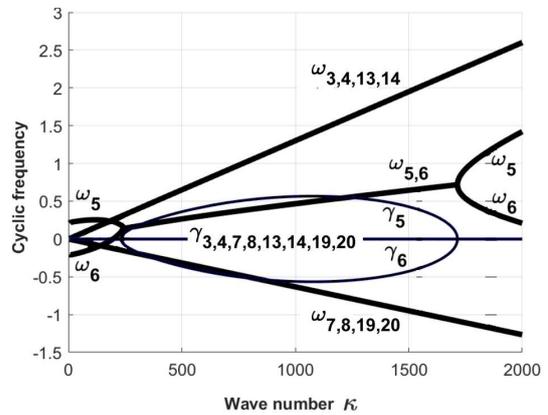


Рис. 14. Дисперсійні гілки гібридних плазмон-поляритонів при $\theta = 90^\circ$

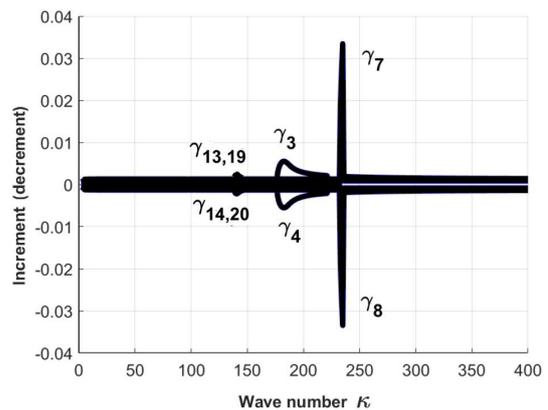


Рис. 15. Параметри нестійкості гібридних плазмон-поляритонів при $\theta = 90^\circ$ зображені окремо у масштабі з більшою роздільною здатністю

ною 18 (див. рис. 10–13). У загальному підсумку, за рахунок впливу магнітостатичного поля \mathbf{H}_0 , при $\theta \notin [0^\circ, 90^\circ]$ має місце 24 дисперсійні гілки квазічастинок.

З ростом значення θ дисперсійні гілки $\omega_{3,9,4,10}$, $\omega_{7,15,8,16}$ зближуються (див. рис. 10–13), а область нестійкості плазмонів $\omega_{5,6}$ зсувається у короткохвильову область спектра. При цьому відбувається реконструкція областей нестійкості (див. рис. 11, 13). Окрім того, з'являються нові області нестійкості, у яких параметри нестійкості по модулю мають значення на порядки менші, ніж області $\gamma_{5,6}$.

При $\theta = 90^\circ$ дисперсійні гілки $\omega_{3,4,12,14}$ та $\omega_{7,8,19,20}$ зливаються, а рис. 14 візуально стає подібним до рис. 15. При цьому додаткові плазмон-поляритони мають малі значення параметрів нестійкості (див. рис. 15).

6. Підсумки

У даній роботі проаналізовано вплив магнітостатичного поля \mathbf{H}_0 на динаміку квазічастинок (плазмонів та плазмон-поляритонів) у напівпровідниках, через які протікає постійний електричний струм.

Показано, що магнітостатичне поле \mathbf{H}_0 фактично слабо впливає на закон дисперсії звичайних квазічастинок, частотна зона яких знаходиться в оптичному діапазоні. При цьому має місце “псевдохаотизація” інкрементів (декрементів) плазмон-поляритонів у короткохвильовій частині їхнього спектра за рахунок дії магнітостатичного поля \mathbf{H}_0 .

Що стосується гібридних квазічастинок, які виникають внаслідок зустрічного руху континуумів електронів і дірок з частотною зоною у терагерцовому діапазоні $\omega \in (10^{11} - 1,5 \cdot 10^{13})$ Гц, то на них вплив магнітостатичного поля \mathbf{H}_0 буде суттєвим. Пояснюється це тим, що ларморівські частоти електронів та дірок виявляються близькими до частотних зон гібридних квазічастинок.

Показано, що закон дисперсії та інкремент (декремент) зростання (спадання) амплітуд динамічних змінних гібридних квазічастинок суттєво залежать від стаціонарної швидкості руху заряджених частинок, зумовленого постійним електричним струмом, взаємної орієнтації хвильового вектора \mathbf{k} квазічастинок та вектора магнітостатичного поля \mathbf{H}_0 . Так, постійний електричний струм є фізичною причиною появи у напівпро-

віднику нестійких квазічастинок терагерцового частотного діапазону $\omega \in (10^{11} - 1,5 \cdot 10^{13})$ Гц електромагнітних хвиль, а магнітостатичне поле \mathbf{H}_0 викликає перебудову дисперсійних гілок гібридних квазічастинок та викликає збудження додаткових частотних зон гібридних квазічастинок, кількість яких залежить від взаємної орієнтації хвильового вектора \mathbf{k} квазічастинок та вектора магнітостатичного поля \mathbf{H}_0 .

На ефект гібридизації квазічастинок у напівпровіднику суттєво впливає різниця значень плазмонних частот електронів і дірок. По мірі збільшення цієї різниці степінь гібридизації квазічастинок спадає. Відмітимо, що явище нестійкості гібридних квазічастинок має місце в обмежених областях значень вектора \mathbf{k} .

Нестійкі квазічастинки мають певну діаграму розповсюдження, яка впливає на їх амплітудно-частотні характеристики, які, в свою чергу, визначаються такими факторами, як $(\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_{0(e,h)})$ у формулі (14) для діелектричної проникності напівпровідника, через який протікає постійний електричний струм.

Мінімальна кількість дисперсійних гілок гібридних квазічастинок дорівнює 4 і реалізується за умови взаємної колінеарності хвильового вектора квазічастинок \mathbf{k} та магнітостатичного поля \mathbf{H}_0 . Пояснюється це тим, що у цьому випадку вплив магнітостатичного поля \mathbf{H}_0 відсутній внаслідок відомих [11, 12] властивостей сили Лоренца.

Максимальна кількість дисперсійних гілок гібридних квазічастинок дорівнює 24, що досягається за умови, коли кут θ між векторами \mathbf{k} та \mathbf{H}_0 задовільняє умову $\theta \notin [0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ]$.

Для аналізу механізмів збудження гібридних квазічастинок у напівпровіднику, внаслідок комплексного впливу на стан eh -плазми зустрічного руху електронів і дірок та магнітостатичного поля \mathbf{H}_0 , у даній роботі використано феноменологічний підхід, тобто безмодельний. Тому інтерпретація отриманих тут результатів на рівні мікропроцесів, які відбуваються у напівпровіднику, не має змісту.

Наявність двох факторів впливу на динаміку гібридних квазічастинок у напівпровідниках відкриває можливість гнучко керувати динамікою нестійких гібридних квазічастинок у випадку виконання цього явища при вирішенні прикладних задач у терагерцовій радіофізиці.

1. М.М. Чепілко, С.О. Пономаренко. Узагальнена модель Друде–Лоренца та її застосування в металоплазмоніці. *Укр. фіз. журн.* **67** (6), 431 (2022).
2. М.М. Чепілко, С.О. Пономаренко. Проблемні питання металоплазмоніки об'ємних поляритонів в магнітостатичному полі *Укр. фіз. журн.* **67** (6), 455 (2022).
3. М.М. Чепілко, Ю.В. Бобков, С.О. Пономаренко. Про механізм збудження гібридних плазмон-поляритонів у напівпровідниках. *Укр. фіз. журн.* **70** (8), 538 (2025).
4. G.T. Noe, J.-H. Kim, J. Lee, Y. Wang, A.A. Belyanin, J. Kono. Giant Superfluorescent bursts from a semiconductor magnetoplasma. arXiv: 1108.5941v2.
5. J.-H. Kim, J. Lee, G.T. Noe, Y. Wang, A.K. Wojcik, S.A. McGill, D.H. Reitze, A.A. Belyanin, J. Kono. Renormalized energies of superfluorescent bursts from an electron–hole magnetoplasma with high gain in InGaAs Quantum Wells. *Phys. Rev. B* **87**, 045304 (2013);
6. A.P. Misra. Electromagnetic surface modes in a magnetized quantum electron–hole plasma. *Phys. Rev. E* **83**, 057401 (2011).
7. R.S. Markiewicz, J.P. Wolfe, C.D. Jeffries. Microwave dimensional resonances in large electron–hole drops in germanium. *Phys. Rev. Lett.* **34**, 59 (1975).
8. L.R. Ram, Mohan Peter, A. Wolff. Joint density of states in interband transitions in semiconductors in a magnetic field. *Phys. Rev. B* **26**, 6711 (1982).
9. Н.Б. Брандт, В.А. Кульбачинский. *Квазичастицы в физике конденсированного состояния* (Физ. мат. лит., 2005) [ISBN: 5-9221-0564-7].
10. А.Ф. Александров, Л.С. Богданкевич, А.А. Рухадзе. *Основы электродинамики плазмы* (Высшая школа, 1978).
11. А.И. Маймистов. *Электродинамика сплошных сред* (Лекции в МФТИ, 2015).
12. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Электродинамика сплошных сред* (Наука, 1982).
13. *New Semiconductor Materials. Characteristics And Properties*. URL: www.ioffe.ru/SVA/NSM/Semicond/InSb/index.html.
Одержано 05.09.25

N.M. Chepilko, Yu.V. Bobkov, S.A. Ponomarenko

INFLUENCE OF MAGNETOSTATIC FIELD ON THE EXCITATION MECHANISM OF HYBRID PLASMON-POLARITONS IN SEMICONDUCTORS

The influence of a magnetostatic field on the dynamics of quasiparticles (plasmons and plasmon-polaritons) in semiconductors with a direct current has been analyzed. The counterflow of the electron and hole continua gives rise to the appearance of unstable hybrid quasiparticles that are intrinsically coupled to both electrons and holes. It has been demonstrated that the dispersion relationship, as well as the increment of growth and the decrement of damping of the amplitudes of the dynamical variables describing the hybrid quasiparticles, strongly depend on the stationary drift velocity of charge carriers associated with the direct current and on the relative orientation of the quasiparticle wave vector and the magnetostatic field vector. In particular, the direct current is the physical origin of the appearance of unstable quasiparticles in the terahertz frequency interval in semiconductors, whereas the magnetostatic field induces additional frequency bands of hybrid quasiparticles, with the number of the bands being governed by the relative orientation of the quasiparticle wave vector and the magnetostatic field vector. The combined effect of these two factors on the dynamics of unstable hybrid quasiparticles in semiconductors provides flexible control over their behavior, which can be used to solve problems in applied terahertz radiophysics.

Keywords: electrons, dykes, electric field, polarization, electric current density, plasmon frequency, spatial dispersion, dispersion equation, instability, bulk plasmons, surface plasmons, bulk polaritons, surface polaritons, increment of growth, decrement of decline.